OPERE

di

André-Marie Ampère

A CURA DI

MARIO BERTOLINI

UNIONE TIPOGRAFICO-EDITRICE TORINESE

VISIT…

Tipografia Torinese S. p. A. - Strada del Barrocchio 83, Torino - 1969

INTRODUZIONE

Nel 1881 il Comitato Internazionale Pesi e Misure decideva di chiamare *ampere* l'unità di misura della corrente elettrica, in onore del grande fisico André-Marie Ampère. Nessuna decisione sarebbe potuta essere più opportuna e indovinata, poiché proprio ad Ampère si deve la precisazione del concetto di « corrente elettrica », sconosciuto fino all'invenzione della pila di Volta e dopo di essa solo confusamente intravisto, limitatamente ai suoi effetti chimici. La distinzione da lui posta tra fenomeni elettrostatici e fenomeni elettrodinamici, se può oggi apparire, dopo le spiegazioni elettroniche, almeno dal punto di vista teorico, inutile, ebbe invece a suo tempo un'importanza capitale, perché permise di interpretare rettamente i fenomeni dovuti alla corrente elettrica e di trarne applicazioni di enorme portata. Il nome di Ampère restò da allora giustamente legato all'elettrologia, in particolare al campo dell'elettrodinamica e dell'elettromagnetismo: esso è, per così dire, entrato a far parte del patrimonio comune delle conoscenze umane. Migliaia di persone lo usano tutti i giorni senza nulla conoscere della vita e della personalità del grande fisico francese. Se è vero, come sottolinea il Berthelot, che per un servitore della scienza, opera per sua stessa natura collettiva e impersonale, questa è forse la consacrazione più alta, è anche vero d'altra parte che questo onore ha contribuito a limitare lo studio e la conoscenza dell'opera di Ampère ad una attività che occupò soltanto una piccola parte della vita del grande scienziato, lasciando in ombra o ignorando del tutto l'affascinante ricchezza e complessità del suo pensiero e della sua personalità. In realtà, chiunque si accinga, come noi abbiamo fatto, ad approfondire l'opera amperiana, è immediatamente

colpito dalla forza del suo pensiero, dalla sua profondità e coerenza, dalla incredibile polivalenza dei suoi interessi, dalla sua straordinaria formazione culturale, dalla generosità dei suoi affetti: in una parola, si accorge ben presto che alla figura dello scienziato dal genio un po' astratto, in margine alla vita, che i riconoscimenti ufficiali generalmente lasciano supporre, bisogna sostituire quella, ben più affascinante e moderna, di un uomo profondamente inserito nel suo tempo, che, animato sempre da uno stesso appassionato amore del vero e del bello, da un'immaginazione e fantasia creatrice straordinarie, da un vivo senso di responsabilità morale e sociale, da un ardente spirito religioso, impegna tutto sé stesso, con responsabilità e coerenza, in tutti i campi del sapere umano, e in tutti giunge ad una profondità e ad una originalità veramente eccezionali. Egli non fu e non deve essere ricordato soltanto come un elettrologo: poiché fu anche filosofo, matematico, biologo, chimico e persino poeta. Per questo motivo, in questa nostra introduzione, non desideriamo tanto mettere in rilievo l'importanza delle sue scoperte, che è a tutti nota e che balza evidente dalla lettura delle opere qui raccolte, quanto piuttosto riportare alla luce la sua affascinante personalità, la cui conoscenza permette, sola, di gustare pienamente e di apprezzare in tutto il suo valore il complesso della sua opera. Questo è anche il motivo per cui, accanto alla fondamentale Memoria in elettrologia, riportiamo qui anche alcune tra le sue opere matematiche, chimiche e filosofiche, nonché una scelta delle sue numerosissime lettere. La nostra più viva aspirazione è che il lettore, dopo averci accompagnato nella ricostruzione della vita e dell'attività dell'uomo Ampère, si accosti all'opera dello scienziato con la stessa ammirazione e lo stesso amore, con la stessa umana partecipazione, con la quale noi abbiamo studiato l'opera di questo grande uomo, del quale, come scrisse alla sua morte l'amico Bredin al figlio Jean Jacques, « non si può dire se sia stato più grande il cuore o la mente ».

André-Marie Ampère nacque a Poleymieux-les-Mont-d'Or (Lione) il 22 gennaio 1775 da Jean Jacques e da Jeanne Antoinette Sarcey de Sutières. Trascorse la sua infanzia e la sua adolescenza in una piccola fattoria, dove il padre, ritiratosi dal commercio, si era stabilito sùbito dopo la nascita di André-Marie.

Il padre e la madre lo formarono ad una solida fede religiosa cattolica, animata tuttavia da una intelligente larghezza di vedute: essa fu determinante per il suo carattere e la sua vita.

André-Marie mostrò fin da bambino una spiccata tendenza per il calcolo numerico, un vivo interesse per tutti i fenomeni naturali e una insaziabile avidità di sapere. Non appena fu in grado di leggere, incominciò a divorare letteralmente qualunque libro gli capitasse tra le mani, fosse questo un'opera letteraria o un trattato scientifico. A quindici anni lesse sistematicamente, in ordine alfabetico, tutti i venti volumi della famosa *Enciclopedia* di D'Alembert e Diderot, assimilandola a tal punto che, in età avanzata, era ancora in grado di citarne interi passi a memoria. A sedici anni, desiderando leggere le opere dei più illustri fisici, specialmente quelle di Newton, Eulero e Bernoulli, scritte in latino, intraprese lo studio di questa lingua con l'aiuto dell'abate Daburon. Questa nuova conoscenza non gli servì però soltanto per le letture scientifiche, ma lo spinse anche ad accostare direttamente e a gustare i classici latini, in particolar modo Orazio, Virgilio, Lucrezio e soprattutto Lucano. In questo periodo compose vari abbozzi di poemi epici, tragedie, odi e tentò persino di elaborare un nuovo linguaggio universale.

Dobbiamo essere molto grati al padre di Ampère per aver compreso le eccezionali qualità del figlio e per averne assecondato le tendenze, facendo tutto il possibile per procurarsi i testi che il giovane desiderava e soprattutto rinunciando (cosa veramente rara per quei tempi) ad instradarlo nella propria professione. « Non c'è nulla che non mi aspetti da lui » egli scrisse, a proposito del figlio, nell'ultima lettera inviata alla moglie prima di morire. Questo calore affettivo e questa comprensione non poterono essere che benefici per la formazione del giovane Ampère, il quale, come afferma Henriette Chevreux (curatrice della « Correspondance du Grand Ampère ») ereditò dalla madre una viva sensibilità affettiva e una certa suscettibilità nervosa e dal padre la costanza e l'impegno nel proprio lavoro, la passione per la ricerca della verità, il rispetto e l'amore per la cultura.

Abitando in campagna, il giovane André non frequentò mai alcuna scuola, il che appare a noi moderni tanto più stupefacente, in quanto egli avrebbe poi trascorso tutta la sua vita nella scuola, prima come professore di liceo, poi come assistente e professore universitario e persino come ispettore generale. A questo proposito, uno dei suoi primi e illustri biografi, l'Arago, discute a lungo se non sarebbe stato meglio che Ampère avesse ricevuto una formazione culturale più regolare, anziché questa istruzione privata e in gran parte autodidattica, e sembra propendere per la

prima ipotesi. Noi ci permettiamo di essere di parere contrario. Una formazione più regolare avrebbe senza dubbio smussato certe originalità, certe scontrosità del suo carattere e gli avrebbe dato una maggior conoscenza degli uomini: ed è vero che queste estrosità e queste lacune lo fecero soffrire molto negli anni successivi e forse nocquero, almeno in una certa misura, anche alla sua produzione scientifica. Tuttavia, quale scuola avrebbe permesso al giovane André di spaziare liberamente in tutti i campi del sapere umano, quale scuola soprattutto sarebbe stata adatta per l'ingegno e i gusti precocissimi di un tale eccezionale allievo? È lecito pensare che una scuola regolare avrebbe soffocato probabilmente questa appassionata avidità di sapere, rischiando di fare del giovanetto un abile e colto commerciante, o magari un dotto professore, ma non l'uomo di genio che egli fu.

In realtà, è sempre inutile e ridicolo tentare di tracciare la storia di quello che sarebbe accaduto se le cose si fossero svolte diversamente da quanto invece avvenne; ma abbiamo ritenuto opportuno soffermarci su una simile questione, perché la formazione giovanile di Ampère ha avuto un'impronta profonda sulla sua vita e sulla sua opera. Vi si possono riscontrare infatti quelli che potremmo chiamare i pilastri basilari della personalità del nostro autore: la cultura di derivazione settecentesca, la religione cattolica concretamente e ardentemente vissuta e approfondita, la passione scientifica e l'avidità di nuove conoscenze.

La lettura dell'*Enciclopedia*, per esempio, fu molto importante nella formazione di Ampère, perché suscitò in lui quell'amore per le classificazioni e le sistemazioni delle conoscenze umane, tipico della mentalità universalistica settecentesca, che lo accompagnerà fino agli ultimi anni, nei quali, come vedremo, diede forma definitiva alla sua personalissima classificazione delle scienze. Del resto, come ben sottolinea il Sainte-Beuve, in un illuminante saggio sulla figura umana del grande scienziato, egli rimase sempre « un uomo dell'89 », anche per il suo costante amore per la libertà, per la sua fede in una scienza tesa al miglioramento di tutti gli uomini e di tutte le nazioni. Questa concezione della scienza è confermata per esempio da una bellissima lettera indirizzata da Ampère a Gosse, nella quale il nostro autore, in un anno in cui la Francia ufficiale non era certo favorevole allo spirito illuministico, il 1817, non esita a parlare « del risultato infallibile del cammino sempre accelerato dello spirito umano ». Questa assoluta e totale fiducia nelle facoltà umane, accompagnata alla generosità propria del carattere di Ampère, fece sì che egli fosse sempre disponibile e aperto verso qualsiasi ipotesi, anche la più azzardata. In tale atteggiamento, per il quale sarà spesso bonariamente e ironicamente rimproverato dagli amici, è facile vedere anche l'ingenuità propria dell'autodidatta, disposto ad accogliere ogni nuova conoscenza, da qualsiasi fonte essa provenga. Questa ingenuità di fondo rimarrà una costante del suo carattere, costante che, insieme alla timidezza, conseguenza di una giovinezza trascorsa in solitudine e in modo irregolare, sarà alla base delle sue difficoltà a districarsi nella vita di società parigina. Dice il De Launay: « Le affermazioni più stupefacenti trovavano in Ampère un ascoltatore fiducioso, che la curiosità appassionata e la febbre di invenzione sempre sveglia portavano a cercare dei rapporti impensati, delle possibilità sconosciute, piuttosto che a sospettare l'interlocutore. S'infiammava per la novità e l'amava prima ancora di conoscerla, proprio perché nuova ». Ora, se è vero che questo ingenuo amore del nuovo intralciò spesso la ricerca del Nostro, distogliendolo talvolta dalla sistemazione organica dei risultati raggiunti, è anche vero però che la capacità e la tendenza ad uscire dagli schemi della scienza accademica, conseguenza diretta della sua curiosità insaziabile, furono alla base di quella « fantasia scientifica » che costituisce forse il tratto più saliente della personalità di Ampère e che gli permise di formulare teorie veramente innovatrici.

Questo periodo così ricco di fermenti e di interessi fu interrotto brutalmente dal primo grave avvenimento doloroso della vita di Ampère: la scomparsa del padre. Questi, nominato giudice di pace a Lione, aveva continuato ad esercitarvi le sue funzioni anche quando i Lionesi, aderendo al partito girondino, si erano ribellati alla Convenzione, che aveva allora mandato il generale Kellerman ad assediare la città. Alla caduta di Lione (1793), egli venne coinvolto nella crudele e caotica repressione e condannato a morte. Il tragico avvenimento scosse profondamente il diciottenne André, che, completamente prostrato, visse per circa due anni in uno stato di apatia che gli impediva qualsiasi occupazione intellettuale.

Finalmente, sorse in lui un nuovo interesse, divenuto ben presto, secondo il solito, vera passione, che contribuì a risollevare e riconfortare il suo animo: la botanica. Lo vediamo così aggirarsi tra i boschi nei dintorni di Poleymieux, raccogliendo erbe

e fiori e recitando versi latini, ed elaborando poi accurate classificazioni dei suoi esemplari.

È proprio durante una di queste passeggiate solitarie che si verifica un incontro decisivo per la vita di Ampère: quello con Julie Caron, che tre anni dopo diventerà sua moglie. È una storia delicata e commovente di sentimenti e di affetti che difficilmente riusciremmo ad immaginare nella figura dello scienziato distratto e originale nella quale siamo soliti identificare Ampère: la possiamo seguire giorno per giorno sia nella ricca corrispondenza tra André e Julie, sia in una specie di diario, intitolato « Amorum », compilato dallo stesso Ampère nei primi tempi del suo matrimonio. Questi documenti aprono uno squarcio su un altro aspetto profondamente umano della personalità del grande scienziato: il suo bisogno di amore e di amicizia, il suo desiderio continuo di comunicare alle persone care i suoi studi e le sue scoperte. È un breve periodo di felicità completa, purtroppo interrotto bruscamente da un nuovo tragico evento: la morte dell'amatissima Julie, nel 1804. Da questo momento in avanti il suo bisogno di amore e di affetto si trasferirà tutto sul figlio Jean Jacques, al quale lo unì sempre un profondo e fecondo legame, alimentato non solo dal semplice affetto paterno, ma soprattutto dalla reciproca comprensione sul piano intellettuale e morale, e sugli amici, per i quali, come risulta dal suo epistolario, saprà trovare sempre delicate espressioni di tenerezza e concrete manifestazioni di affetto [1].

Proprio in questi anni, e in particolare a partire dal 1803, come egli stesso avrà modo di dichiarare più tardi, nasce il suo interesse profondo verso la metafisica e la filosofia in generale. È un interesse che si rivela sùbito in stretta connessione con i dubbi e le incertezze di carattere religioso che si manifestano allora in Ampère, e che troviamo riflessi nella sua corrispondenza con la moglie. « Lo stato del mio spirito » egli scrive ad esempio a Julie « è singolare, è come quello di un uomo che affoga nel proprio sputo... Le idee di Dio e dell'eternità dominano completamente la mia immaginazione ». L'intima lotta contro il dubbio avrà fine durante la malattia e dopo la morte di Julie, per la quale egli comporrà una toccante preghiera, tutta amore verso

[1] Tra i molti atti di generosità verso gli amici da parte di Ampère, ricordiamo l'affettuosa ospitalità che egli diede per lungo tempo al fondatore delle Conferenze di S. Vincenzo de' Paoli, Frédéric Ozanam.

Dio e umiltà. Le questioni metafisiche e religiose costituivano anche l'argomento principale delle discussioni di Ampère con gli amici più cari: essi formarono allora a Lione uno di quei cenacoli culturali tanto diffusi a quei tempi. All'inizio del 1804 fondarono una « Società cristiana », della quale Ampère divenne presidente, che nel suo programma si proponeva di cercare una risposta alle seguenti domande: Per quale scopo l'uomo è stato creato? Vi è stata una rivelazione? Quale influenza ha esercitato il cristianesimo sul genere umano? Ne facevano parte, tra gli altri, il più caro amico di Ampère, Bredin, e poi Ballanche, Chatelain, Deroche, Roux-Bordier.

Questi stessi anni sono però di particolare importanza ai nostri occhi, perché segnano l'inizio ufficiale dell'attività e della produzione scientifica di Ampère, che si esplica in questo primo periodo specialmente in campo matematico. Dopo aver passato qualche tempo a Lione, dando lezioni private di matematica (il padre non lo aveva certo lasciato in condizioni economiche molto floride), Ampère ottiene nel 1801 il posto di professore alla Scuola centrale dell'Ain a Bourg, dove cerca di attrezzare nel miglior modo possibile, compatibilmente con i rudimentali mezzi a sua disposizione, il laboratorio della scuola per potervi compiere esperimenti di chimica, e scrive inoltre in collaborazione con un collega, certo Clerc, le *Lezioni elementari sulle serie e altre formule indefinite*, che non verranno però mai pubblicate. Nel 1802 viene stampata la sua prima opera matematica, *Considerazioni sulla teoria matematica del gioco*, che, letta alla « Société d'émulation et d'agriculture de l'Ain », gli darà il modo di essere presentato a Delambre, che, colpito dalla genialità del giovane studioso, diventerà il suo primo protettore. In questo trattatello affiora, al di là della vera e propria ricerca scientifica relativa al calcolo delle probabilità, la preoccupazione civile e morale di eliminare i danni che derivano alla società dalla diffusione dei giochi d'azzardo. L'anno seguente Ampère pubblica una *Memoria sugli invarianti differenziali nelle curve* e le *Ricerche sull'applicazione delle formule generali del calcolo delle variazioni ai problemi della Meccanica*. Ottiene finalmente il posto di professore di matematica e astronomia al Liceo di Lione, il che gli permette di ricongiungersi alla tanto amata famiglia. La rapida fine di Julie lo spinge presto ad allontanarsi dalla città che gli suscita tanti grevi ricordi e a trasferirsi a Parigi. Qui, per interessamento di Delambre, viene nominato ripetitore di ana-

lisi matematica all'Ecole Polytechnique. Nel 1805 passa a seconde nozze, che si rivelano prestissimo infelici, per cui egli si separerà dalla moglie sùbito dopo la nascita della figlia Albine.

Fino al 1815 l'attività matematica di Ampère è molto intensa: essa tende a precisarsi non tanto come fine a sé stessa, quanto piuttosto come strumento e mezzo per approfondire le conoscenze fisiche. A poco a poco il genio di Ampère si impone nell'ambiente culturale parigino: viene nominato segretario del « Bureau des Arts et des Métiers » e quindi professore di analisi e di meccanica all'Ecole Polytechnique.

Nel 1814 fu nominato, per i suoi lavori matematici, membro dell'« Académie des Sciences » di Francia, nella sezione di geometria: è in questa sede che egli renderà note la maggior parte delle sue scoperte o semplicemente dei suoi esperimenti.

Molte erano allora le personalità notevoli nel campo della scienza che prendevano parte alle sedute dell'Académie o alle riunioni amichevoli nelle quali si discutevano i problemi scientifici. Ricordiamo tra gli altri Laplace, Fresnel, Fourier, Biot, Savart, Bécquerel, ecc. Ampère mantenne a lungo una viva corrispondenza o uno stretto rapporto personale con la maggior parte di queste personalità, promuovendo uno scambio fecondo di ricerche e di risultati, che allargò anche agli scienziati stranieri, Davy e Faraday in Inghilterra, i De La Rive a Ginevra. Inutile dire che questo scambio di notizie, questa collaborazione anche a distanza, che si instaurava allora tra i vari scienziati aveva anche l'effetto di rendere più vivo lo spirito di emulazione e più accese le polemiche. Ampère, il cui disinteresse per la gloria e per gli onori era molto notevole, diviso sempre tra mille interessi eterogenei, si dimenticava spesso di dare una rielaborazione scritta dei risultati dei suoi studi e di comunicarli all'Académie. A ciò si aggiunga che spesso, quando Ampère perveniva ad intravvedere la soluzione di un determinato problema, quest'ultimo perdeva ai suoi occhi gran parte del primitivo fascino ed egli si volgeva volentieri a nuovi argomenti, la cui novità e la cui difficoltà fossero più evidenti e difficili da superare. Così accadde che alcuni risultati, già trovati da Ampère, sono generalmente attribuiti ad altri autori che ebbero l'indubbio merito di pubblicarli in forma sistematica. In realtà molti degli studi compiuti da Ampère ci sono noti soltanto attraverso le Lettere, nelle quali egli, con la sua tipica generosità di uomo e di scienziato, non esitava a scrivere tutto quanto era in grado di dire

su un determinato argomento, senza alcuna preoccupazione che altri sfruttassero le sue idee o i suoi sforzi, col solo desiderio di rendere partecipi le persone che amava o che semplicemente stimava dei risultati delle sue ricerche. È quanto avvenne ad esempio nel campo della chimica, nel quale fin dal 1809 egli aveva abbozzato la legge che Avogadro pubblicò poi nel 1811, secondo la quale tutti i gas, a pari volume, pressione e temperatura, contengono lo stesso numero di molecole [2]. Solo nel 1814, spinto dal Berthollet, egli si decise a pubblicare il suo lavoro, sotto forma di lettera all'amico. È appunto l'importante *Lettera a Berthollet sulla determinazione delle proporzioni nelle quali i corpi si combinano secondo il numero e la disposizione rispettiva delle molecole di cui sono composte le loro particelle integranti*, nella quale, partendo anche dalla legge di Gay-Lussac, egli formulò pure l'ipotesi che le molecole fossero composte di atomi più semplici e previde la possibilità di determinare i pesi atomici. Naturalmente, per comodità di esposizione, abbiamo parlato distintamente dell'attività matematica e di quella chimica di Ampère: in realtà, esse si alternano l'una all'altra e, anche se le sue pubblicazioni si riferiscono prevalentemente a problemi di matematica, egli mantenne sempre un vivo e costante interesse per la ricerca chimica. Del resto si trattava di una scienza che aveva già suscitato in lui grandi entusiasmi, quando, durante il suo soggiorno a Lione prima del matrimonio, l'aveva « scoperta », dedicandosi con alcuni amici alla lettura del trattato di Lavoisier.

Del 1815 è anche la pubblicazione di un notevole saggio sulla dimostrazione delle leggi della rifrazione. È un periodo di studio e di ricerca in tutti i campi della scienza; quale che sia l'argomento trattato, Ampère si rivela sempre di una genialità e di una vastità di conoscenze tali da farci rimpiangere veramente che egli si sia per lo più limitato a dare un abbozzo delle sue teorie, senza sviluppare e sistemare completamente i suoi studi anche in questi campi.

Giungiamo così al settembre del 1820, nei giorni nei quali i noti esperimenti di Oersted attrassero l'attenzione degli scien-

[2] È comunque sicuro che i due scienziati lavorarono indipendentemente l'uno dall'altro, anche se dovettero avere qualche contatto, come ci è dimostrato dalla dedica che Ampère compilò di suo pugno su una copia della *Théorie* da lui inviata allo scienziato italiano (cfr. nota 12, p. 128).

ziati e in certo modo li sconcertarono. Fu dalla conoscenza di questi esperimenti che iniziò per Ampère quell'attività incessante e veramente straordinaria che lo porterà alla scoperta dell'elettrodinamica e ai grandi risultati da lui raggiunti nel campo dell'elettromagnetismo. Si tratta di un'attività in un campo, quello dell'elettrologia, del quale egli non si era fino allora occupato in modo particolare. Con questo non vogliamo certo dire che non si fosse prima interessato anche all'elettrologia (del resto quale campo del sapere umano avrebbe potuto non interessare l'avida mente di Ampère?): certamente gli era ben nota – ne fanno fede i suoi scritti posteriori, nei quali essa viene accennata – la teoria di Cristiano Grotthus (1785-1822) su quella che noi oggi chiameremmo la ionizzazione dell'acqua, e conosceva pure assai bene la pila di Volta e, come del resto tutti gli scienziati del tempo, presagiva le grandi possibilità che da questo apparecchio era lecito attendersi. D'altra parte, forse appunto per queste possibilità, che consentivano di disporre di « una fonte pressoché illimitata » di elettricità (sono parole che si leggono negli scritti del tempo), i fenomeni elettrici allora maggiormente studiati furono quelli chimici. Ma anche nel campo dell'elettromagnetismo (ci si consenta di valerci di questo vocabolo per semplicità, anche se l'uso di tale termine a questo punto è senz'altro prematuro), le possibilità offerte dalla pila incoraggiarono le ricerche. Sono noti a questo proposito, tra gli altri, gli esperimenti del Ritter, citati dal Davy, quelli di un certo Mojon senior di Genova, indicati dall'Aldini nei suoi *Saggi sul galvanismo* del 1804, e quelli del Romagnosi, descritti nella Gazzetta di Trento del 3 agosto 1802. Il Romagnosi sosteneva che l'ago della bussola deviava dalla sua posizione di equilibrio, quando veniva toccato con l'estremità di una « catena galvanica » (cioè una catena di fili metallici), collegata all'altra estremità al polo di una pila a colonna. Abbiamo detto che le possibilità offerte dalla pila « incoraggiarono » questo tipo di ricerche, perché in realtà da molto tempo le analogie fra attrazioni magnetiche e attrazioni-elettriche avevano indotto molti scienziati a studiare se i due fenomeni fossero riconducibili ad un principio unico: talvolta anzi queste analogie furono talmente sopravvalutate da generare confusione.

Tra le molte esperienze del genere, sono particolarmente significative quelle di Franklin, che risalgono al 1751: egli otteneva la magnetizzazione del ferro e l'inversione della polarità di un magnete per mezzo della scarica di una batteria di condensatori. Queste esperienze furono riprese dal padre Giambattista Beccaria (1716-1781) nel 1777: egli si pose il quesito se non si dovesse ritenere il magnetismo dovuto a una « circolazione » di fluido elettrico, avvicinandosi così molto a quella che sarà la concezione amperiana. Molto antica è poi l'osservazione che il fulmine magnetizza il ferro.

Nessuna di queste osservazioni ed esperienze, neppure dopo la scoperta della pila, approdò mai, prima di Oersted, a qualche risultato positivo chiaro e attendibile. Invece l'elettrologia aveva fatto grandi progressi negli ultimi settanta anni, dandosi una sempre maggior sistemazione. Coulomb aveva dedotto dalle sue rigorose esperienze le ben note leggi quantitative sulle forze attrattive e ripulsive elettrostatiche e su quelle magnetiche. Beccaria aveva intravisto una certa resistenza elettrica, superando la concezione fino ad allora dominante di corpi soltanto conduttori o soltanto isolanti. Poisson aveva esteso ai campi elettrostatici e ai campi magnetici il concetto di potenziale introdotto da Eulero nella meccanica.

Tuttavia due ordini di ostacoli si frapponevano ancora alla retta istituzione e interpretazione delle esperienze elettromagnetiche: da un lato l'universale convinzione che potessero esistere in natura soltanto forze di tipo newtoniano, ossia soltanto forze che agiscono fra punti materiali lungo la retta che li congiunge; dall'altro la mancanza o almeno l'imprecisione del concetto di « corrente elettrica ». Se da un punto di vista teorico sembrerebbe certamente più rilevante il primo ostacolo, in pratica dobbiamo riconoscere che lo fu ancora di più il secondo: ad Ampère infatti bastò superare questo secondo ostacolo, precisando la definizione di corrente elettrica, per giungere alla scoperta dell'elettrodinamica e alla retta interpretazione dei fenomeni elettromagnetici e dei loro possibili sviluppi, proprio fondandosi, se vogliamo erroneamente, sulla meccanica newtoniana. Si pensi del resto che il Romagnosi aveva fatto i suoi esperimenti addirittura con una pila a circuito aperto!

La prima osservazione di elettromagnetismo che possa veramente definirsi tale è quella di Oersted. Il 27 luglio 1820 egli pubblicò la sua memoria intitolata *Esperienze relative all'effetto del conflitto elettrico sull'ago magnetizzato*. Essa suscitò un enorme interesse e vivaci discussioni in tutti gli ambienti scientifici europei. Ci sembra che valga veramente la pena di ricostruire

cronologicamente la successione delle comunicazioni lette da Ampère e da alcuni suoi colleghi all'Académie, perché balzi in evidenza l'atmosfera di fervore e di interesse che si diffuse, in séguito all'esperimento di Oersted, a Parigi e che portò parecchi fisici ad interessarsi prevalentemente dei fenomeni elettromagnetici. Essa doveva sfociare, in poco meno di quattro mesi di intenso ed entusiastico lavoro, alle grandi scoperte che costituirono la base dell'elettrodinamica e alle quali resta legato per sempre il nome di Ampère.

Il 4 e l'11 settembre Arago riferisce all'Académie sulla ripetizione dell'esperienza di Oersted compiuta a Ginevra dal De La Rive e la riproduce. Ampère assiste alle due sedute, ma non interviene nella discussione. Già però il 18 settembre egli presenta una prima relazione sui fenomeni elettromagnetici, il cui contenuto basterebbe da solo ad assicurargli la fama. In essa egli riconosce l'effetto dell'azione del globo terrestre sull'ago magnetico e, per ovviare a questo inconveniente, propone la disposizione che egli chiama « astatica » che consiste nel porre l'asse di rotazione dell'ago in direzione nord-sud, parallela al meridiano magnetico locale. Definisce inoltre la corrente elettrica e dà la famosa « regola dell'omino »; egli descrive pure il primo rudimentale strumento di misura delle correnti elettriche, al quale dà il nome di galvanometro. Enuncia le principali proprietà e caratteristiche della nuova grandezza e giunge alla felice intuizione che, come i conduttori agiscono sui magneti, così i conduttori debbano agire tra di loro. Facendo « derivare le proprietà magnetiche unicamente da correnti elettriche in piani perpendicolari al loro asse », ridusse in pratica tutti i fenomeni magnetici ad effetti puramente elettrici.

Questo il frutto veramente strabiliante della prima settimana di lavoro di Ampère: egli è ormai pervaso da una vera e propria febbre di ricerca, come appare efficacemente anche dalla lettera che scrive in quei giorni al figlio: « Tutti i miei istanti sono stati presi da una circostanza importante della mia vita... ». Acquista una grande pila, che era in costruzione per il corso di fisica della facoltà di scienze ed esegue, nella sua casetta in rue des Fossées-Saint-Victor, nuove esperienze che mostra ad amici e colleghi. Il 25 settembre legge all'Académie una seconda relazione, nella quale riferisce il successo di un esperimento suggeritogli da Laplace che conferma che è la corrente elettrica e non la tensione esistente tra i poli della pila ad agire sull'ago magnetico. Nella

stessa seduta, egli propone la costruzione di un telegrafo elettrico, il primo telegrafo elettromagnetico. Sempre nello stesso giorno, Arago comunica i suoi esperimenti, per i quali un conduttore percorso da corrente attira la limatura di ferro (ricordiamo che l'esperienza di Oersted si riferiva ad un ago precedentemente magnetizzato), ricoprendosi interamente di questa e produce una magnetizzazione permanente dell'acciaio. Ampère gli suggerisce di usare un conduttore elicoidale per ottenere effetti più intensi.

Gettate le basi dell'elettrodinamica, l'8 ottobre Ampère legge una nuova relazione e presenta inoltre un nuovo apparecchio, con il quale dimostra che due conduttori percorsi da corrente tendono a porsi paralleli con le correnti dirette nello stesso verso. Espone inoltre il metodo che intende seguire per ottenere la determinazione quantitativa della forza elettrodinamica: su questo metodo ci soffermeremo in particolare più avanti.

Il 30 ottobre Ampère presenta alcune esperienze che comprovano in modo definitivo l'azione della Terra sui conduttori percorsi da corrente. Nella stessa seduta Biot e Savart riescono a determinare quantitativamente l'azione che una corrente rettilinea esercita sopra un ago magnetico, numerando le oscillazioni e misurando il periodo di oscillazione. Il 6 novembre presenta un'altra comunicazione, nella quale ha inizio la deduzione della sua formula[3]: egli abbandona i tentativi di misure assolute e tenta invece esperienze di confronto fra forze con il metodo della riduzione a zero. Nella stessa seduta Fresnel riferisce di aver tentato, con esito negativo, di ottenere l'induzione di correnti elettriche in un conduttore avvolto ad elica intorno ad un magnete.

La Memoria di Ampère del 4 dicembre contiene la prima enunciazione della fondamentale formula che oggi porta il suo nome. L'11 dicembre egli tenta di determinare la costante k della sua formula, che in un primo tempo è portato erroneamente a ritenere estremamente piccola. Inizia allora la costruzione di un apparecchio, che Maxwell chiamerà la « bilancia di Ampère », destinato a verificare la legge dei circuiti sinuosi e che permette di constatare agevolmente l'uguaglianza tra l'azione attrattiva di una corrente e quella repulsiva della stessa corrente diretta in senso contrario. Esso viene presentato all'Académie il 26 dicembre.

[3] Per essa rinviamo alla *Teoria...* integralmente riportata nella Sezione II del presente volume.

Con due Memorie, presentate l'8 e il 15 gennaio 1821, si chiude questo periodo « eroico », di lavoro febbrile e fecondo, dell'attività di Ampère in elettrologia. Nel breve giro di quattro mesi, egli ha formulato l'espressione matematica dell'azione elettrodinamica elementare, e ha elaborato la teoria elettrica del magnetismo. Il resto della sua opera sarà ancora ricco di scoperte e di deduzioni brillanti, ma si tratterà soprattutto di perfezionamenti, non di novità sostanziali.

Negli anni seguenti inoltre le preoccupazioni finanziarie e di salute distolgono, almeno in parte, le energie di Ampère dall'elettrodinamica. Tuttavia egli si mostrerà sempre combattivo ed efficace nel difendere la sua teoria elettrica dei magneti, come risulta specialmente da alcune lettere, quale quella diretta al Van Beck.

Nel 1821 Ampère realizza il cosiddetto « equipaggio astatico », formato da due aghi magnetici paralleli e diretti in senso opposto. Il 18 giugno presenta all'Académie una Memoria sugli assi permanenti di rotazione. Nel luglio tenta infruttuosamente di ottenere correnti per influenza. La scoperta delle rotazioni elettrodinamiche compiuta da Faraday, che aveva destato grande scalpore perché sembrava opporsi ai princìpi tradizionali della fisica, viene invece accolta con grande entusiasmo da Ampère, che vi vede una conferma alla sua teoria. « Quando comparvero i primi lavori dei fisici sui fenomeni elettrodinamici », riferisce il Nostro, « molti scienziati credettero di poterli spiegare con la distribuzione di molecole, elettriche o magnetiche, in riposo nei conduttori voltaici. Ma dal momento in cui venne pubblicata la scoperta del primo movimento di rotazione continua fatta dal sig. Faraday, io vidi subito che essa capovolgeva completamente quella ipotesi... Un moto che continua sempre nello stesso senso, nonostante gli attriti e la resistenza del mezzo, un moto prodotto dall'azione mutua di due corpi che rimangono costantemente nello stesso stato, è un fatto senza precedenti nella conoscenza che fin qui avevamo delle proprietà che la materia inorganica può presentare; esso prova che l'azione che emana dai conduttori voltaici non può essere dovuta a una distribuzione particolare di determinati fluidi in riposo in questi conduttori, come lo sono le attrazioni e le repulsioni elettriche ordinarie. Questa azione può attribuirsi soltanto a fluidi in movimento nel conduttore, che essi percorrono portandosi rapidamente da un'estremità della pila all'altra ». Proprio per riconfermare la validità della

scoperta di Faraday, nelle sedute del 3 e 10 dicembre 1821 e del 7 gennaio 1822, Ampère riferisce su una lunga serie di esperienze, riproducenti ogni tipo di rotazione. In queste Memorie è usato per la prima volta il termine « azione elettrodinamica ». Ricordiamo per inciso che Ampère fu un prolifico e fortunato inventore di neologismi scientifici, come ad esempio: solenoide, galvanometro, sistema astatico, ecc. La Memoria dell'8 aprile 1822 segna l'inizio di un nuovo periodo di intensa attività. In essa Ampère corregge l'errore commesso in precedenza nella valutazione della costante k, stabilendo che essa deve essere negativa. In un'altra Memoria del 10 giugno 1822 enuncia per la prima volta i cosiddetti « casi di equilibrio », che vengono ripresi in esame, ampliati e definiti anche nella successiva Memoria del 14 giugno e in una lettera a Faraday. Essi permettono di determinare compiutamente la formula, confermando che n è maggiore di uno e quindi k negativa. Tra la fine di agosto e i primi di settembre del 1822 Ampère è a Ginevra, dove compie, insieme ai De La Rive, alcune nuove esperienze, per mezzo delle quali intravvede il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, senza però rilevarne tutta la portata. Nel febbraio 1823 Savary pubblica una Memoria in cui viene dimostrato come dalla formula e dall'ipotesi di Ampère si possa ricavare sia la formula di Coulomb relativa alla azione tra due elementi magnetici, sia la formula di Biot e Savart relativa all'azione tra una corrente rettilinea ed un ago magnetico. Il successo di Savary riconduce Ampère all'idea, accarezzata fin dall'inizio, di abbracciare in una stessa teoria matematica tutti i fenomeni dell'elettricità e del magnetismo.

Nel 1824 è nominato, in séguito ai grandi successi riportati nel campo dell'elettrodinamica, professore di fisica generale al Collège de France [4].

Tra il 1823 e il 1825 Ampère completa il quadro della sua teoria elettrodinamica, enunciando nuove esperienze che ne con-

[4] Per quanto riguarda l'attività di Ampère come professore, l'Arago riferisce un gran numero di aneddoti curiosi, un po' impietosi nei confronti del grande scienziato, dovuti tutti alla sua grande distrazione e timidezza, e conclude affermando che la vocazione di Ampère « era quella di *non* essere professore ». Anche se un accenno breve ma molto più favorevole, contenuto nella biografia del Sainte-Beuve, attenua un giudizio così categorico, è certo che l'attività di professore, e più ancora di ispettore scolastico, lo obbligò a trascurare più volte i prediletti esperimenti, assorbendo, specie negli ultimi anni, la maggior parte del suo tempo e delle sue energie e contribuendo a minarne la salute, già cagionevole.

fermano la validità, definendo tra l'altro il solenoide, applicando metodi di calcolo nuovi. Tutti questi risultati sono raccolti nella importante Memoria, presentata nel novembre del 1825 all'Académie, intitolata *Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici unicamente dedotta dall'esperienza* [5].

Le sue scoperte sono il frutto di un'intuizione felice, sviluppata, come lo stesso Ampère ha più volte sottolineato, con un metodo che si appoggia nel contempo su basi sperimentali e su rigorose argomentazioni matematiche. Mentre non vediamo qui l'opportunità di soffermarci ulteriormente sul contenuto dei singoli lavori di Ampère, preferendo rinviare per questo alle note introduttive anteposte ai vari scritti raccolti nel presente volume, ci sembra invece opportuno approfondire l'esame del metodo testé accennato, che riteniamo particolarmente idoneo a farci penetrare il significato più profondo dell'intera opera di Ampère.

È fuori dubbio, come abbiamo visto, che il primo impulso ad occuparsi specificatamente di elettrologia provenne ad Ampère dalle notizie apprese su una grande scoperta di carattere prettamente sperimentale. È altrettanto fuori dubbio che le sue prime ricerche ebbero anch'esse un prevalente carattere sperimentale. Ciò malgrado, noi scorgiamo sùbito, nell'impostazione stessa del suo lavoro, qualcosa che lo distingue nettamente dall'atteggiamento del grande fisico danese.

Formatosi nell'ambiente della « Naturphilosophie » romantica, Oersted non aveva sentito la necessità di elevare la propria indagine dal piano qualitativo a quello quantitativo; non si era sforzato di precisare i concetti adoperati nella descrizione delle proprie esperienze; si era limitato ad indicarne una spiegazione vaga e oscura che, per quanto ricca di spunti originali (in base ai quali ha potuto venir considerato come precursore di Faraday e di Maxwell), appariva – almeno a prima vista – più filosofica che scientifica.

L'educazione illuministica di Ampère lo avvia, invece, per una strada completamente diversa. Egli è animato da un estremo desiderio di precisione, che lo spinge, per un lato, a sottoporre

[5] Il volume degli *Atti* dell'Académie in cui essa è contenuta verrà pubblicato soltanto nel 1827; però l'autore aveva provveduto a stamparla per proprio conto già nel 1826, con pochissime varianti (tralasciando per esempio nel titolo l'aggettivo « matematica »).

i fenomeni osservati a esatte misure quantitative, per l'altro, a cercare definizioni rigorose delle grandezze via via studiate (sarà proprio questa esigenza a fargli cogliere, per primo, la fondamentale differenza fra corrente e tensione elettrica). Ma vi è di più: egli possiede un'ottima preparazione matematica, e, come tutti i maggiori scienziati illuministi, nutre una grande fiducia nell'ausilio che questa scienza può fornire alla fisica. Sottopone pertanto le idee suggeritegli dall'esperienza a un'elaborata trattazione matematica che gli consente di raggiungere un rigore del tutto sconosciuto al fisico danese (basti ricordare che, per fornire la prova teorica dell'equivalenza tra una spira percorsa da corrente e una lamina magnetica, risolve un difficilissimo problema sugli integrali, dimostrando per primo una formula oggi solitamente nota come « teorema di Stokes »).

Se teniamo conto di ciò, non possiamo stupirci che egli si proclami esplicitamente discepolo di Newton: « Osservare dapprima i fatti, variarne le circostanze quanto più è possibile, accompagnare questo primo lavoro con misure precise per stabilire leggi generali fondate unicamente sull'esperienza e dedurre dalle leggi così ottenute, indipendentemente da ogni ipotesi sulla natura delle forze che producono i fenomeni, il valore matematico di queste forze, cioè la formula che le rappresenta, questa è la via che ha seguìto Newton. Essa è stata, in generale, adottata in Francia dagli scienziati ai quali la fisica deve gli immensi progressi che ha fatto in questi ultimi tempi, ed *è pure quella che mi è servita di guida in tutte le mie ricerche sui fenomeni elettrodinamici* » (il corsivo è ovviamente nostro).

Già il titolo della Memoria *Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici unicamente dedotta dall'esperienza* ha un tenore caratteristicamente newtoniano: l'aggettivo « matematica » sembra infatti richiamare esplicitamente il titolo della massima opera dello scienziato inglese (*Philosophiae naturalis principia mathematica*); così pure le parole « unicamente dedotta dall'esperienza » sembrano voler sottolineare il desiderio di Ampère di attenersi con scrupolo alle famose *Regulae philosophandi* anteposte da Newton al terzo libro dei *Principia*.

L'articolarsi delle argomentazioni segue poi da vicino lo schema dei *Principia*, come viene efficacemente sottolineato dal nostro stesso autore: « dopo aver scoperto un gran numero di fatti che nessuno aveva osservato prima di me, ho determinato, con la sola esperienza e seguendo la via tracciata da questo

sommo [Newton] dapprima le leggi dell'azione elettrodinamica, poi l'espressione analitica della forza che si sviluppa fra due elementi di filo conduttore ed infine ho dedotto da quella espressione tutte le conseguenze esposte in questa Memoria ».

All'esperienza farà di nuovo ricorso solo per constatare che i fatti si svolgono realmente secondo le regole previste e per indicare alcune applicazioni pratiche di particolare interesse.

La teoria può venire dichiarata « unicamente dedotta dall'esperienza » perché è dall'esperienza che viene ricavata – secondo Ampère – la sua formula fondamentale; e può nel contempo venire dichiarata « teoria matematica » perché è con algoritmi matematici che vengono derivate le leggi specifiche, cui obbediranno i singoli fenomeni elettrodinamici.

Per quest'ultimo aspetto l'opera ci appare oggi un vero capolavoro di « fisica matematica », espressione del resto che venne coniata appunto dal nostro autore.

Per l'impostazione newtoniana del metodo e per il carattere newtoniano che Ampère pone in evidenza nella forza che agisce tra due elementi di corrente, egli ha potuto essere definito a ragione il « Newton dell'elettrologia ».

Una lettura, sia pure rapida, della Memoria in esame ci fa però rilevare nel complesso lavoro testé accennato anche un altro fattore, che era presente, del resto, nelle stesse Memorie particolari comunicate dal nostro autore all'Académie fra il 1820 e il 1825. Esso consiste nell'ideazione della famosa ipotesi di Ampère sulla costituzione delle molecole dei corpi magnetizzati.

La comparsa di questo fattore ha un'importanza di primo piano nella valutazione del newtonianesimo di Ampère. Non possiamo infatti dimenticare che Newton si rifiutò sempre ed energicamente di cercare la causa della forza gravitazionale e, per giustificare questo rifiuto, enunciò il famoso canone riassunto dal motto « hypotheses non fingo ». Ampère si attiene senza dubbio a questo insegnamento nel non pretendere di fornire una spiegazione della forza che agisce tra elementi di corrente, però non teme di allontanarsene nell'avanzare una spiegazione della « natura » del magnete sulla base dei fenomeni elettrodinamici.

Se teniamo conto che il modello delle correnti particellari compì una funzione essenziale nel quadro delle indagini di Ampère, non possiamo nascondere l'impressione che su questo punto la sua fedeltà al metodo newtoniano non sia così completa quanto egli credeva. Se è vero che egli condanna esplicitamente

le ipotesi fisico-filosofiche di Cartesio, vero è però che il ricorso ai modelli come elemento fondamentale di spiegazione scientifica può venire fatto risalire più alla tradizione cartesiana che a quella newtoniana. Va però aggiunto che il modello introdotto da Ampère per spiegare il magnetismo non è di tipo rigorosamente meccanicistico, in quanto si avvale di risultati attinti non dalla dinamica pura ma dall'elettrodinamica. Inoltre egli vede nel modello non tanto una verità metafisica quanto uno stimolo ad ulteriori ricerche. « Le epoche nelle quali si sono ricondotti ad un principio unico fenomeni prima considerati come dovuti a cause assolutamente diverse sono state quasi sempre accompagnate dalla scoperta di molti fatti nuovi, poiché un nuovo modo di concepire le cause suggerisce un gran numero di esperienze da tentare, di spiegazioni da verificare ».

Fu o non fu egli consapevole che l'ideazione di un modello atto a spiegare l'identità fra magnetismo ed elettricità poteva costituire una infrazione al canone newtoniano? Certamente egli fu ben consapevole dei pericoli insiti in questo passo, tanto che non si stancò di ripetere che la legge elementare elettrodinamica è del tutto indipendente dal modello in questione: quella è secondo lui autentica verità scientifica, questo una mera ipotesi, un utile strumento di lavoro.

Sul momento, e per quasi tutto l'Ottocento, l'ardita ipotesi di Ampère – che, come scrive M. Gliozzi, « costituisce la parte più geniale della sua opera » – ottenne scarso successo. Contro di essa vennero sùbito sollevate numerose e aspre critiche da parte dei fisici che vanno senz'altro annoverati fra i migliori dell'epoca (pare che soltanto Fourier l'abbia accolta, forse anche in ragione di una certa analogia con la sua teoria del calore). Certo è che lo stesso grande Laplace la respinse per il semplice motivo – a quanto scriveva Ampère in una lettera a Davy del 1824 – che « l'identità dell'elettricità e del magnetismo scombussolava il suo modo di considerare le cose ».

Ma non era soltanto il carattere eccessivamente innovatore dell'ipotesi ad ostacolarne l'accettazione; né era soltanto la naturale viscosità, o, per dirla in termini magnetici, isteresi delle idee scientifiche (di quella come di quasi tutte le epoche) a suscitare nei suoi confronti tante diffidenze. Vi erano anche delle ragioni più serie, dovute al fatto che la scienza di quegli anni non era ancora in grado di giustificare la permanenza – ipotizzata da Ampère – delle correnti elettriche circolanti intorno alle molecole

dei corpi magnetizzati. Bisognerà giungere ai primi del '900 perché il fisico olandese Kamerlingh Onnes dimostri, nel suo celebre laboratorio criogeno di Leida, che a bassissime temperature possono esistere « correnti elettriche inerziali », cioè correnti elettriche che una volta « eccitate » continuano a sussistere « per inerzia ».

Come è noto, i modelli atomici moderni postulano l'esistenza di elettroni rotanti intorno al nucleo; non è difficile riconoscervi un'analogia abbastanza stretta con la geniale intuizione di Ampère. Ci siamo permessi di richiamare in proposito due efficaci e chiare citazioni. Sostiene il Mailloux: « Ai nostri giorni, nessuno ha più dubbi sulla validità della teoria di Ampère: in realtà, si può dire che tutti trovino ora naturale considerare il magnetismo come un fenomeno nello stesso tempo molecolare e cinetico. Certi fisici moderni parlano, è vero, di elettroni in movimento anziché di correnti molecolari come Ampère; ma in realtà essi non fanno altro che rivestire di un abito moderno l'idea ottocentesca. Questa idea è restata sostanzialmente la stessa; e questa sostanza di fondo noi la dobbiamo proprio ad Ampère e a nessun altro ». Scrive inoltre il Perucca nel suo trattato di *Fisica generale e sperimentale*: « Ad Ampère spetta il grande merito di aver proposto una interpretazione dei fenomeni magnetici che, *mutatis mutandis*, è ancor oggi valida e riconduce i fenomeni magnetici ad azioni fra correnti elettriche ».

Se l'ipotesi delle correnti particellari dovette attendere poco meno di un secolo per venire accolta con tutti gli onori nel grande patrimonio della fisica, migliore fortuna toccò alle scoperte di Ampère sull'elettrodinamica. Sia pure attraverso vivaci polemiche, esse riuscirono in breve tempo ad imporsi in tutti i più avanzati ambienti scientifici europei (vedasi ad esempio la lettera del figlio dalla Germania, in data 9 aprile 1827) e costituirono uno dei fattori determinanti del grande sviluppo dell'elettrologia nel secolo XIX. Taluno si è rammaricato che il grande scienziato francese abbia sfiorato da vicino alcune altre leggi fondamentali di questa disciplina, senza pervenire alla loro effettiva determinazione; ciò va detto in particolare per la legge, poi scoperta da Ohm, che collega l'intensità di corrente alla tensione elettrica e alla resistenza dei conduttori, nonché per la scoperta dell'induzione elettromagnetica, che venne bensì intravista, come abbiamo accennato, dal nostro autore nel 1822, ma sulla quale egli ebbe il torto di non insistere a sufficienza. Non vi è dubbio

che, se Ampère avesse compiuto il brevissimo passo che gli sarebbe stato sufficiente per raggiungere questi risultati, lo sviluppo dell'elettrologia avrebbe potuto guadagnare alcune preziose decine d'anni. Ciò che lo trattenne dal compierlo fu probabilmente il prevalere di altri interessi, e in primo luogo la preoccupazione, in lui vivissima, di difendere la sua famosa ipotesi sulla natura del magnetismo.

È certo, comunque, che i suoi contributi – pur nei limiti testé accennati – ebbero un peso enorme non solo nei riguardi dello sviluppo teorico dell'elettrologia, ma anche nei riguardi delle applicazioni pratiche di questa disciplina, per le quali Ampère dimostrò costantemente il più vivo interesse. In base a tali motivi, egli è giustamente considerato da tutti i più seri studiosi della scienza e della tecnica, uno dei fondatori della moderna elettrotecnica.

Merita di venire sottolineato che questo unanime riconoscimento è tanto più significativo in quanto Ampère non fu soltanto un pratico o soltanto uno sperimentatore, ma fu anche (e vorremmo dire in primo luogo) un teorico, un matematico, e perfino un filosofo. Il fatto è che per aprire nuove vie, sia nel campo delle scienze pure sia nel campo delle scienze applicate, occorre una ricchezza di idee e di interessi (una potenza di « fantasia scientifica ») che non può albergare se non in un animo di profonda e vastissima cultura.

Dopo il 1825, come già abbiamo ricordato, l'attività di André-Marie Ampère in elettrologia si diradò sempre più fino a cessare del tutto. Oltre alle preoccupazioni di carattere finanziario e al declinare della sua salute, il motivo di questo progressivo disinteresse va ricercato soprattutto nel fatto che tornarono a prevalere in lui gli interessi filosofici, non più legati però, come nella giovinezza, alla necessità di risolvere dubbi religiosi (la sua fede cristiana era ormai ben consolidata da anni), ma direttamente impegnati in problemi teoretici, concernenti in particolare modo i rapporti tra i diversi rami della conoscenza umana. È bene d'altro canto ricordare che questi interessi non erano mai venuti meno, nemmeno negli anni di maggiore attività scientifica, tanto che Ampère considerò sempre la ricerca filosofica come la principale e la più importante tra le sue numerose attività; scriveva ad esempio lo stesso Ampère all'amico Roux nel 1814, a proposito delle sue ricerche nel campo della chimica: « La mia scoperta

sarà forse, dopo quanto ho fatto in metafisica, la cosa più importante che io abbia concepito; dico dopo la metafisica perché quest'ultima scienza è per me la sola veramente importante ».

Per comprendere l'orientamento filosofico di Ampère, bisogna rifarsi a quello di Maine de Biran, col quale egli mantenne una continua corrispondenza su questioni metafisiche. Pur derivando dal gruppo degli ideologi, e quindi indirettamente dalla grande tradizione illuministica, Biran afferma la creatività dello spirito contro una concezione passiva del conoscere, si richiama al concreto contro il tentativo di ridurre il pensiero ad un mero sistema di idee astratte, ribadisce il valore della persona contro la pretesa riduzione dell'individuo a puro meccanismo. Tutto ciò gli permette di ricuperare la religione su un piano di esperienza personale, contro cui non valgono le critiche sollevate nel secolo precedente dagli illuministi. « Il fatto religioso non è più qualcosa di esteriore, ma un'esperienza che deve essere vissuta per essere compresa. Soltanto allora l'insufficienza delle prove tradizionali non appare più come un ostacolo insormontabile e la " prova sperimentale " dell'esistenza di Dio è trovata ». Si tratta manifestamente di alcuni dei temi più caratteristici dell'indirizzo spiritualistico, che influenzeranno una notevole parte del pensiero francese dell'800. Negli ultimi anni della sua vita Biran li svilupperà in direzione sempre più intimistica, fino a sfociare in posizioni assai prossime al misticismo.

Pur condividendo in linea generale questo indirizzo, Ampère non segue l'amico Biran nella conclusione mistica, limitandosi invece ad insistere sul carattere attivo e personale della conoscenza. Il punto di partenza della sua argomentazione è che le impressioni sensibili sono integrate dal ricordo di precedenti impressioni e costituiscono complessi che Ampère chiama « concrezioni ». Già in questa integrazione il soggetto è attivo, ma la sua attività si esprime pienamente nell'« effort » che accompagna l'intero processo attraverso il quale l'individuo tende a porsi a contatto con la realtà (sforzo però che non è, come intendeva Biran, necessariamente muscolare). Ampère ha creduto di poter così trovare « il filo elettrico che congiunge il mondo visibile con il mondo invisibile », il ponte che permette di passare dai fenomeni (sensazioni, sentimenti) ai noùmeni di Kant o sostanze. Questa realtà noumenica si presenta a noi attraverso le relazioni profonde che la fisica scopre al di sotto dei fenomeni e che riesce ad esprimere in formule matematiche. Non si ha qui, come in

altri filosofi dell'epoca, un semplice ricorso al senso comune, ma un'applicazione legittima dell'ipotesi scientifica e del calcolo delle probabilità. In altri termini, l'anima, che rivela la propria esistenza attiva nello « sforzo », è anche quella che viene a scontrarsi con l'oggettività della materia e tenta di tradurne i caratteri in ipotesi scientifiche. Un esame concreto dell'« effort », come si rivela nell'attività del nostro effettivo conoscere, permette, secondo Ampère, di articolare il processo conoscitivo in quattro momenti fondamentali, che si susseguono ordinatamente l'uno all'altro. Lo spirito umano compie anzitutto un esame semplice e superficiale dell'oggetto (è il punto di vista *autottico*); si sforza poi di scoprire ciò che in esso si nasconde (punto di vista *criptoristico*); studia inoltre le variazioni che l'oggetto subisce col mutare dei luoghi e dei tempi (punto di vista *troponomico*) e infine ricerca tutte le relazioni profonde che possono esistere tra gli oggetti esaminati (punto di vista *criptologico*). Questo susseguirsi di vari punti di vista si può riscontrare in ogni campo dell'indagine umana e sta alla base, secondo Ampère, della distinzione delle varie scienze e della classificazione « naturale » delle medesime. I due rami principali della classificazione sono costituiti dalle scienze cosmologiche e dalle scienze noologiche; le ulteriori suddivisioni di un gruppo sono parallele a quelle dell'altro gruppo. Per Ampère questa classificazione è di estrema importanza per cogliere il significato profondo di ciascuna scienza, significato che proviene dai suoi rapporti con le altre scienze e con l'intero albero del sapere. A questo proposito è indicativo che, a quanto egli stesso ci dice, si sia soffermato a lungo su questo problema già nei corsi di fisica che svolgeva al Collège de France nel 1830-31. Ad esso dedicherà una gran parte della sua attività negli ultimi anni della sua vita, scrivendo sull'argomento un'opera che egli riteneva la « summa » della propria attività scientifico-filosofica. Si tratta del *Saggio sulla filosofia delle scienze*, di cui Ampère poté vedere pubblicato soltanto il primo volume, uscito nel 1834. Infatti, nel 1836, a Marsiglia, durante un giro di ispezione, egli si spense serenamente, senza aver potuto portare a termine l'opera a cui tanto teneva. Nel 1843, il figlio Jean Jacques curò la pubblicazione del secondo volume del *Saggio*. La classificazione delle scienze sopra accennata dovrebbe, secondo Ampère, delineare anche le vie per precisare e risolvere il problema dei rapporti tra scienza e religione. Sembra opportuno ribadire qui che l'impegno di Ampère non è più ormai di risolvere i dubbi della

fede, ma di determinare la collocazione delle verità religiose, acquisite attraverso un'incontestabile esperienza personale, nel quadro complessivo delle conoscenze umane.

L'esame, pur schematico, che abbiamo or ora condotto della figura e dell'attività di Ampère ci permette di tentare una ricapitolazione dei punti per noi essenziali della sua personalità e degli aspetti che consentono di racchiudere in una visione unitaria i molteplici lati della sua opera. Non si potrebbe comprendere questa complessità e pluralità senza tener presente la prevalenza che sempre ebbe in lui l'interesse filosofico-religioso, dal quale nasce la serietà costante del suo impegno scientifico e morale. Tale serietà, che in Ampère si univa ad un'eccezionale fantasia scientifica, non poteva albergare se non in uno spirito fermo e lungimirante, sempre disponibile ad accogliere nuove ipotesi, nella coscienza della continua possibilità di progresso della scienza e dell'umanità.

In una lettera all'amico Bredin, Ampère scriveva: « Felice chi coltiva una scienza nell'epoca in cui essa non è completa, ma quando la sua ultima rivoluzione è matura ». C'è in questa frase tutto il suo appassionato amore per la scienza e la consapevolezza dell'importanza delle proprie ricerche, ma ci sono anche i limiti insiti nel suo tempo, poiché egli non si rese forse conto che l'ultima rivoluzione di una scienza non è mai matura. Questa mancata visione della perenne possibilità di nuove rivoluzioni nell'àmbito di ogni singola scienza, avrebbe avuto più gravi conseguenze, se Ampère non avesse inserito le discipline particolari da lui coltivate in un quadro generale del sapere umano, considerato invece suscettibile di continuo progresso alla luce della sua fede religiosa.

A proposito di questa fede, occorre fare qualche precisazione per mettere in luce, anche in questo campo, la coscienza e la consapevolezza di Ampère nel vivere la propria religione. Essa non ha mai avuto per lui il carattere di una fede tradizionalmente ereditata e mantenuta senza scosse e senza interferenze con la sua attività intellettuale e con le sue idee morali e politiche: non è stata insomma una fede conservata « nonostante » la sua attività scientifica. È stata troppo diffusa l'immagine stereotipata di Ampère, devotamente inginocchiato a recitare il rosario in Notre-Dame, così come lo raffigura un quadretto del tempo, chiaramente destinato all'edificazione e conversione dei giovanetti. La

Ampère in una litografia del sec. XIX.

fede di Ampère fu in realtà qualcosa di più alto e più drammatico: non gli furono risparmiati né i grandi dolori né i dubbi religiosi. Ce ne dà soprattutto testimonianza tutta la corrispondenza tra Ampère e Bredin dalla quale risulta tra l'altro che le prime perplessità nacquero in Ampère proprio dalla constatazione che Dio non aveva concesso a tutti gli uomini la felicità. Egli ci ha dato però l'intelligenza e la forza per operare fattivamente sul creato, al fine di ridurre i mali da cui è afflitta l'umanità, e lo strumento più efficace per conseguire questo scopo è proprio, secondo Ampère, la scienza, nel suo aspetto conoscitivo e nelle sue applicazioni tecniche. Vista in questa luce, l'attività specifica dello scienziato non solo non contrasta con la fede, ma anzi acquista un valore profondamente religioso.

Proprio questa consapevolezza dell'intimo legame tra teoria e pratica, tra idea e fatto concreto, tra religione e vita ed in particolare tra religione e attività scientifica, spiega come il filo conduttore di tutta l'attività di Ampère possa essere rintracciato nella sua preoccupazione costante di carattere sociale ed etico, tesa a vincere i mali del mondo e, attraverso questa vittoria, a elevare la coscienza degli uomini.

«Coloro che non lo hanno conosciuto», scrive il figlio Jean Jacques nell'introduzione al secondo volume del *Saggio sulla filosofia delle scienze*, « troveranno in questi capitoli qualche traccia dei puri sentimenti di umanità di cui, si può ben dire, ardeva la sua anima. Sotto l'apparente aridità delle formule, si scoprirà un vivo desiderio per la felicità e il miglioramento degli uomini; lo si vedrà cercare, cito le sue parole, " di stabilire le leggi generali sui mutui rapporti fra i diversi gradi di benessere o di disagio dei vari popoli e su tutte le cause da cui dipendono, quali le abitudini e i costumi di quelli che lavorano, il loro maggiore o minore livello di istruzione, la loro maggiore o minore previdenza per i bisogni futuri loro e delle loro famiglie; il sentimento del dovere che si sviluppa negli uomini man mano che la loro intelligenza si perfeziona, i diversi gradi di libertà di cui godono, da quello dello schiavo fino a quello del contadino norvegese o dell'operaio di New York o di Filadelfia ". Questi grandi problemi che preoccupavano mio padre facevano parte di una scienza da lui denominata *cenolbologia*. La parola può sembrare strana, ma traducetela: è la *scienza della felicità pubblica* ».

MARIO BERTOLINI

NOTA BIOGRAFICA

1775 22 gennaio. André-Marie Ampère nasce a Poleymieux-les-Mont-d'Or (Lione) da Jean Jacques Ampère, commerciante, e da Jeanne Antoinette Sarcey de Sutières.

1775-1793 André-Marie trascorre la sua infanzia e la sua adolescenza con i genitori, ritiratisi dal commercio, in una piccola proprietà di campagna. Quivi, lontano da ogni scuola, si svolge, in parte sotto la guida del padre, molto autodidatticamente, la sua straordinaria formazione culturale.

1793 Il padre, che nel frattempo era stato nominato giudice di pace a Lione e aveva continuato a svolgere queste sue funzioni anche durante l'assedio della città, è condannato e messo a morte da un tribunale rivoluzionario.

1793-94 Stasi completa di ogni attività del giovinetto Ampère, rimasto come inebetito dal dolore per la tragica morte del padre.

1794-96 Si dedica alla botanica e allo studio dei poeti latini.

1796 Incontra Julie Caron e se ne innamora.

1796-1801 Per ragioni economiche, anche per volere dei genitori di Julie, si trasferisce a Lione per dare lezioni di matematica.

1799 Sposa Julie Caron.

1800 Nasce il figlio Jean Jacques.

1801 Viene nominato professore alla Scuola centrale dell'Ain a Bourg, il che lo costringe a una forzata lontananza dalla moglie e dal figlio.

1802 Pubblica il suo primo lavoro matematico: *Considerazioni sulla teoria matematica del gioco,* che viene notato da Delambre.

1803 Pubblica: *Memorie sugli invarianti differenziali sulle curve.*

1804 Viene nominato professore di Matematica e Astronomia al Liceo di Lione. Il 13 luglio muore la moglie Julie. Ampère si trasferisce a Parigi e, su proposta di Delambre, Lalande e Laplace, è nominato ripetitore di analisi matematica all'Ecole Polytechnique.

1805 Secondo matrimonio, che si rivela molto presto infelice.

1806 Viene nominato segretario del Bureau consultatif des Arts et des Métiers. Pubblica la *Dimostrazione del principio delle velocità virtuali, svincolata dalla considerazione degli infinitesimi.*

1807 Succede a Labey come professore di analisi all'Ecole Polytechnique.

1808 Viene nominato ispettore generale delle Università. Nascita della figlia Albine.

1809 Succede a Lacroix nella cattedra di Meccanica all'Ecole Polytechnique (cattedra che terrà fino al 1827).

1814 Viene nominato membro dell'Académie des Sciences (Institut) nella sezione di Geometria.
Lettera a Berthollet sulla *Determinazione delle proporzioni nelle quali i corpi si combinano secondo il numero e la disposizione rispettiva delle molecole di cui sono composte le loro particelle integrate.*

1815 Pubblica le *Considerazioni generali sugli integrali delle equazioni alle derivate parziali* e la *Dimostrazione di un teorema da cui si possono dedurre tutte le leggi della rifrazione ordinaria e straordinaria.*

1818 Acquista insieme alla sorella una casetta in rue des Fossés-Saint-Victor, dove costruirà tutti gli strumenti necessari alla maggior parte delle sue esperienze.

1819 Viene nominato professore di filosofia alla Facoltà di Lettere.

1820 È nominato supplente alla cattedra di astronomia dell'Università.
1° luglio – Memoria di Oersted, relativa a esperienze compiute nel 1819: *Experimenta circa effectum conflictus electrici in acum magneticum.* Ampère si trovava in questo periodo in viaggio di ispezione ad Amiens.
4 settembre e 11 settembre – Arago riferisce all'Académie sulla ripetizione dell'esperienza di Oersted, compiuta a Ginevra dal De La Rive e la riproduce. Ampère assiste alle due sedute senza però intervenire nella discussione.
Dal 18 settembre al 15 gennaio 1821 Ampère presenta dieci relazioni, raccolte poi in tre Memorie, nelle quali elabora la sua teoria sugli effetti elettromagnetici, sull'azione mutua di due conduttori voltaici e descrive minutamente gli apparecchi necessari per i suoi esperimenti.

1821 Le preoccupazioni finanziarie e una malattia determinano una certa stasi nella sua attività scientifica.

1822 Presenta all'Académie altre sei Memorie su argomenti di elettrodinamica, in séguito alla scoperta delle rotazioni elettrodinamiche di Faraday. Enuncia per la prima volta i casi di equilibrio e riferisce sulle esperienze compiute a Ginevra insieme ai De La Rive alla fine dell'agosto.

1824 Presenta altre due Memorie, nelle quali definisce il solenoide. Gli viene tolta la carica di ispettore che ricopriva da 16 anni: gravi preoccupazioni economiche.
Viene nominato, dopo la rinuncia alla candidatura da parte di Fresnel, professore di Fisica generale al Collège de France. Da questo momento la sua attività viene assorbita in gran parte dall'insegnamento e la sua salute incomincia a declinare.
Pubblica le *Considerazioni filosofiche sulla determinazione del sistema solido e nervoso degli animali articolati.*

1825 Presenta altre due Memorie sull'elettrodinamica, nelle quali definisce la « lamina magnetica » ed inoltre la grande Memoria dal titolo *Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici unicamente dedotta dall'esperienza.*

1826 Pubblica una *Memoria sulle equazioni generali del movimento.* Inoltre pubblica in un volume a parte la grande *Teoria,* togliendo però dal titolo l'aggettivo « matematica ».

1828 Colpito da bronchite cronica, passa l'inverno a Hyères.

1829 Ancora malato, passa di nuovo l'inverno a Hyères e viene sostituito da Savart al Collège de France.

1831-32 Tiene un corso di Matesiologia e polemizza col Cuvier sullo sviluppo degli esseri viventi, sostenendo le teorie del Sainte Hilaire.

1832-33 Viene ancora supplito dal Savart e dal Bécquerel. Le condizioni di salute e le preoccupazioni finanziarie peggiorano sempre.

1834 Viene pubblicato il primo volume del *Saggio sulla filosofia delle scienze.*

1836 Logorato dal lavoro, durante un giro di ispezione, cade malato a Roanne. Vuole continuare il viaggio, ma, nel collegio di Marsiglia, ha una ricaduta e muore serenamente il 10 giugno 1836 alle 5 del mattino.

1843 Esce postumo, a cura del figlio Jean Jacques, il secondo volume del *Saggio sulla filosofia delle scienze*, preceduto da due lunghe biografie, la prima che considera gli aspetti umani della personalità di Ampère, scritta dal Sainte-Beuve, e l'altra, del Littré, che si sofferma soprattutto sulla sua opera scientifica.

1869 La salma di Ampère viene traslata nel cimitero di Montmartre a Parigi, accanto a quella del figlio.

1881 Il Comitato Internazionale Pesi e Misure decide di chiamare « ampere » l'unità di misura della corrente elettrica, in onore del grande scienziato scomparso.

NOTA BIBLIOGRAFICA

Non esiste una edizione nazionale né una collezione completa delle opere di Ampère. I suoi scritti, numerosissimi e molto vari, sono disseminati in pochi volumi, in Memorie dell'Académie des Sciences di Francia, in quelle dell'Académie di Bruxelles, nelle principali riviste scientifiche del tempo, in lettere e frammenti vari.

Il maggior numero degli scritti di elettrodinamica e di elettromagnetismo, a parte la *Théorie* del 1825, si può trovare nel *Récueil d'observations électrodynamiques*, Parigi, 1822, e nei tomi II e III, curati dal Joubert, della *Collection des Mémoires rélatifs à la Physique*, edita dalla « Société française de Physique », 1885.

Diamo qui di séguito un elenco delle più significative pubblicazioni di André-Marie Ampère, suddivise per argomento:

MATEMATICA:

Considérations sur la théorie mathématique du jeu, letto alla Société d'émulation et d'agriculture de l'Ain nel 1802 e quindi stampato dai fratelli Périsse, Lione, 1802.

Mémoire sur les invariants différentiels dans les courbes, presentata all'« Institut primaire » di Lione nel 1803.

Recherches sur l'application des formules générales du calcul des variations aux problèmes de la Mécanique, letta all'Académie nel maggio 1803, Mémoires des savants étrangers, tomo I.

Démonstration générale du principe des vitesses virtuelles dégagée de la considération des infiniment petits, « Journal de l'École Polytechnique », XIII quaderno, 1806.

Recherches sur quelques points de la théorie des fonctions dérivées, « Journal de l'École Polytechnique », XIII quaderno, 1806.

Démonstration de la loi de Mariotte, letta all'Académie il 24 gennaio 1814.

Considérations générales sur l'intégration des équations aux différentiels partiels, « Journal de l'École Polytechnique », XVII-XVIII quaderni, Parigi, 1815.

Démonstration d'un théorème d'où l'on peut déduire toutes les lois de la réfraction ordinaire et extraordinaire, « Mémoires de l'Institut de France », XIV, Parigi, 1816 (letta all'Académie il 27 marzo 1815).

Mémoires sur les équations générales du mouvement, « Journal des Mathématiques », 1826.

Mémoires sur la détermination de la surface courbe des ondes lumineuses dans un milieu dont l'élasticité est différent suivant les trois dimensions, letta all'Académie il 26 agosto 1828, « Annales de Chimie et de Physique », 1828.

ELETTRODINAMICA ED ELETTROMAGNETISMO:

Récueil d'observations électrodynamiques, Parigi, 1822.

Sur la détermination de la formule qui représente l'action mutuelle de deux portions infiniment petites de conducteurs voltaïques, « Annales de Chimie et de Physique », tomo XX, 1822.

Précis de la théorie des phénomènes électrodynamiques, Parigi, 1824.

Mémoire sur la théorie mathématique de phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience. Porta la data del 1823, ma è stata pubblicata solo nel 1827. Contiene, come verrà meglio precisato nel corsivo preposto alla Sezione II, l'esposizione sistematica dei risultati comunicati all'Académie nelle letture del 4 e 26 dicembre 1820, del 10 giugno 1822, del 22 dicembre 1823, del 12 settembre e 28 novembre 1825. Nel 1964 l'editore Gauthier-Villars, Parigi, ha ristampato un *Extrait du mémoire « De l'action sur un courant électrique par un autre courant, le globe terrestre ou un aimant ».*

Mémoire sur l'action mutuelle d'un conducteur et d'un aimant, « Annales de Chimie et de Physique », tomo XXXVII, 1826.

CHIMICA:

Lettre à Berthollet sur la détermination des proportions dans lequelles les corps se combinent, d'après le nombre et la disposition respective des molécules dont les parties intégrantes sont composées, « Annales de Chimie », XC, 1814.

SCIENZE NATURALI:

Considérations philosophiques sur la détermination du système solide et du systhème nerveux des animaux articulés, « Annales des Sciences naturelles », 1824.

FILOSOFIA:

Essai sur la philosophie des sciences. Il primo volume fu pubblicato a Parigi nel 1834. Il secondo volume, curato dal figlio Jean Jacques, uscì postumo nel 1843, corredato da due introduzioni biografiche curate dal Sainte-Beuve e dal Littré. Di questo saggio è stata pubblicata una ristampa presso le edizioni « Culture et Civilisation », Bruxelles, 1966.

LETTERE:

Esistono due buone collezioni:

André-Marie Ampère et Jean Jacques Ampère: correspondance, a cura di Henriette Chevreux, Parigi, 1875.

Correspondance du Grand Ampère, a cura di L. Launay, Parigi, 1936.

Le lettere di carattere scientifico si trovano nei già citati *Recueil d'observations électrodynamiques,* 1822 e *Collection de memoires rélatifs à la physique,* tomi II e III, curati dal Joubert. Molte lettere inedite si trovano tra i documenti dell'Institut, dell'Ecole Polytechnique e dell'Ecole Normale.

Dell'opera di Ampère si parla ampiamente in ogni storia della scienza e in tutti i trattati di fisica e di elettrologia. Per il significato dei suoi studi matematici, rimandiamo al corsivo premesso alla sezione I. Per la conoscenza della personalità di Ampère sono molto importanti i due saggi di Sainte-Beuve e Littré (pubblicati sulla « Revues des deux mondes », Parigi, 1837 e poi premessi come prefazione al secondo volume, postumo, dell'*Essai sur la philosophie des sciences,* pubblicato nel 1843), l'uno dedicato alla figura umana, l'altro all'attività scientifica del grande scienziato, nonché le *Notices biografiques* di Arago (Parigi, 1839). Sulla concezione filosofica di Ampère, si può trovare qualche cenno in alcune storie della filosofia, sebbene in misura forse inferiore ai suoi meriti, almeno a giudizio del curatore. Può essere utile a questo proposito il volume di Barthélemi-Saint-Hilaire: *La philosophie des deux Ampère,* Parigi, 1866.

Ma il quadro più completo della vita e dell'opera di Ampère ci è fornito da un numero speciale della « Revue Générale de l'Electricité », del novembre 1922, nel quale sono raccolti, insieme ai discorsi pronunciati durante le feste commemorative del cen-

tenario delle scoperte di Ampère, numerosi saggi di diversi autori. Tra questi citiamo in particolare:

P. APPEL, *Ampère, mathématicien.*

L. DE LAUNAY, *Ampère: son œuvre chimique.*

P. BOUCHEROT, *Ampère, le philosophe et l'homme.*

G. GOUY, *Ampère: son œuvre en électricité.*

H. COQUET, *Ampère, sa vie.*

Tra i contributi più recenti ricordiamo:

P. HAMMOND, *A. M. Ampère: il Newton dell'elettricità*, in « Journal of the Institution of Electrical Engineers », Londra, maggio 1961.

In Italia la critica amperiana non è particolarmente ricca; possiamo comunque rinviare a due interessanti studi di carattere specifico:

L. DONATI, *La teoria del magnetismo di Ampère secondo le viste moderne*, in « Elettrotecnica », Milano, 25 maggio 1923.

R. SARTORI, *Ampère*, Brescia, 1946.

La presente edizione.

Nell'impossibilità e forse inopportunità di tradurre tutte le opere di Ampère, siamo stati tentati, per la nostra professione di ingegnere, di riportare integralmente tutti gli scritti di elettrodinamica e di elettromagnetismo, ossia quelli delle materie per le quali il grande scienziato è passato alla posterità.

Ma un più maturo esame e – ci si scusi l'espressione – un più amorevole studio della personalità di Ampère ci ha fatto scegliere un'altra via. Questo per diverse considerazioni. Anzitutto non ci è sembrato giusto limitarci alla produzione di sei, sette anni (quale è stata quella di Ampère in elettrologia), mentre l'attività scientifica del nostro Autore è durata, sempre notevolissima e di alto livello, una trentina di anni. Inoltre la figura e l'influenza di uno scienziato nella storia della cultura non possono essere circoscritte all'invenzione e allo studio che hanno avuto uno specifico peso in una particolare disciplina. Perciò ci è parso più consono allo spirito stesso della presente collezione includere nella nostra raccolta parte delle opere sulle varie materie delle quali Ampère si è occupato, affinché dall'insieme potesse emergere la sua figura in modo, per quanto possibile, completo: figura invero poliedrica ed interessantissima, sia dal lato umano, sia sotto l'aspetto scientifico e filosofico. Infine, la riproduzione

completa degli scritti di Ampère riguardanti l'elettrodinamica porterebbe, dato il modo tumultuoso in cui lavorava Ampère, ad inutili e talvolta fastidiose ripetizioni.

Perciò, pur dando alla produzione in elettrologia la maggior parte dello spazio, abbiamo creduto opportuno riportare parzialmente o integralmente lavori riguardanti altre discipline.

Precisamente abbiamo suddiviso il nostro volume in quattro sezioni. La prima è riservata ai lavori scientifici di Ampère, redatti prima della scoperta dell'elettrodinamica, i quali sono di carattere matematico o chimico. Abbiamo destinato la seconda sezione all'elettrologia: dopo alcune memorie iniziali, abbiamo tradotto integralmente la grande Memoria conclusiva, nella quale si possono ritenere riassunti tutti i risultati degli studi di Ampère in questo campo. Nella terza sezione abbiamo riportato alcune parti del suo *Saggio sulla filosofia delle scienze*, dopo un rapido sguardo all'intera opera. Infine abbiamo raccolto nella quarta sezione alcune lettere che ci sono sembrate particolarmente significative per lumeggiare la figura e il pensiero di Ampère.

La traduzione è stata effettuata nel modo più letterale possibile, anche a costo di sacrificare talvolta un po' il periodo italiano, perché ci è sembrata doverosa la massima fedeltà al testo originale.

Abbiamo apposto varie note esplicative, sia per dare qualche indicazione sulla gran maggioranza delle persone citate dall'Autore, sia per chiarire ai non specialisti di elettrologia e di matematica alcuni dei punti essenziali del testo, senza però entrare in questioni troppo tecniche, e, nel caso, rimandando a trattati ove chi lo desideri può trovare più approfonditi sviluppi.

Desideriamo esprimere il nostro ringraziamento al dott. Gianni Micheli, assistente di Storia della Scienza all'Università di Milano, per l'aiuto datoci per il reperimento dei dati biografici riguardanti parecchi degli autori indicati.

M. B.

Poche settimane dopo aver consegnato all'editore l'intera traduzione dei testi qui raccolti, corredata dai corsivi e dalle note, il curatore del volume si è spento, colpito da un improvviso attacco cardiaco.

La figlia, dott. Cecilia Bertolini, si è assunta l'incarico di rivedere le bozze, nonché di ricomporre l'Introduzione sulla base di una prima stesura non definitiva lasciatane dal padre. A lei va il vivo ringraziamento del direttore della Collezione.

L. G.

SEZIONE PRIMA

I.

SCRITTI MATEMATICI

Se dovessimo catalogare l'attività professionale di Ampère, secondo gli schemi della società d'oggi, dovremmo dire che fu un «matematico». Infatti insegnò matematica per quasi tutta la vita (anche se talvolta contemporaneamente ad altre discipline); la maggior parte delle sue pubblicazioni fu di matematica e anche quelle di fisica hanno uno sviluppo prevalentemente matematico. Tuttavia non crederemmo d'essere nel vero se affermassimo che nella storia della scienza egli debba essere posto come matematico, nel senso che a questa scienza abbia dato un contributo fondamentale. In realtà Ampère aveva una preparazione formidabile in tutti i rami della matematica e sapeva servirsene come pochi altri scienziati quale strumento preziosissimo per lo studio di tutti i fenomeni naturali. E solo come strumento, amatissimo, spesso insostituibile e fecondo, ma pur sempre strumento, sembra aver considerato la matematica.

Escludendo i lavori puramente didattici, anche quando si inoltra in problemi completamente teorici e li sviluppa con piena indipendenza dagli scopi prefissi e con notevole rigore, Ampère vi è indotto soprattutto dalla necessità di perfezionare quello strumento in vista di particolari ricerche.

Pur non potendolo porre al livello di Eulero o di Cauchy [1],

[1] Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), uno degli scienziati francesi che hanno lasciato maggiore traccia nel campo della matematica, specialmente nell'analisi infinitesimale, e che a ragione può essere considerato il grande

Ampère fu certamente un insigne matematico, e nella matematica lasciò una sua impronta per alcune definizioni e procedimenti generali; né mancò qualche sua nuova scoperta, come quella (sulla quale dovremo ritornare) del teorema oggi detto di Stokes.

I lavori matematici di Ampère sono, come del resto anche tutta l'altra sua produzione scientifica, sparsi in vari generi di pubblicazioni, in particolar modo nel « Journal de l'Ecole Polytechnique », nelle « Correspondances de l'Ecole Polytechnique », nelle « Mémoires de l'Institut de France », nel « Journal des Mathématiques », ecc., senza contare le annotazioni di carattere matematico che si trovano nelle sue lettere o in margine a carte di vario argomento. Accenneremo ai principali di questi lavori.

Il primo in ordine di tempo che si conosca è il volumetto Considerazioni sulla teoria matematica del gioco, *pubblicato nel 1802, presso la Libreria Périsse di Lione, quando Ampère era professore di fisica alla scuola dipartimentale dell'Ain a Bourg. Il movente è dichiaratamente moralistico, intendendo dimostrare, con considerazioni matematiche, che il gioco d'azzardo è sempre fonte di rovina certa. Egli sviluppa la sua dimostrazione fondandosi sulle nozioni di calcolo delle probabilità fino allora note e sviluppandole con lunghi passaggi di carattere elementare; dà inoltre la dimostrazione di alcune formule nuove di calcolo delle probabilità. Sarà bene notare che non erano ancora usciti i fondamentali lavori di Laplace sul calcolo delle probabilità* [2]*. Questo lavoro, letto da Lalande* [3]*, gli valse la cattedra di matematica ed astronomia al Liceo di Lione (1804). Nel frattempo (1803) Ampère lesse alla Société d'Emulation di Lione una Memoria dal titolo* Ricerche sulla

maestro di tutti gli analisti moderni. Vedi il volume di prossima pubblicazione in questa stessa collezione CAUCHY, *Analisi infinitesimale*, a cura di Rinaldo Perassi.

[2] *Teoria analitica della probabilità* (1812) e *Saggio filosofico sulla probabilità* (1814). Per notizie su Laplace vedi nota 7, p. 110.

[3] Joseph-Jérôme de Lalande (1732-1807), astronomo francese di Bourg, professore molto stimato dagli allievi, si occupò in particolare della teoria dei pianeti e delle comete. Scrisse un trattato di astronomia.

applicazione delle formule generali del calcolo delle variazioni [4] ai problemi della meccanica.

Alla lettura era presente il Delambre [5]*, il quale fece leggere a Laplace e presentare a l'Institut questa Memoria che, unitamente al lavoro precedente, suscitò un notevole interesse per il giovane matematico. Poiché non possiamo riportare l'intero lavoro, riteniamo opportuno darne una rapida idea con le parole stesse di Ampère. « L'illustre autore della* Meccanica analitica [6]*, dopo aver dimostrato come si possa applicare ai corpi solidi o fluidi di volume finito la formula che ha chiamato equazione generale dell'equilibrio, osserva (parte I, sezione 4, art. 16) che questa equazione, quando vi si sostituiscano, in luogo delle diverse variazioni contenute, i loro valori in funzione delle coordinate scelte e di loro variazioni risultanti dalle condizioni particolari di ogni problema, prende sempre una forma analoga a quella delle equazioni che il calcolo delle variazioni fornisce per la determinazione dei massimi e dei minimi delle formule integrali. Colpito da questa analogia, ho in un primo tempo creduto che si potessero applicare immediata-*

[4] Il calcolo delle variazioni ha origini antichissime. Secondo una leggenda il problema sarebbe stato posto durante la fondazione di Cartagine. In termini matematici si sarebbe trattato di trovare la figura geometrica che presenta l'area massima fra tutte quelle aventi lo stesso perimetro. I primi studi a carattere scientifico su questo problema, noto appunto come « problema degli isoperimetri », risalgono al periodo greco; essi sono dovuti a Zenodoro (II secolo a. C.) ed a Pappo (III secolo d. C.) che giunsero ad alcuni risultati di notevole interesse, dimostrati però con metodi scarsamente rigorosi. Il problema tornò di attualità nel secolo XVIII, ad opera soprattutto di Jacques Bernoulli (1654-1705) e di Leonardo Eulero (1707-1783) che riformularono l'intero argomento con una generalità per l'innanzi ignota. Ricollegandosi ai lavori di Eulero, Luigi Lagrange (1736-1813) riuscì finalmente a dare un assetto soddisfacente all'importante campo di ricerche, onde suol venire considerato il vero inventore del calcolo delle variazioni. In tempi a noi più vicini esso verrà assorbito in un calcolo molto più generale, il cosiddetto « calcolo funzionale » iniziato da Vito Volterra (1860-1940), che costituisce oggi uno dei rami più fecondi dell'analisi infinitesimale.

[5] Jean-Baptiste-Joseph Delambre (1749-1822), astronomo francese noto per la sua grande probità scientifica e per la sua modestia. Contribuì a misurare un arco di meridiano per stabilire il sistema metrico.

[6] La famosa opera di Lagrange pubblicata nel 1788. Vedi anche nota 6, p. 75.

mente all'equazione generale dell'equilibrio le formule con le quali Lagrange e Eulero si dividono la gloria di avere arricchito il calcolo delle variazioni e che, portando direttamente ai risultati che si otterrebbero con la integrazione per parti, dispensano dal dover ricorrere continuamente a tale operazione fastidiosa che si presenta in tutti i problemi di meccanica, quando si segua esattamente per le loro soluzioni il metodo fornito nell'opera testé citata. Le difficoltà sollevate da questa applicazione, che di primo acchito mi era sembrata tanto facile, facendomi vedere che l'analisi su cui era fondata non risultava così completa come avevo ritenuto, mi portarono ai risultati che sono oggetto di questa Memoria.

Detti risultati sono naturalmente suddivisi in due paragrafi. Nel primo esamino le differenze che emergono, nel corso del calcolo, fra la risoluzione, con il metodo delle variazioni, di problemi puramente geometrici e l'applicazione di tale metodo alla soluzione di problemi meccanici; risalgo alla causa di dette differenze e dò un'idea delle modifiche che si devono apportare alle formule ordinarie per renderle applicabili alla soluzione di questi problemi. Nel secondo paragrafo dimostro, con il calcolo, la verità dei princìpi che ho posto: ne deduco le formule che conviene sostituire, nel caso che sto esaminando, a quelle che si trovano nella Meccanica analitica, *onde evitare la fatica delle integrazioni per parti e giungo ad alcuni risultati generali che probabilmente avranno un certo interesse per coloro che si occupano di questa parte dell'analisi matematica. Per dare un esempio di tali formule, le applico al caso in cui un filo inestendibile, le cui parti, siano tutte supposte ugualmente pesanti, venga sospeso alle sue due estremità. Condotto con ciò alla nota equazione della curva, che in tutti i trattati di meccanica viene indicata con il nome di catenaria, ho dedotto da questa equazione alcune proprietà molto singolari di questa curva e della sua evolvente, proprietà che forse sono note da tempo, ma di cui non ho trovato traccia nelle opere che ho consultato »* [7].

[7] Galileo aveva erroneamente ritenuto che l'equazione di questa curva fosse quella di una parabola. In séguito alla sfida lanciata in proposito nel 1691 da Jacques Bernoulli (1654-1705), essa fu esattamente definita e stabilita da Leibniz, Huygens e da Jean Bernoulli (fratello del precedente, vedi nota 3, p. 74); ma le nuove proprietà trovate da Ampère non erano state osservate da quegli illustri matematici.

Dello stesso anno 1803 è la Memoria, presentata all'Institut, sugli invarianti differenziali delle curve, nella quale si mostrano i vantaggi ricavabili, nella teoria delle curve, dalla considerazione delle parabole osculatrici con riflessioni nuove sulle funzioni differenziali invarianti per trasformazione degli assi di riferimento.

Ancora di carattere geometrico è lo studio pubblicato nelle « Correspondances sur l'Ecole Polytechnique » nel 1806, n. 6, sulla Dimostrazione dell'uguaglianza di volume dei poliedri simmetrici.

Pure del 1806 è la Memoria, assai più importante, pubblicata nel XIII fascicolo (aprile 1806), tomo VI del « Journal de l'Ecole Polytechnique »: Dimostrazione generale del principio delle velocità virtuali, svincolata dalla considerazione degli infinitesimi. *Questa dimostrazione di Ampère, eseguita, come è detto, senza fare ricorso al calcolo infinitesimale, è diventata classica; secondo il prof. Appel il suo interesse risiede nel fatto che essa è rigorosa e generale ma il suo difetto è di essere troppo astratta e sembra potersi applicare soltanto a sistemi olonomi ossia a sistemi esprimibili con equazioni in termini finiti.*

Del 1814 sono due Memorie di matematica pura, la prima letta all'Institut nel luglio di tale anno e pubblicata nel XVII fascicolo del « Journal de l'Ecole Polytechnique » e la seconda comparsa nel XVIII fascicolo della stessa rivista. Entrambe hanno per argomento Considerazioni generali sugli integrali delle equazioni a derivate parziali. *Nella prima l'Autore si limita alla ricerca diretta e generale degli integrali primitivi delle equazioni a derivate parziali in due variabili indipendenti senza occuparsi delle possibili soluzioni particolari, che egli chiama intermedie. Nella seconda ne fa l'applicazione alla integrazione delle equazioni a derivate parziali del primo e del secondo ordine. Di questi lavori è rimasta classica la defi-*

nizione, data da Ampère, di integrale generale di una equazione a derivate parziali: « affinché gli integrali possano essere generali, bisogna, secondo questa definizione, che essi contengano quantità arbitrarie, in modo che, dopo averle eliminate, fra l'integrale e le sue derivate all'infinito, rimangano soltanto le relazioni espresse dall'equazione data e dalle sue derivate » [8]. *Nel corso della trattazione Ampère impiega, sembra per primo, quelle trasformazioni generali che sono state chiamate in séguito trasformazioni di contatto* [9].

Una bella Memoria letta alla sezione delle Scienze matematiche e Fisiche dell'Institut il 27 marzo 1815 fornisce la Dimostrazione di un teorema dal quale si possono dedurre tutte le leggi della rifrazione ordinaria e straordinaria*: ossia, con il semplice ragionamento matematico, dal principio della minima azione giunge a determinare le leggi anzidette, provando fra l'altro che questi risultati coincidono con quelli sperimentali di Huyghens. Ampère ritornerà poi molto più tardi su questo argomento con la* Memoria sulla determinazione della superficie curva delle onde luminose in un mezzo la cui elasticità è diversa secondo le tre dimensioni, *letta all'Académie il 26 agosto 1828 e pubblicata nello stesso anno sugli « Annales de Chimie et de Physique »*.

Pure notevole nel campo della matematica applicata è la Memoria che Ampère scrisse, in séguito alle lezioni di dinamica che egli teneva al Collège de France, sulle Equazioni generali

[8] Del problema si occupò pure Monge. Ma, secondo il già citato prof. Appel, il metodo di Ampère è più generale di quello di Monge.

Gaspard Monge (1746-1818), che aveva incontrato in un primo tempo difcoltà per la sua origine plebea, dopo l'avvento della Rivoluzione raggiunse rapidamente alti incarichi nel campo scientifico e in quello dell'ingegneria militare. Fu tra i promotori dell'Ecole Polytechnique e dell'Ecole Normale Supérieure. Seguì Napoleone nella spedizione in Egitto, fu da lui nominato senatore e conte. Nel 1816 fu espulso dalla Académie dalla restaurata monarchia. Come matematico, può ritenersi il fondatore della geometria descrittiva; si occupò pure di applicazione del calcolo infinitesimale alla geometria e contribuì a ridestare interesse per i problemi di geometria pura, rivelando sempre grandi doti di metodo e di chiarezza.

[9] Vedi i lavori del grande matematico norvegese Sophus Lie (1842-1899).

del movimento (« *Journal des Mathématiques* », *1826*), *sviluppando idee che, egli confessa, aveva già da oltre vent'anni. Si tratta di un tentativo di dimostrazione del principio delle forze acceleratrici ossia della nota formula* $F = mJ$, *tentativo rivolto a superare il contrasto esistente non sull'esattezza della formula stessa, ma sul modo di dimostrarla, dato che « alcuni considerano, con Laplace, il principio delle forze acceleratrici come dedotto dall'esperienza, mentre altri invece, tra i quali figura Eulero, hanno tentato di stabilirne la verità* a priori *»*.

Ma il miglior lavoro matematico di Ampère fu probabilmente la ponderosa (200 pagine) Memoria pubblicata nel 1826: Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici unicamente dedotta dall'esperienza. *Riporteremo per intero tale Memoria nella Sezione seconda, dedicata alla Elettrodinamica; essa tuttavia potrebbe trovare posto qui ugualmente bene, dati i molti e talora geniali sviluppi matematici che contiene e che anzi ne costituiscono il nucleo; essenziale Memoria che Maxwell* [10] *ha definito*

[10] James Clerk Maxwell (1831-1879), fisico e matematico inglese, illustre specialmente per la teoria elettromagnetica che porta il suo nome. Fu professore in vari Istituti e poi all'Università di Cambridge: si occupò pure di ottica, di meccanica, di termodinamica e di matematica pura e fece una notevole ricerca sugli anelli di Saturno. Le sue principali opere sono la *Teoria del Calore* e il celebre *Trattato sull'elettricità e il magnetismo* (1873).

Maxwell fu particolarmente attratto dalle esperienze elettro-ottiche e magneto-ottiche di Faraday, alle quali questi non aveva saputo dare forma matematica. Maxwell osservò che, oltre alla corrente di conduzione che si ha nei corpi conduttori, si deve considerare uno spostamento di elettricità nei dielettrici e quindi una corrente di spostamento ed inoltre che tanto l'una quanto l'altra dànno luogo a un campo magnetico. Egli scoperse che, tutte le volte che esiste un campo magnetico variabile nel tempo, si manifesta anche un campo elettrico pure variabile nel tempo, (leggi della induzione elettromagnetica), e reciprocamente che « un campo elettrico variabile nel tempo dà luogo ad un campo magnetico variabile nel tempo ». Maxwell sintetizzò tutte le leggi dei fenomeni elettrici e magnetici in un sistema di equazioni, chiamate appunto le equazioni di Maxwell. Dedusse da queste che una corrente variabile nel tempo genera un sistema di *onde elettromagnetiche*, le quali, non richiedendo alcun supporto materiale, si propagano anche nel vuoto. La sua teoria risolve il paradosso di Fresnel. Maxwell dimostrò infine che la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche nel vuoto ha lo stesso valore numerico della velocità della luce nel vuoto ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) e che in un mezzo di costante dielettrica relativa ε e di permeabilità relativa μ, la suddetta velocità è

« perfetta nella forma e inattaccabile nella precisione ». Vi si trova la celebre formula scoperta da Ampère per la trasformazione di un integrale doppio esteso ad una superficie curva in un integrale semplice esteso al contorno di tale superficie [11], *formula che fu poi generalizzata da Stokes* [12] *e che pertanto è conosciuta oggi sotto il nome di teorema di Stokes.*

All'elenco dei principali lavori matematici di Ampère si devono aggiungere: una Memoria su La dimostrazione della legge di Mariotte, *letta all'Académie des Sciences il 24 gennaio 1814; una Memoria su* Alcune nuove proprietà degli assi permanenti di rotazione, *letta all'Académie des Sciences il 18 giugno 1821; alcuni lavori di carattere didattico, tra i quali la Memoria* Ricerche su alcuni punti della teoria delle funzioni derivate, *pubblicata nel XIII fascicolo del « Journal de l'Ecole Polytechnique » (1806), che porta ad una nuova dimostrazione della serie di Taylor e alla espressione finita dei termini che si trascurano quando si ferma questa serie a un termine qualsiasi; infine un compendio molto interessante di calcolo differenziale e integrale.*

$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$; di qui egli formulò l'ipotesi che le onde luminose siano onde elettromagnetiche. Le successive esperienze di Hertz hanno confermato tali supposizioni. La sintesi di Maxwell rappresentò uno dei fondamenti della fisica dell'Ottocento.

Maxwell fu ammiratore di Ampère e ne valorizzò l'opera pure rifiutandone la concezione newtoniana delle azioni a distanza. Vedi il volume di prossima pubblicazione in questa stessa collana: MAXWELL, *Trattato sull'elettricità e il magnetismo*, a cura di Evandro Agazzi.

[11] Ampère se ne è servito per mostrare l'equivalenza fra una lamina magnetica e una corrente elettrica che percorra il contorno della superficie della lamina (vedi Sezione II, parte II, p. 300-301): egli l'ha scoperta unicamente per tale scopo.

[12] Sir Georges Gabriel Stokes, matematico e fisico inglese (1819-1903), professore al Collegio Pembroke, continuatore delle teorie newtoniane: studiò prima ancora del Kirchhoff le linee d'assorbimento dello spettro solare. La sua fama è soprattutto legata al teorema che abbiamo accennato, il quale, formulato in linguaggio vettoriale, dice: « il flusso del rotore del vettore $\overline{A}$ attraverso una superficie S qualunque è uguale alla circuitazione del vettore $\overline{A}$ lungo la linea s che forma il contorno della superficie ». Questo teorema, che egli dimostrò prima in linea generale, venne poi da lui applicato in particolare all'idrodinamica e alla elasticità.

Nelle pagine che seguono riprodurremo:

(*Art. I*) – *Le* Considerazioni sulla teoria matematica del gioco, *omettendo però tutti gli sviluppi delle formule non necessari per la comprensione del procedimento.*

(*Art. II*) – *La* Dimostrazione generale del principio delle velocità virtuali, svincolata dalla considerazione degli infinitesimi.

(*Art. III*) – *Alcune pagine fra le più significative delle due Memorie sulle* Considerazioni generali sugli integrali delle equazioni a derivate parziali.

(*Art. IV*) – *La* Dimostrazione di un teorema da cui si possono dedurre tutte le leggi della rifrazione ordinaria e straordinaria.

ARTICOLO PRIMO

CONSIDERAZIONI SULLA TEORIA MATEMATICA DEL GIOCO

di A. M. Ampère, dell'Ateneo di Lione e della Società di emulazione e di agricoltura del dipartimento dell'Ain, professore di fisica alla Scuola centrale dello stesso dipartimento.

1. Parecchi autori, tra i quali si distingue il celebre Dussaulx, sono ricorsi all'esperienza per provare che la passione del gioco conduce coloro che vi si dedicano a certa rovina. Il complesso dei fatti che essi hanno raccolto basterebbe senza dubbio per convincere qualsiasi persona imparziale; ma i giocatori non dànno loro grande attenzione, poiché si abituano a vedere soltanto l'effetto del caso negli avvenimenti che sarebbero i più adatti a far loro conoscere tutta l'estensione dei pericoli verso i quali vanno precipitando. Forse questi avvenimenti farebbero maggiore impressione sulla loro mente, se si dimostrasse loro che essi debbono considerarli come una conseguenza necessaria della combinazione delle probabilità e che il solo mezzo per poterne evitare i danni è quello di smettere di esporvisi. Tale fu indubbiamente il motivo che spinse l'illustre Buffon [1], un

[1] Vedi nota 5, p. 490 e più ancora il volume di prossima pubblicazione in questa Collezione: BUFFON, *Opere scelte*, a cura di Giovanni Solinas.

Nel 1740 Buffon tradusse in francese la famosa memoria di Newton (edita postuma nel 1736) dal titolo *Methodus fluxionum et serierum infinitarum*. La fece precedere da una prefazione dedicata ad esporre il dibattito Newton-Leibniz sull'invenzione del calcolo infinitesimale, difendendo la priorità di Newton.

Nel 1733 Buffon aveva pubblicato le sue prime due Memorie, l'una riguardante il calcolo delle probabilità, l'altra relativa ad alcuni problemi di meccanica. Nel 1734 era entrato a far parte della Académie des Sciences come membro aggiunto della sezione di meccanica. Nel 1739 passò

autore i cui stessi errori portano l'impronta del genio, a esaminare la questione sotto un punto di vista puramente matematico nel suo saggio di aritmetica morale.

2. In quel lavoro si trovano idee che avrebbero dovuto condurre l'autore ai veri princìpi della teoria generale del gioco, da non confondere con la tecnica dei differenti giochi considerati ciascuno separatamente. Quest'ultima è stata oggetto di ricerche da parte di un gran numero di matematici, che le hanno dato la massima perfezione possibile: la prima invece non mi risulta sia stata intravista da altri oltre che da Buffon. Ritengo indispensabile citare qui qualche passo, in cui egli pone i primi fondamenti di questa nuova teoria, in modo molto chiaro e preciso. « In generale si sa che il gioco è una passione avida la cui abitudine è rovinosa. Ma questa verità può essere dimostrata soltanto da una triste esperienza, sulla quale non si è abbastanza riflettuto per correggersi con convinzione. Un giocatore, il cui patrimonio, esposto ogni giorno ai colpi del caso, si sgretola a poco a poco e infine viene necessariamente distrutto, attribuisce le sue perdite soltanto a quello stesso caso che egli accusa di ingiustizia... nella sua disperazione se la prende con la sua cattiva stella; non immagina che quella cieca potenza, la fortuna al gioco, in realtà cammina con un passo indifferente ed incerto, ma tuttavia ad ogni passo tende ad un fine, va verso un termine certo, la rovina di coloro che la tentano. Non vede che l'apparente indifferenza che essa ha per il bene e per il male produce col tempo necessariamente il male; e che una lunga serie di casi è una catena fatale il cui prolungamento apporta la disgrazia » [a].

3. Sarebbe impossibile fare un'esposizione più elegante e più esatta dei princìpi che servono di base alla teoria che

a. Essai d'arithmétique, articolo XII.

dalla sezione di meccanica a quella di botanica, prima come membro aggiunto, poi come socio effettivo.

L'*Aritmetica morale* esce nel 1777 in uno dei volumi di *Supplementi* alla sua *Storia naturale*.

stiamo esaminando; e se l'Autore ne avesse, col calcolo, sviluppato tutte le conseguenze, la Memoria che io oggi presento al pubblico non avrebbe ragione di essere. Senonché egli abbandona presto le sue prime idee per buttarsi in ipotesi che sono estranee a quelle idee, e, dedicandosi improvvisamente a nuove considerazioni, cerca soltanto di provare che due giocatori, ugualmente ricchi, i quali giochino la metà dei loro averi, li diminuiscono ciascuno di un dodicesimo. Riconosco che la somma che si arrischia nel gioco produce in generale meno vantaggi a colui che la vince, che privazioni a quello che la perde; ma non credo che la differenza fra il valore reale della somma perduta è quello della somma guadagnata, che numericamente sono eguali, sia rappresentata dal rapporto di un mezzo a un terzo della somma iniziale posseduta da ciascun giocatore, anziché da un altro rapporto qualsiasi; come se fosse possibile valutare una cosa che dipende dai bisogni di ciascun giocatore, dalla sua condizione, dal posto che occupa nella società e dalle circostanze in cui si trova!

4. Quand'anche si potesse determinare esattamente la suddetta differenza, non se ne dovrebbe tenere alcun conto in un calcolo in cui si tratta di spiegare come una lunga serie di probabilità sia una catena fatale che trascina necessariamente al fallimento, anche se le somme perdute non avvicinano il giocatore alla rovina più di quanto le somme vinte non l'allontanino, e gli effetti che ne risultano si distruggono mutuamente quando queste sono uguali.

5. Perciò ho deciso di introdurre nel calcolo soltanto i valori assoluti delle somme giocate, come si fa sempre nella ordinaria teoria delle probabilità: in questo modo ho trovato risultati molto diversi da quelli di Buffon, ma sui quali credo che le dimostrazioni seguenti non possano lasciare il minimo dubbio. Ho scartato per queste dimostrazioni i metodi di induzione, di cui, a quanto mi sembra, si fa un uso eccessivo nella teoria delle probabilità e in quella delle serie; il desiderio di impiegare soltanto prove dirette mi ha

costretto a ricorrere a formule che ritengo nuove e che si incontreranno nella presente Memoria. Queste formule potranno diventare utilissime per varie ricerche di calcolo; sembrano soprattutto adatte a fornire i mezzi più semplici e più diretti per dimostrare molti teoremi importanti, che non sono ancora stati dimostrati completamente [a].

6. Ecco i principali risultati ai quali sono giunto e la cui dimostrazione è l'oggetto di questa Memoria: 1) scartando le considerazioni morali che fanno variare il valore del denaro secondo le circostanze nelle quali si trovano i giocatori, non si dovrebbero avere svantaggi giocando a gioco uguale contro un avversario ugualmente ricco, poiché l'uno perde quanto l'altro guadagna e tutto è uguale da una parte e dall'altra; 2) la stessa cosa avviene fra due giocatori di ricchezze diverse, se sono decisi a fare soltanto un numero di partite determinato e sufficientemente piccolo perché né l'uno né l'altro possa trovarsi nell'eventualità di perdere tutto quanto possiede; 3) diversamente accade quando si tratta di un numero indefinito di partite: la possibilità di tenere il gioco più a lungo dà al più ricco dei due giocatori un vantaggio tanto più grande quanto maggiore è la differenza fra i loro averi; 4) questo vantaggio diventerebbe infinito se tali potessero essere i beni di uno, poiché allora il giocatore meno ricco sarebbe certo di rovinarsi; perciò si corre a rovina certa giocando indifferentemente contro tutti quelli che si incontrano nella società: infatti in teoria questi dovrebbero essere considerati come un solo avversario di ricchezza infinita. Ma, poiché ciò potrebbe risultare in qualche modo oscuro, comincerò a trattare proprio quest'ultimo caso, indipendentemente da quello nel quale si suppone che siano sempre gli stessi due giocatori che giocano l'uno contro l'altro; onde non lasciare nulla a desiderare a tale riguardo, esaminerò anzitutto che cosa si debba intendere nella teoria delle probabilità per certezza morale, la sola che qui interessa.

a. Vedi l'appendice alla fine di questa Memoria.

7. Rappresentando, come si fa ordinariamente, con l'unità la certezza assoluta, per esempio quella che risulta da una dimostrazione rigorosa, si potrà considerare come una certezza morale una funzione variabile che, senza diventare mai uguale all'unità, possa avvicinarvisi tanto da superare qualsiasi funzione determinata [2]. Così un uomo è moralmente sicuro di acquistare una somma giocando tutta la vita al tric-trac, quantunque la possibilità che si verifichi questo evento non sia che di $\frac{1}{36}$ al primo colpo, $\frac{1}{36} + \frac{35}{36 \cdot 36}$ nei primi due colpi, $\frac{1}{36} + \frac{35}{36 \cdot 36} + \frac{35 \cdot 35}{36 \cdot 36}$ nei primi tre, e così di séguito; è facile vedere che queste differenti somme di probabilità non possono mai diventare uguali all'unità, ma vi si avvicinano sempre più, fino a differirne soltanto di una quantità minore di una frazione data [a].

8. Tutte le volte che nulla interviene a limitare il numero delle occasioni in cui può manifestarsi un evento, la probabilità di questo evento aumenta necessariamente con il numero delle occasioni: ma, secondo quanto abbiamo detto, bisogna soprattutto cercare di distinguere il caso in cui detto aumento tende verso un limite determinato, da quello in cui non vi è altro limite che la certezza; il che rende l'evento moralmente certo, supponendo sempre il numero delle puntate indeterminato.

9. Si possono dare esempi di entrambi i casi: ne abbiamo indicato uno (§ 7) in cui la somma delle probabilità può

a. Ciò si dimostra immediatamente per mezzo della formula che daremo in séguito (§ 42), nella quale si ponga $q = \frac{1}{35}$, dimodoché si abbia $\frac{1}{1+q} = \frac{35}{36}$ e $\frac{q}{1+q} = \frac{1}{36}$.

[2] Si tratta di concetti della teoria classica delle probabilità *a priori*, accanto ai quali oggi vi sono concezioni del tutto nuove, sia dal punto di vista strettamente matematico, sia da quello metodologico.

avvicinarsi alla certezza quanto si vuole; per dare un caso in cui detta somma può aumentare rimanendo sempre al di sotto di un certo limite, basta considerare quello in cui due giocatori, ugualmente ricchi, giocano a gioco uguale l'uno contro l'altro fino a che uno dei due sia rovinato.

10. È facile vedere che allora nulla determina il numero delle partite che faranno i due giocatori, e che la probabilità che uno di loro si rovini aumenterà con il numero delle partite, senza tuttavia poter superare mai il limite $\frac{1}{2}$, poiché un giocatore non potrà rovinarsi se capita invece che egli rovini l'avversario, evento altrettanto probabile dell'altro, quando tutto, come qui abbiamo supposto, sia uguale fra i due giocatori [a].

11. La persona che si dà alla passione del gioco, non mette certamente alcun limite al numero delle partite che giocherà; egli sa che si può rovinare e che la probabilità di rovinarsi diventerà tanto maggiore quante più partite giocherà; tuttavia egli considera codesta probabilità come molto piccola, tale da procurargli soltanto deboli inquietudini: cosicché crede di trovarsi, a questo riguardo, nel primo dei due casi di cui abbiamo parlato e di cui ha un'idea confusa, come del resto tutti i giocatori hanno circa i principali punti della teoria delle probabilità. Quale sarebbe la sua meraviglia se sapesse che egli si trova invece nel secondo caso e che quella probabilità, lungi dall'essere piccola come egli immagina, diventa molto grande, dopo un numero sufficiente di partite, tanto da superare ogni probabilità data; la dimostrazione che darò qui della verità di questa osservazione si fonda su una delle proposizioni fondamentali della teoria delle serie, ossia: *Quando si somma una serie convergente, nell'ipotesi che il numero dei suoi termini sia infinito, si trova*

a. Applicando a questo caso le formule dimostrate in questa Memoria, faremo vedere che $\frac{1}{2}$ è realmente il limite di questa possibilità (§ 71).

sempre un limite, al quale le somme formate dai termini consecutivi della stessa serie possano avvicinarsi in modo tale da differirne soltanto di una quantità minore di una data quantità qualsiasi. Non potrei occuparmi qui dell'esame di questa proposizione, ammessa da tutti i matematici, senza uscire dai limiti del mio assunto; ma, poiché mi sembra che manchi ancora qualcosa alle dimostrazioni che fino ad oggi ne sono state date, rimando per questo a un saggio sulle serie, al quale sto lavorando insieme al professore di matematica della scuola centrale del dipartimento dell'Ain, e che verrà quanto prima pubblicato. In questo lavoro [3] si troveranno nuove ricerche su diversi punti della teoria delle serie e dimostrazioni dirette e generali dei teoremi che la riguardano, in particolare di quelli che sono stati dimostrati soltanto in modo vago oppure per induzione.

12. Allo scopo di determinare il limite delle probabilità contrarie al giocatore, nel caso che stiamo esaminando, occorre anzitutto trovare il termine generale della serie che le comprende tutte, cioè la probabilità che il giocatore si rovini all'ultima di un numero qualsiasi di partite. Per semplificare il calcolo, supponiamo che la somma giocata sia uguale per ogni partita e che sia una aliquota esatta del patrimonio che il giocatore ha iniziando il gioco. In realtà queste due supposizioni non si accordano con quanto fanno di solito i giocatori; ma anzitutto, se non si ammettessero, il calcolo sarebbe troppo complicato perché se ne possa trarre un risultato soddisfacente; inoltre è opportuno adottarle in quanto si può sempre trovare un'aliquota esatta del patrimonio del giocatore minore delle diverse somme che egli arrischia in ciascuna partita e, se si dimostra che deve necessariamente rovinarsi, si potrà concludere a maggior ragione che egli si rovinerà rischiando in ogni partita somme più considerevoli.

[3] Si tratta delle *Leçons élementaires sur les séries et autres formules indéfinies*, scritto in collaborazione con il prof. Clerc, che però non furono mai stampate.

13. Indichiamo con m il numero delle volte che quella aliquota è contenuta nel patrimonio iniziale del giocatore: poiché in tale ipotesi questi arrischia in ogni partita $\frac{1}{m}$ del suo patrimonio, è evidente che egli non potrà andare in rovina prima della partita di posto m; affinché ciò accada effettivamente, bisognerebbe che la perdesse dopo aver perduto tutte le precedenti; se ne vince una e perde tutte le altre si troverà in rovina dopo $m + 2$ partite; se ne vince una seconda non potrà più essere rovinato se non dopo $m + 2$ partite perdute, il che presuppone necessariamente $m + 4$ partite giocate; è facile vedere in generale che, chiamando con p un numero qualsiasi, affinché non rimanga più nulla al giocatore, occorre che il numero totale delle partite sia $m + 2p$, il numero delle partite che vince p e quello delle partite che perde $m + p$.

14. Sia $q : 1$ il rapporto che si trova ad ogni partita fra i casi favorevoli al giocatore e quelli contrari, di modo che sia $q = 1$, quando gioca alla pari, e si abbia per esempio $q = \frac{8}{3}$ se, secondo la natura e le condizioni del gioco, egli debba guadagnare 8 parti su 11. Essendo la certezza di solito indicata con l'unità, la probabilità che il giocatore vinca una partita sarà rappresentata dalla frazione $\frac{q}{1+q}$, e la probabilità che la perda da $\frac{1}{1+q}$. Se si vuole avere la probabilità che p partite vinte e $m + p$ partite perdute si succedano in un determinato ordine, bisognerà fare il prodotto di p fattori uguali a $\frac{q}{1+q}$ e di $m + p$ fattori uguali a $\frac{1}{1+q}$, il che darà $\frac{q^p}{(1+q)^{m+2p}}$.

15. Tale probabilità è uguale per qualsiasi tipo di successione che si possa immaginare fra le partite vinte e quelle perdute e, poiché esse sono assolutamente indipendenti le une dalle altre, è evidente che la probabilità che

abbiamo trovato deve essere moltiplicata per il numero delle successioni, osservando di fare astrazione da quelle che non permettessero più al giocatore di giungere alla partita considerata, per il fatto che egli sarebbe già privato di tutti i suoi averi nelle partite precedenti. Sia $m + 2r$ il posto di una partita, essendo r minore di p, bisognerà non tenere conto di tutte le successioni di p partite vinte e di $m + p$ partite perdute, di cui le prime $m + 2r$ partite comprendessero r partite vinte e $m + r$ partite perdute, poiché sarebbero precisamente quelle successioni che avrebbero rovinato il giocatore dopo $m + 2r$ partite.

16. Senza la suddetta condizione il numero delle successioni sarebbe

$$\frac{m+2p}{1} \cdot \frac{m+2p-1}{2} \cdot \frac{m+2p-2}{2} \ldots\ldots \frac{m+p+1}{p};$$

per sapere quale diventa nel caso presente, esprimiamo in generale con $A^{(t)}$ il numero delle successioni di un numero qualunque t di partite, che portino alla rovina del giocatore all'ultima delle t partite, senza che ciò sia avvenuto in alcuna delle precedenti partite (le parentesi che racchiudono il numero t servono a indicare che questo numero deve essere considerato come un indice e non come esponente). Con questa notazione il numero di cui stiamo cercando il valore sarà espresso da $A^{(m+2p)}$ e $A^{(m+2r)}$ rappresenterà il numero delle successioni di r partite vinte e di $m + r$ partite perdute che avrebbero rovinato il giocatore in una delle partite precedenti, il cui posto è in generale indicato con $m + 2r$, essendo r sempre minore di p.

17. Se a ciascuna di queste ultime successioni si aggiungono $p - r$ partite vinte e altrettante partite perdute, si formeranno successioni di p partite vinte e di $m + p$ partite perdute, che dovranno essere sottratte dal numero

$$\frac{m+2p}{1} \cdot \frac{m+2p-1}{2} \cdot \frac{m+2p-2}{3} \ldots\ldots \frac{m+p+1}{p};$$

onde non rimangono che le successioni il cui numero è indicato da $A^{(m+2p)}$, dopo avere dato a r tutti i valori possibili, in numeri interi da $r = 0$ fino a $r = p - 1$ [4].

22. . . . . .

$$A^{(m+2p)} = \frac{m}{1} \cdot \frac{m+2p-1}{2} \cdot \frac{m+2p-2}{3} \cdots \frac{m+p+1}{p} .$$

Questo valore di $A^{(m+2p)}$, notevole per la sua semplicità e la sua eleganza, si sarebbe potuto trovare facilmente per induzione, ma l'analisi precedente ha il vantaggio di darlo in modo diretto e generale.

23. La formula che abbiamo trovato non vale soltanto riguardo alle diverse successioni che si possono dare a $m + 2p$ partite, suddivise in due gruppi, conformemente alle condizioni del problema precedente; potrebbe avere una infinità di altre applicazioni. Per esempio servirebbe per dare il numero dei diversi prodotti di p lettere, che si potrebbero fare con $m + 2p$ lettere, quando si dispongano in ordine alfabetico e si scelga la prima lettera di ogni prodotto fra le prime m, la seconda fra le prime $m + 2$, la terza fra le prime $m + 4$ e così di séguito. Non mi fermerò a dimostrare questa proposizione, di cui si scorgerà facilmente il legame con quanto sopra, se si pone mente che, affinché il giocatore non si rovini prima della partita di posto $m + 2p$, occorre che egli vinca almeno una volta sulle prime m partite, due volte sulle prime $m + 2$ partite, tre volte sulle prime $m + 4$ partite e in generale r volte sulle prime $m + 2r - 2$ partite: infatti, se vincesse soltanto $r - 1$ partite, ne perderebbe $m + r - 1$ e si troverebbe in rovina dopo $m + 2r - 2$ partite.

24. Il numero

$$\frac{m}{1} \cdot \frac{m+2p-1}{2} \cdot \frac{m+2p-2}{3} \cdots \frac{m+p+1}{p}$$

[4] Omettiamo i §§ 18-21 che contengono sviluppi e trasformazioni per giungere alla formula finale del § 22.

dei prodotti di p lettere, che soddisfano alle condizioni di cui abbiamo parlato, differisce dal numero totale dei prodotti stessi

$$\frac{m+2p}{1} \cdot \frac{m+2p-1}{2} \cdots \frac{m+p+1}{p}$$

soltanto nel primo fattore, nel quale il termine $+ 2p$ manca; le suddette condizioni limitano quindi il numero dei prodotti nel rapporto di $m + 2p$ a m. Risulta da ciò una nuova specie di combinazioni la cui considerazione potrà diventare utilissima per il progresso della teoria delle probabilità.

25. La serie dei numeri che si ottengono supponendo successivamente $p = 0$, $p = 1$, $p = 2$, $p = 3$, ecc. la quale può essere rappresentata con

$$A^{(m)}, A^{(m+2)}, A^{(m+4)}, \ldots A^{(m+2p-4)}, A^{(m+2p-2)}, A^{(m+2p)}$$

gode di alcune proprietà notevoli, che dipendono da una formula generale di cui ci occuperemo fra poco. Questa formula ci servirà nel séguito di questo lavoro per dare alle dimostrazioni un rigore e una generalità che sarebbe forse difficile ottenere diversamente [5].

. . . . . .

36. Ritorniamo al problema che ci siamo proposti in principio; sostituiamo al posto di $A^{(m+2p)}$ il suo valore nella espressione delle probabilità che vogliamo calcolare

$$A^{(m+2p)} \frac{q^p}{(1+q)^{m+2p}} ;$$

questa diventerà

$$\frac{m}{1} \cdot \frac{m+2p-1}{2} \cdot \frac{m+2p-2}{3} \cdots \frac{m+p+1}{p} \frac{q^p}{(1+q)^{m+2p}}$$ [6]

[5] Non seguiamo l'Autore in tutte le trasformazioni che egli opera e nelle osservazioni che fa; perciò riprendiamo la trattazione al § 36.

[6] Vedi § 14.

Facendo successivamente $p = 0$, $p = 1$, $p = 2$, $p = 3$, ecc., si avranno le seguenti probabilità che il giocatore si rovini alla partita:

di posto m . . . . . $\frac{1}{(1+q)^m}$,

di posto $m+1$ . . . . . $\frac{m}{1} \cdot \frac{q}{(1+q)^{m+2}}$,

di posto $m+2$ . . . . . $\frac{m}{1} \cdot \frac{m+3}{2} \cdot \frac{q^2}{(1+q)^{m+4}}$,

di posto $m+3$ . . . . $\frac{m}{1} \cdot \frac{m+5}{2} \cdot \frac{m+4}{3} \cdot \frac{q^3}{(1+q)^{m+6}}$

e così di séguito.

37. Prima di cercare il limite della serie formata dalla riunione delle probabilità che abbiamo trovato, bisogna dimostrare che questo limite esiste, facendo vedere che questa serie, pur non essendo convergente in tutta la sua estensione, lo diventa necessariamente almeno dopo un certo numero di termini [7].

. . . . . .

40. . . . . .

Il limite delle probabilità contrarie al giocatore è dunque uguale all'unità, ossia alla certezza; donde consegue, come già avevamo asserito (§ 11), che la probabilità che il giocatore si rovini in un numero finito di partite può sempre, dando a questo numero un valore sufficientemente grande, superare qualsiasi probabilità presa ad arbitrio, per quanto grande essa sia; questo evento è dunque moralmente certo (§ 7) e si deve concludere che, se qualche giocatore di professione ha conservato il suo patrimonio fino alla fine della sua vita, si tratta di una eccezione, sempre rarissima, che proviene unicamente dal fatto che la morte non ha consentito al

[7] Dopo questa dimostrazione, per mezzo dello sviluppo con la formula di Newton e di varie trasformazioni, Ampère trova che il limite dell'espressione è 1.

giocatore di dedicarsi alla passione del gioco per un tempo sufficientemente lungo per completare la sua rovina.

41. A questo proposito si può osservare che, anche nel caso in cui la ineluttabilità della rovina del giocatore sia più evidente, si trova che la probabilità di questo evento ha lo stesso limite. Questo avviene quando il giocatore inizia mettendo in gioco tutto il suo patrimonio fin dalla prima partita e continua indefinitamente a giocare a lascia o raddoppia, di modo che la perdita di una sola partita basterebbe sempre per rovinarlo completamente.

42. Se si continua, in questa nuova ipotesi, a rappresentare con $q : 1$ il rapporto che esiste in ogni partita fra le occasioni favorevoli al giocatore e quelle che gli sono contrarie, le probabilità che questi vinca o perda una partita saranno sempre rappresentate rispettivamente da

$$\frac{q}{1+q} \quad \text{e} \quad \frac{1}{1+q}.$$

Poiché in tale supposizione il giocatore può rovinarsi all'ultima di un numero qualsiasi t di partite solo nel caso in cui perdesse questa partita dopo avere vinto tutte le precedenti, il cui numero è espresso da $t-1$, è evidente che la probabilità di questo evento sarà rappresentata dal prodotto di $t-1$ fattori uguali a $\frac{q}{1+q}$ e di un fattore uguale a $\frac{1}{1+q}$, ossia da $\frac{q^{t-1}}{(1+q)^t}$; ponendo successivamente $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, ecc., si troveranno le seguenti probabilità che il giocatore si rovini:

alla prima partita . . . . . $\frac{1}{1+q}$

alla seconda partita . . . . . $\frac{q}{(1+q)^2}$

alla terza partita . . . . . $\frac{q^2}{(1+q)^3}$

e così di séguito.

43. La serie che si forma riunendo le probabilità che abbiamo determinato

$$\frac{1}{1+q} + \frac{q}{(1+q)^2} + \frac{q^2}{(1+q)^3} + \dots \frac{q^{t-1}}{(1+q)^t} + \text{ ecc.}$$

è evidentemente una progressione per quozienti, il cui limite, trovato con i metodi noti, si riduce a uno. Questo limite è dunque lo stesso, tanto nell'ipotesi che abbiamo testé esaminato, quanto in quella in cui il giocatore rischi in ogni partita soltanto una porzione costante della somma di cui disponeva all'inizio del gioco. La certezza morale della sua rovina è uguale nei due casi; la differenza consiste soltanto nel numero delle partite che, per la somma delle probabilità contrarie al giocatore, diano valori che si avvicinino in uguale misura alla certezza. Questo numero deve essere tanto più grande quanto minore è la somma giocata ad ogni partita. Tale somma potrebbe essere così piccola da richiedere per la rovina del giocatore un numero di partite superiore a quello consentitogli dai limiti normali della vita umana; questo capita a coloro che rischiano soltanto cifre tali da non diminuire sensibilmente i loro capitali: ogni altro modo di giocare porta alla rovina certa. Poiché la testimonianza della esperienza, che da molto tempo ha posto questa verità fuori di ogni dubbio, viene confermata nel modo più completo dai calcoli precedenti, lo scopo di questa Memoria sarebbe raggiunto ed io potrei terminare qui: senonché, per non lasciare nessuna zona oscura in questa teoria, ritengo necessario esaminare anche il caso in cui due stessi giocatori giochino sempre l'uno contro l'altro [8].

. . . . . .

72. La somma delle due probabilità che abbiamo calcolato è evidentemente uguale all'unità, ossia alla certezza, dimodoché non può esservi dubbio che uno dei giocatori finisce per rovinarsi. Per quanto riguarda il vantaggio che deriva al più ricco dalla disuguaglianza dei loro capitali,

[8] Non riteniamo opportuno riportare qui la lunga dimostrazione dell'Autore, che, del resto, segue i metodi precedenti; ci limitiamo a darne le conclusioni.

bisogna, per determinarla, supporre che tutto il resto sia uguale fra i due giocatori e di conseguenza sia $q = 1$. Il numeratore della prima frazione si riduce allora a n unità, poiché contiene n termini; il numeratore della seconda frazione e il denominatore comune si riducono rispettivamente a m e a k unità, e, rammentando che $k = m + n$, si vede che le due frazioni diventano

$$\frac{n}{m+n} \quad \text{e} \quad \frac{m}{m+n};$$

ora $m : n$ è il rapporto del capitale del giocatore B a quello del giocatore C; quindi la probabilità che ogni giocatore, a gioco uguale, rovini il suo avversario è in ragione diretta del suo capitale.

73. Quando q non è uguale a uno, il numeratore e il denominatore di ogni frazione si possono ridurre a due termini, moltiplicandoli per $q - 1$; si ha così $\frac{q^n - 1}{q^k - 1}$ quale probabilità che C rovini B, e $\frac{q^k - q^n}{q^k - 1}$ quale probabilità che B rovini C.

74. Se si volesse sapere quale rapporto deve esistere ad ogni partita fra le occasioni favorevoli a ciascun giocatore, affinché per il meno ricco si verifichi un vantaggio che tenda costantemente a compensare la disuguaglianza derivante dalla differenza dei loro averi iniziali, senza dargli mai una speranza maggiore di quella del suo avversario, bisognerebbe determinare q in modo tale che venga ad aversi uguaglianza fra le due frazioni

$$\frac{1 + q + q^2 + q^3 + \dots q^{n-1}}{1 + q + q^2 + q^3 + \dots q^{k-1}}$$

e

$$\frac{q^n + q^{n+1} + q^{n+2} + q^{n+3} + \dots q^{k-1}}{1 + q + q^2 + q^3 + \dots q^{k-1}};$$

ciò si farebbe risolvendo l'equazione di grado $k - 1$

$$q^{k-1} + q^{k-2} + q^{k-3} + \dots q^n - q^{n-1} - q^{n-2} - q^{n-3} - \\ - \dots - 1 = 0.$$

Paragonando le due frazioni

$$\frac{q^n - 1}{q^k - 1} \quad \text{e} \quad \frac{q^k - q^n}{q^k - 1},$$

si troverebbe

$$q^k - 2q^n + 1 = 0,$$

equazione di forma più semplice, ma di grado più elevato della precedente e che contiene il fattore $q - 1$, estraneo al problema.

75. Nel caso in cui si supponesse infinito il capitale di uno dei due giocatori, ad esempio del giocatore C, si avrebbe $n = \frac{1}{0}$. Poiché il numero m rimane finito, la frazione $\frac{m}{m+n}$, che esprime la probabilità che questo giocatore si rovini, si annullerebbe e la frazione $\frac{n}{m+n}$, che esprime la probabilità che egli rovini l'avversario, diventerebbe uguale a 1, dimodoché quest'ultima probabilità equivarrebbe alla certezza; il giocatore B si troverebbe cioè nello stesso caso del primo problema che abbiamo risolto, nel quale si supponeva che egli giocasse indifferentemente contro tutti i giocatori con i quali avesse occasione di incontrarsi. È evidente invero, come già abbiamo detto (§ 6), che questi giocatori possono considerarsi come un solo avversario il cui capitale sia infinito: ecco perché il giocatore di quel primo problema doveva necessariamente rovinarsi. I calcoli precedenti sono in perfetto accordo con quei risultati; infatti abbiamo visto che i primi n termini della serie dei B sono uguali a quelli della serie degli A, donde consegue che tali due serie sono identiche quando si abbia $n = \frac{1}{0}$.

76. Sempre supponendo il gioco uguale, e quindi $q = 1$ e facendo $m = n$, come avviene nel caso in cui i due giocatori siano ricchi in misura uguale, le due frazioni $\frac{m}{m+n}$ e $\frac{n}{m+n}$ diventano uguali e si riducono entrambe a $\frac{1}{2}$.

La probabilità di rovinarsi è perciò uguale per i due giocatori; e poiché non viene per nulla diminuito il totale dei loro averi, il pericolo al quale essi si espongono deve ritenersi compensato dalla speranza che ognuno di essi ha di raddoppiare il proprio capitale. È in questo senso che io ho affermato (§ 6) che il gioco in questo caso non presenterebbe uno svantaggio assoluto, quantunque sia sempre imprudente rischiare in questo modo tutto quello che si possiede nella speranza di arricchirsi. Si avrebbe lo stesso equilibrio quando i giocatori non siano ugualmente ricchi, se si potesse considerare la perdita del proprio patrimonio come una disgrazia proporzionale al valore assoluto del patrimonio stesso; infatti, moltiplicando il capitale del giocatore B per la probabilità della sua rovina, come già è stata determinata (§ 72), e, facendo la medesima operazione per il giocatore C, si trovano due prodotti espressi dalla stessa frazione $\frac{mn}{m+n}$ e per conseguenza uguali fra loro. Ma se la disgrazia di perdere il proprio patrimonio può sembrare tanto più sensibile quanto più questo patrimonio è considerevole, ciò non è da porre in relazione al suo valore assoluto ma soltanto ai nuovi bisogni che gli uomini si creano man mano che arricchiscono, al posto che essi si abituano ad occupare in società, ecc.: considerazioni delle quali è impossibile dare valutazioni numeriche e che mi sembrano dover essere scartate nella teoria puramente matematica del gioco, come ho già osservato (§ 3). Poiché la disgrazia che minaccia i giocatori è uguale per entrambi, niente può in realtà compensare l'apparente vantaggio a favore del più ricco, come risulta dai calcoli precedenti e dall'esperienza costante dei risultati ordinari del gioco [a9].

a. È noto il proverbio triviale, derivato da tale esperienza.

[9] Qui termina la Memoria. A questo punto Ampère fa seguire una lunga *Appendice* nella quale fa notare che alcune delle formule contenute nella Memoria stessa possono avere utili applicazioni in campi estranei alla teoria delle probabilità, in particolare per la risoluzione delle equazioni algebriche.

ARTICOLO SECONDO

DIMOSTRAZIONE GENERALE DEL PRINCIPIO DELLE VELOCITÀ VIRTUALI, SVINCOLATA DALLA CONSIDERAZIONE DEGLI INFINITESIMI [a]

del sig. Ampère, ripetitore all'Ecole Polytechnique

Fra le scoperte matematiche che hanno dato lustro alla fine dell'ultimo secolo, una delle più notevoli è senza dubbio quella che ha consentito di esprimere con una sola equazione tutti i casi dell'equilibrio e del moto. Questa equazione risulta dalla combinazione del principio delle velocità virtuali e di quello per mezzo del quale D'Alembert ha ricondotto la dinamica alla statica [1]. L'evidenza di quest'ultimo principio venne messa in piena luce da quel celebre matematico; nel pubblicarlo egli ne ha mostrato pure numerose applicazioni. La stessa cosa non si può dire del principio delle velocità virtuali, osservato da Galileo [2], generalizzato da Bernoulli [3], dimostrato, per casi particolari, da Varignon [4]: esso

a. « Journal de l'Ecole Polytechnique », pubblicato dal Consiglio d'istruzione di questo istituto, XIII quaderno, tomo VI, Parigi, Imprimerie Impériale, aprile 1806.

[1] Il principio di D'Alembert, enunciato nel 1743 nel suo *Traité de dynamique*. Su D'Alembert vedi anche nota 2, p. 485.

[2] Secondo Lagrange (vedi nota 6), il primo che abbia riconosciuto il principio delle velocità virtuali nella leva e nella puleggia sarebbe stato Guido Ubaldo Del Monte (1545-1607). Ma esso fu sviluppato da Galileo prima del 1600 nel trattato *Le Meccaniche*, composto – pare – nel 1593 (ediz. francese 1634, ediz. italiana 1647). Accenni si ritrovano addirittura già in Aristotele e in Erone di Alessandria.

[3] Jean Bernoulli (1667-1748), uno dei più illustri membri di una celebre famiglia di matematici, contribuì molto alla diffusione del calcolo differenziale e integrale in Europa. Per quanto qui ci riguarda estese il principio delle velocità virtuali dalle macchine semplici ad una macchina qualunque.

[4] Pierre Varignon (1654-1722) fu tra i primi matematici francesi che si siano resi conto dell'importanza dell'analisi infinitesimale; si occupò anche di geometria analitica. In meccanica è noto il teorema di Varignon.

rimase a lungo sterile, poiché non si conoscevano né il modo di esprimerlo con una equazione generale, né i procedimenti di calcolo necessari per dedurre da tale equazione la soluzione di tutti i problemi relativi all'azione delle forze. Infine comparve la *Meccanica analitica* [5]; la scienza dell'equilibrio e del moto divenne una branca dell'analisi matematica e tutti i risultati di cui si compone divennero soltanto applicazioni di una formula tanto semplice quanto feconda.

Il principio delle velocità virtuali che serve di base a questo mirabile lavoro fu considerato dal suo autore come un fatto del quale allora egli si proponeva soltanto di sviluppare tutte le conseguenze; ci si è occupati più tardi della dimostrazione generale del principio: il sig. Lagrange [6] lo ha ricondotto, in modo semplicissimo, al principio dell'equilibrio dei verricelli, il sig. Carnot [7] a quello dell'equilibrio della leva. La dimostrazione dello stesso principio è stata dedotta dal sig. Laplace [8] da considerazioni più generali, ma forse troppo astratte per essere facilmente alla portata dei principianti. Io mi sono proposto di dare, per quanto mi sarà possibile, la stessa generalità ad una dimostrazione che si fondi unicamente sulla teoria della composizione e della scomposizione delle forze applicate ad uno

[5] La celebre opera di Lagrange (vedi nota seguente).

[6] Giuseppe Luigi Lagrange, nato a Torino nel 1736, morto a Parigi nel 1813, fu uno dei maggiori matematici del '700. La sua opera *Meccanica analitica* (1788), capolavoro di fisica matematica, resta a tutt'oggi una classica opera di rigore metodologico; con essa fondò quella che oggi si chiama *meccanica razionale*, facendo della meccanica, per dirla con Ampère, un capitolo dell'*analisi matematica*. Già famoso giovanissimo, divenne il centro di un gruppo di scienziati e di matematici: fu cofondatore della Reale Accademia delle Scienze di Torino. Nel 1766 fu chiamato a dirigere l'Accademia di Berlino e nel 1787 si trasferì a Parigi. Oltre all'opera sopracitata, sono principalmente da ricordare il *Trattato della risoluzione delle equazioni algebriche di tutti i gradi*, la *Teoria delle funzioni analitiche*, le *Lezioni sul calcolo delle funzioni*, ecc.

[7] Lazare Carnot, nato a Nolay nel 1753, uno dei più convinti rivoluzionari, organizzò gli eserciti repubblicani per cui fu chiamato « organizzatore della vittoria ». Illustre matematico, difese il calcolo infinitesimale con un importante saggio storico-critico: *Riflessioni sulla metafisica del calcolo infinitesimale* (1797). Morì in esilio nel 1829.

[8] Vedi nota 7, p. 110.

stesso punto e che sia svincolata dalla considerazione delle quantità infinitamente piccole: questo è lo scopo che mi sono proposto nelle ricerche che ho l'onore di presentare agli studenti.

Le leggi dell'equilibrio si deducono, in modo rigoroso, da alcune considerazioni semplicissime, quando le forze sono applicate ad uno stesso punto; ma diventano più difficili da dimostrare, specialmente quando ci si propone di considerarle in tutta la loro generalità, quando le forze agiscono su punti diversi sottoposti a condizioni che contribuiscono alla mutua distruzione delle forze. La difficoltà proviene soprattutto dalla necessità di introdurre nel calcolo, in modo generale, tali condizioni. Di primo acchito sembrerebbe che esse possano essere considerate separatamente, supponendone in un primo tempo una sola, poi un'altra e così di séguito; ma, per poco che si rifletta, si vede che bisognerebbe poter dimostrare *a priori* che gli effetti della riunione di più condizioni si compongano degli effetti che risultano da ciascuna condizione in particolare, senza che questi vengano ad essere modificati dalla loro riunione; verità questa che sembrerebbe dover essere una conseguenza delle equazioni dell'equilibrio anziché un mezzo per ottenerle.

Un'altra semplificazione che si potrebbe usare nella ricerca di cui ci stiamo occupando consiste nel supporre successivamente tutti i punti del sistema fissi, eccetto due di essi; il che è tanto più comodo in quanto, per mezzo della addizione delle equazioni così ottenute, si compongono, con le derivate parziali relative ad ogni variabile, precisamente le derivate totali di cui si ha bisogno; ma un esempio molto semplice mi sembra sufficiente per fare vedere che questa supposizione non è sempre ammissibile.

Siano A, B, C, D (fig. 1) quattro punti mobili lungo la retta AD, libera nello spazio; supponiamo che i punti A, B, trascinino con loro, scorrendo su quella retta, altre due rette EF, GH, perpendicolari ad AB, e le cui parti AE, AF, BG, BH, siano di lunghezze date; poiché i punti C e D debbono trovarsi sempre nell'intersezione delle rette EGC, FHD con la retta AD, è evidente che i rapporti delle tre

distanze AB, AC, AD saranno dati e che, a causa di queste condizioni, non si potrà supporre che due di questi punti siano fissi senza che anche gli altri due divengano assolutamente immobili, sebbene queste condizioni permettano d'altra parte ai quattro punti di muoversi contemporaneamente in ogni senso e al sistema che ne risulta di essere trasportato a volontà nello spazio.

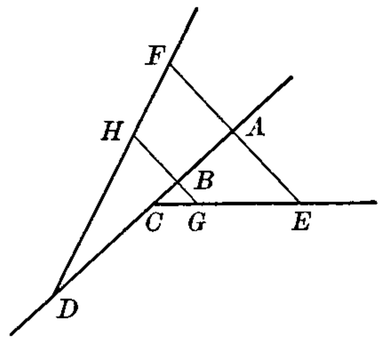


Fig. 1.

Consideriamo allora contemporaneamente tutte le condizioni alle quali sono sottoposti i punti mobili ed immaginiamo che vengano tutti spostati quando si manifesti nel sistema un movimento qualsiasi compatibile con le condizioni date. Supponendo tutti i punti riferiti a tre assi perpendicolari, la loro posizione sarà completamente determinata se sono determinate tutte le loro coordinate, donde consegue che il numero delle equazioni fra loro realmente differenti, risultante dalle condizioni date, non può superare il numero delle coordinate diminuito di una unità: ma poiché esso potrebbe essere uguale al numero così determinato, la dimostrazione non sarebbe generale se non comprendesse anche questo caso. Cominceremo proprio da questo caso; vedremo poi che è molto facile riportarvi tutti i casi di equilibrio, nei quali il numero delle equazioni che esprimono le condizioni date è inferiore di più di una unità a quello delle coordinate di tutti i punti del sistema.

Dal momento che si suppone che fra le coordinate vi siano tante equazioni realmente differenti fra di loro quante sono queste variabili, meno una, esse sono tutte date in funzione di una di esse ed i punti ai quali le coordinate appartengono possono muoversi soltanto contemporaneamente ed in modo determinato su curve date.

La molteplicità, per una medesima coordinata, dei valori delle funzioni che esprimono dette coordinate non impedisce che la linea che ogni punto può descrivere, senza venir meno

alle condizioni che determinano tali funzioni, sia unica; infatti un punto può muoversi soltanto rimanendo sul ramo di curva su cui è posto attualmente; a questo riguardo non vi sono eccezioni altro che nel caso di un punto mobile che si trovasse posto precisamente in un punto multiplo della curva che le condizioni date obbligano a descrivere. Del resto, questo caso particolare non merita attenzione, poiché si possono sempre esaminare separatamente i movimenti che il punto potrebbe assumere lungo i diversi rami.

La mutua dipendenza dei punti mobili contribuisce all'equilibrio soltanto nel senso che non permette ad uno dei punti del sistema di muoversi, obbedendo alle forze che agiscono su di lui, senza che altri punti si muovano in modo tale da contrastare l'azione delle forze che vi sono applicate. Le suddette condizioni debbono quindi essere considerate in relazione ai movimenti che i punti del sistema possono assumere senza venire meno alle stesse condizioni date; è soprattutto importante vedere quali siano le forze che tendono a produrre i movimenti e quali quelle che vi si oppongono.

Ciò è facilissimo nel caso in cui i punti si possano muovere soltanto su curve date; infatti è evidente che una forza non avrà alcuna azione favorevole o contraria ad un moto qualsiasi del suo punto di applicazione, quando essa è perpendicolare alla retta che tocca in questo punto la linea che descrive, e che, se questa forza è inclinata rispetto a tale tangente, tende a produrre o a impedire il movimento secondo che questo porti il punto dal lato in cui la forza fa con la tangente un angolo acuto oppure dal lato opposto. Rappresentiamo in generale con x, y, z le coordinate del punto di applicazione M di una forza qualsiasi P; x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2 ecc.[9] rappresentino in particolare le coordinate dei punti M_1, M_2, ecc., ai quali sono applicate le forze P_1, P_2, ecc.; poiché tutte le coordinate sono funzioni di una di esse,

[9] Il testo porta le notazioni $\overset{1}{x}, \overset{2}{x}, \ldots \overset{1}{M}, \overset{2}{M}$; abbiamo preferito sostituirle con la indicazione del pedice, data la loro difficoltà grafica e la possibilità di confusione con gli esponenti.

si può, per rendere simmetrico il calcolo, considerarle tutte come funzioni di un'altra variabile u, presa ad arbitrio, ma legata da un'equazione alla coordinata alla quale si sono considerate riferite dapprima tutte le altre; chiamando x', y', z' le derivate di x, y, z rispetto a u, si avrà

$$x + x'i + \frac{x''}{2} i^2 + \ldots$$

$$y + y'i + \frac{y''}{2} i^2 + \ldots$$

$$z + z'i + \frac{z''}{2} i^2 + \ldots$$

per le coordinate dello stesso punto in un'altra posizione; se si prendono soltanto i primi due termini di queste serie, le quantità

$$x + x'i\ ,$$
$$y + y'i\ ,$$
$$z + z'i$$

esprimeranno le coordinate di un punto [a] N, situato (fig. 2) sulla tangente al punto M, dal lato in cui il moto porta il punto mobile posto in M nello stato di equilibrio. Perciò, se si proietta sulla direzione della forza P la parte di tangente compresa fra i punti M, N, la proiezione cadrà dallo stesso lato rispetto al punto M della forza P quando l'angolo fra la tangente e la forza è acuto, mentre nel caso contrario la

a. Questo punto è quello in cui arriverebbe il punto mobile, se si muovesse per tutta la durata dello spostamento con la stessa velocità e nella stessa direzione che aveva nell'istante in cui è cominciato lo spostamento; sarebbe facile dimostrare ciò, partendo dai princìpi esposti nei paragrafi della *Théorie des fonctions analytiques* [10] che si riferiscono alla meccanica; ma poiché questa considerazione non cambia nulla nei riguardi delle operazioni analitiche che conducono alle equazioni dell'equilibrio, non ho creduto di dovermici soffermare.

[10] Lavoro di Lagrange pubblicato in 1ª ediz. nel 1797 e in 2ª nel 1813.

proiezione e la forza cadranno l'una da un lato e l'altra dall'altro del punto M.

Il primo caso si ha, come abbiamo visto, quando la forza tende a favorire il moto e il secondo quando tende a impedirlo. Ne segue che, in un sistema sottoposto a condizioni continue, due forze possono farsi equilibrio soltanto nel caso in cui l'una cada dalla stessa banda, rispetto al suo punto di applicazione, della sua proiezione e l'altra cada dalla banda opposta. È facile trovare l'espressione generale della proiezione, chiamando a, b, c, le coordinate di un punto qualunque della proiezione della forza P, diverso da M, e considerando il triangolo formato dalle rette che congiungono i tre punti le cui coordinate sono

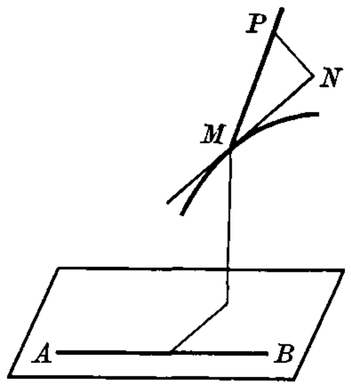


Fig. 2.

$$x,\ y,\ z$$
$$x + x'i\ ,\ y + y'i\ ,\ z + z'i$$
$$a,\ b,\ c$$

ed i cui lati sono

$$\alpha = i\sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}$$
$$\beta = \sqrt{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]}$$
$$\gamma = \sqrt{[(x-a+x'i)^2 + (y-b+y'i)^2 + (z-c+z'i)^2]}$$

il che dà per la proiezione MQ del primo lato sul secondo

$$\frac{\gamma^2 - \alpha^2 - \beta^2}{2\beta} = \frac{(x-a)x'i + (y-b)y'i + (z-c)z'i}{\sqrt{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]}}.$$

Questa proiezione moltiplicata per la forza P è ciò che chiameremo il momento della forza P; ma, poiché non si ha bisogno dei valori assoluti dei momenti delle forze applicate al sistema, ma soltanto dei rapporti esistenti fra loro, sop-

primeremo nelle loro espressioni il fattore arbitrario i, che verrebbe ad essere comune a tutti i momenti: avremo

$$P\,\frac{(x-a)\,x' + (y-b)y' + (z-c)\,z'}{\sqrt{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]}},$$

quale momento della forza P. Si può osservare che la quantità che moltiplica P è la funzione prima della distanza

$$\sqrt{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]}$$

del suo punto di applicazione da quello le cui coordinate sono a, b, c; poiché questa funzione prima viene presa nella supposizione che quest'ultimo punto sia fisso, si potrebbe trarre da questa considerazione un'altra definizione del momento di una forza, definizione che sarebbe forse più esatta ma che ho evitato quando mi sono proposto di sbarazzare la definizione ordinaria del momento dalla considerazione degli infinitamente piccoli, per timore che essa presentasse per i principianti una idea troppo vaga.

Del resto, in qualsiasi modo si definisca la quantità che si chiama momento della forza P, il principio noto sotto il nome di principio delle velocità virtuali si riduce a quanto segue: si fa la somma dei momenti di tutte le forze applicate al sistema prendendo con segni contrari quelli le cui forze e loro proiezioni cadono dalla stessa parte, e quelli le cui forze e loro proiezioni cadono da parti opposte [a]; si aggiunge a questa somma quella delle equazioni dedotte da tutte le equazioni date, moltiplicate ciascuna per un fattore arbitrario e ridotte in modo che contengano in tutti i loro

a. Avrei potuto abbreviare questo enunciato, se avessi fissato i segni + e — per due specie di momenti, ma allora avrei dovuto chiamare *positivi* quelli i cui due fattori cadono dalla medesima parte del punto di applicazione, che sono nello stesso tempo quelli le cui forze hanno un'azione positiva per produrre il moto che si considera. Ma ho visto che alcuni autori chiamano invece *negativi* questi momenti. Perciò ho lasciato la questione impregiudicata.

termini le derivate x', y', z', alla prima potenza [a]; si uguagliano separatamente a zero le quantità che moltiplicano ciascuna derivata e si eliminano tutti i fattori arbitrari; l'equazione o le equazioni rimanenti esprimeranno tutte le condizioni dell'equilibrio.

Nel caso che esaminiamo per primo, essendo il numero delle equazioni di condizione, e per conseguenza quello dei fattori arbitrari, inferiore soltanto di una unità al numero delle variabili, si otterrà seguendo tale procedimento una sola equazione; ma questa è sufficiente, insieme alle equazioni di condizione, per determinare tutte le incognite; infatti non si deve considerare come tale la variabile u, a cui tutte le altre si suppongono riferite e che, influendo soltanto sul valore assoluto delle derivate, non entra affatto nei risultati, sempre indipendenti da detto valore. Nei riguardi di questa variabile, cioè, ci si comporta nel calcolo delle funzioni come per l'unità nelle equazioni omogenee dell'applicazione dell'algebra alla geometria; quest'ultima infatti è una linea essenzialmente indeterminata; e tuttavia si è costretti a farvi ricorso per dare un senso ai simboli che si impiegano quando il numero delle dimensioni supera tre unità.

Quando il numero delle equazioni di condizione è inferiore di più unità a quello delle variabili, occorre considerare altrettante variabili indipendenti delle quali si deve supporre che tutte le altre siano funzioni; per dare simmetria e regolarità al calcolo, bisogna che queste variabili non facciano parte di quelle che si considerano nel problema ma che rimangano del tutto arbitrarie: facendole variare tutte insieme e rappresentando i loro incrementi con μi, νi, ecc., i secondi termini delle serie trovate sopra, che sono costituiti dai termini nei quali gli incrementi sono soltanto al

a. Talvolta queste equazioni sono date immediatamente sotto tale forma; ma più spesso sono in funzione delle coordinate e allora si deve prenderne le derivate. Se invece queste equazioni contenessero delle derivate di ordine superiore, occorrerebbe prima risalire alla loro primitiva del primo ordine.

primo grado, potranno sempre essere rappresentati da $x'i$, $y'i$, $z'i$, dando a x', y', z' valori convenienti.

Del resto le considerazioni necessarie per chiarire completamente questa parte dell'analisi matematica sono estranee all'oggetto di questa Memoria, poiché non c'è che una sola variabile indipendente nel caso che noi abbiamo considerato per primo e i casi nei quali ve ne è un numero maggiore saranno ricondotti al primo con un procedimento che non dipende dai valori rappresentati da x, y, z; questi valori scompaiono fin dall'inizio del calcolo e servono soltanto a distinguere le colonne che si devono uguagliare separatamente a zero.

Ricaveremo la dimostrazione del principio delle velocità virtuali, nel primo caso, dal fatto che, potendo i punti mobili scorrere soltanto lungo curve date, se si scompone la forza applicata a un punto mobile in una forza perpendicolare alla retta tangente in questo punto alla linea che esso descrive e in una forza diretta secondo tale tangente, questa sola agirà per la conservazione dell'equilibrio; donde segue che due forze, le quali, scomposte in questa maniera, dànno la medesima forza secondo la tangente, possono essere sostituite l'una con l'altra senza che risulti alcun cambiamento nello stato di equilibrio o di moto del sistema, qualunque sia il valore della forza perpendicolare, che non ha alcun effetto.

Affinché la forza lungo la tangente sia uguale nei due casi, occorre, secondo le note leggi della scomposizione delle forze, che i prodotti delle forze così scomposte per i coseni degli angoli che esse formano con la tangente siano uguali.

Sia m (fig. 3) il punto di applicazione della forza P; se si congiunge questo punto, per mezzo di una retta inflessibile e inestensibile a un altro punto M, che possa muoversi su una linea che si può scegliere ad arbitrio, retta, a semplice o a doppia curvatura, si potrà sempre sostituire alla forza P una forza R applicata al punto M e diretta come si vuole. Per questo scopo è sufficiente dare alla forza R un valore tale che, scomponendola in una forza perpendicolare alla

retta tangente in M alla curva che descrive questo punto e in un'altra forza, che chiameremo Q, diretta secondo la retta Mm e la cui azione si trasmette senza alterazione in m, in virtù della inflessibilità e inestensibilità di questa retta, il prodotto di quest'ultima forza per il coseno dell'angolo Mmt che Mm fa con la tangente in m sia uguale al prodotto

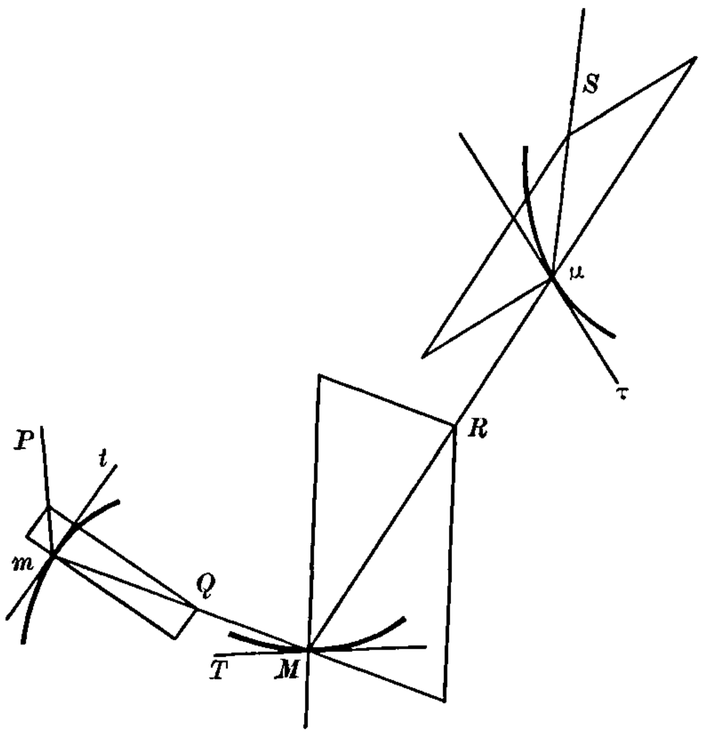


Fig. 3.

della forza P per il coseno dell'angolo Pmt che la sua direzione forma con la tangente stessa. La risultante R, e la sua componente Q, devono stare in ragione inversa dei coseni degli angoli compresi fra le loro direzioni e la tangente; ne consegue che il valore che bisogna dare alla forza R affinché possa sostituirsi alla forza P è determinato dalle due equazioni

$$\left.\begin{aligned} P\cos Pmt &= Q\cos Qmt \\ R\cos RMT &= Q\cos QMT \end{aligned}\right\} \ldots [A],$$

le quali dànno, dopo che si sia eliminato Q, il rapporto delle due forze P, R e determinano per conseguenza il valore di R, essendo P nota.

Se indichiamo con x, y, z, X, Y, Z le coordinate dei loro punti di applicazione e con a, b, c, A, B, C, quelle di altri punti presi sulle loro direzioni, poiché la proiezione della parte di tangente in m che è rappresentata da

$$i\sqrt{(x'^2+y'^2+z'^2)}$$

sulla direzione della forza P, è uguale a

$$\frac{(x-a)\,x'+(y-b)\,y'+(z-c)\,z'}{\sqrt{[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]}}\,i\,,$$

il coseno dell'angolo compreso Pmt sarà

$$\frac{(x-a)\,x'+(y-b)\,y'+(z-c)\,z'}{\sqrt{[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]}\cdot\sqrt{[(x'^2+y'^2+z'^2)]}};$$

analogamente si troverà

$$\cos Mmt =$$

$$=\frac{(x-X)x'+(y-Y)y'+(z-Z)z'}{\sqrt{[(x-X)^2+(y-Y)^2+(z-Z)^2]}\cdot\sqrt{[(x'^2+y'^2+z'^2)]}}$$

e i coseni degli angoli RMT, mMT si otterranno con la stessa facilità. Se si sostituiscono questi valori nelle equazioni $[A]$ e se le si moltiplicano rispettivamente per

$$\sqrt{(x'^2+y'^2+z'^2)}$$

e per

$$\sqrt{(X'^2+Y'^2+Z'^2)}\,,$$

e si sottrae la prima dalla seconda, si avrà

$$R\,\frac{(X-A)X'+(Y-B)Y'+(Z-C)Z'}{\sqrt{[(X-A)^2+(Y-B)^2+(Z-C)^2]}}-$$

$$-P\,\frac{(x-a)x'+(y-b)y'+(z-c)z'}{\sqrt{[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]}}=$$

$$=-Q\,\frac{(x-X)\,(x'-X')+(y-Y)\,(y'-Y')+(z-Z)\,(z'-Z')}{\sqrt{[(x-X)^2+(y-Y)^2+(z-Z)^2]}};$$

ma poiché la lunghezza $\sqrt{[(x-X)^2+(y-Y)^2+(z-Z)^2]}$ della retta mM non varia quando le coordinate cambiano di valore, la sua derivata, che moltiplica Q nel secondo membro della suddetta equazione, è necessariamente nulla e si ha in definitiva

$$R\frac{(X-A)X'+(Y-B)\,Y'+(Z-C)\,Z'}{\sqrt{[(X-A)^2+(Y-B)^2+(Z-C)^2]}}=$$
$$=P\frac{(x-a)\,x'+(y-b)\,y'+(z-c)\,z'}{\sqrt{[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]}};$$

ciò significa che, affinché le forze P, R tendano a muovere il punto m, l'una direttamente, l'altra attraverso la retta Mm, esattamente nello stesso modo e possano essere sostituite l'una con l'altra, è necessario che i loro momenti siano uguali.

Poiché abbiamo impiegato i coseni degli angoli formati dalle forze R, Q con la tangente M, invece dei seni degli angoli che esse formano con la normale e poiché i segni dei coseni variano in modo diverso da quelli dei seni, si potrebbe pensare che l'uguaglianza dei momenti delle forze P, R, si riferisca soltanto ai loro valori assoluti; ma ci si convince subito che questi momenti devono essere dello stesso segno; dovendo queste forze produrre lo stesso effetto quando si sostituisca l'una all'altra, bisogna che esse tendano a favorire o ad impedire gli stessi movimenti, il che non può avvenire se i loro momenti non sono dello stesso segno.

Analogamente si dimostrerà che se μ è un terzo punto trattenuto su una linea qualsiasi e unito al punto M da una retta inflessibile ed inestensibile μM, si potrà sempre, senza che ne provenga alcun cambiamento nello stato del sistema, sostituire alla forza R, e per conseguenza alla forza P, una forza S applicata a questo nuovo punto e diretta come si vuole, purché il suo momento sia uguale a quello di R, ossia a quello della forza P.

Si potrebbe continuare la stessa trasformazione per ottenere nuove forze equivalenti a P; ma quanto abbiamo detto è sufficiente per dimostrare che si può sempre, applicando

successivamente detta trasformazione a tutti i punti mobili, cambiare ogni sistema nel quale il numero delle equazioni di condizione è inferiore di una unità al numero delle coordinate in un altro sistema avente altrettante forze e punti, ma le cui forze siano dirette come si vuole e i punti mobili trattenuti su linee prese ad arbitrio; ciò in modo che: 1) se l'equilibrio si ha in un sistema, sussista anche nell'altro, e reciprocamente, poiché le forze possono essere sostituite l'una all'altra senza che ne risulti alcun cambiamento nello stato del sistema; 2) la somma dei momenti sia la stessa nei due sistemi, poiché vi è dappertutto uguaglianza fra i momenti delle forze corrispondenti. Vi è un caso in cui la legge dell'equilibrio è evidente in un sistema di forze applicate a punti i quali si possono muovere soltanto contemporaneamente in un modo determinato; questo avviene quando le condizioni sono tali da permettere a questi punti soltanto di scorrere, contemporaneamente e senza che le loro mutue distanze cambino, lungo la retta, secondo la quale sono dirette le forze che sono loro applicate. L'equilibrio richiede allora che la somma di queste forze, prendendo con segni contrari quelle che agiscono in sensi opposti, sia uguale a zero; e se questa condizione è soddisfatta, ne consegue necessariamente l'equilibrio. Invero, qualunque sia allora la sistemazione di punti fissi, di linee rette o curve, di macchine qualsiasi che stabiliscano questa specie di dipendenza fra i punti mobili, è evidente, dato che rimangono costanti le loro distanze mutue, che nulla cambierebbe nello stato del sistema se si unissero tutti questi punti per mezzo di una retta inflessibile e inestensibile; per la stessa ragione, se essi fossero già riuniti da tale retta e se si aggiungessero le altre condizioni, lo stato del sistema non subirebbe alcun mutamento. Poiché è dunque la stessa cosa, sia che i due legami esistano contemporaneamente, sia che se ne abbia uno solo, non si potranno manifestare differenze fra il caso in cui i punti mobili sono congiunti soltanto con il primo legame e quello in cui sono congiunti soltanto con il secondo. Comunque, quando i punti sono uniti per mezzo della retta inflessibile, la condizione di equilibrio è che la somma

delle forze sia nulla. Questa sarà quindi anche la condizione di equilibrio quando i punti sono legati dalle altre condizioni. Per ricondurre un sistema qualsiasi a un sistema quale quello che abbiamo ora descritto, prenderemo ad arbitrio una retta AB (fig. 4), che considereremo, per maggiore semplicità, come l'asse delle ascisse e supporremo su questa retta tanti punti mobili quanti se ne hanno nel sistema dato; congiungendo allora ogni punto m di quest'ultimo sistema a un punto μ, mobile lungo AB, per mezzo di due rette inflessibili e inestensibili mM, $M\mu$ [a], le cui estremità siano unite in M, in modo da poter ruotare liberamente l'una sull'altra, si imprimerà al sistema il moto che può prendere compatibilmente con le condizioni date e si faranno muovere i punti μ lungo AB senza cambiare le loro mutue distanze. Se in pari tempo si mantiene il punto M in un piano qualsiasi, ad esempio quello delle x, y, esso traccerà una linea dipendente dalla natura del sistema; facendo in modo che tutti i punti M si muovano soltanto sulle linee così determinate, i punti μ, a causa del legame che tale condizione verrà a stabilire fra questi e i punti del sistema dato e della dipendenza già esistente fra di loro, potranno muoversi solo contemporaneamente e senza cambiare le loro mutue distanze; da ciò segue che, se si trasforma il sistema dato in forze S_1, S_2, S_3 ...S_n, applicate ai punti μ, e dirette secondo l'asse AB, la condizione di equilibrio sarà

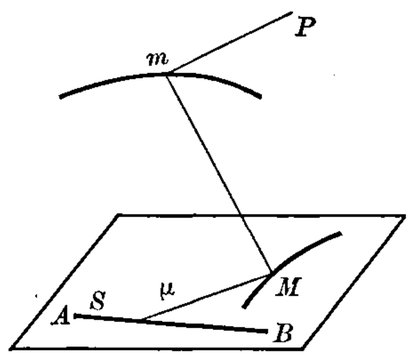


Fig. 4.

$$S_1 + S_2 + S_3 + \ldots S_n = 0$$

a. Poiché si è padroni di dare a queste linee lunghezze arbitrarie, si può sempre fare in modo che esse non incontrino ad angolo retto nessuna delle linee sulle quali si devono muovere le loro estremità; ciò introdurrebbe qualche difficoltà nella dimostrazione, rendendo infinita la forza che si sostituisce alla forza P.

Ora, se ξ, η, ζ indicano le coordinate del punto di applicazione della forza S che si sostituisce a P e α, β, γ le coordinate di un altro punto della sua direzione, si avrà, come si è visto, per determinare il valore di S, l'equazione

$$P\frac{(x-a)x' + (y-b)y' + (z-c)z'}{\sqrt{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]}} = S\frac{(\xi-\alpha)\xi' + (\eta-\beta)\eta' + (\zeta-\gamma)\zeta'}{\sqrt{[(\xi-\alpha)^2 + (\eta-\beta)^2 + (\zeta-\gamma)^2]}}.$$

Qui avremo $\eta = 0$, $\zeta = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$, poiché i punti, le cui coordinate sono rappresentate da quelle lettere, giacciono sull'asse; l'equazione precedente si riduce allora alla

$$P\frac{(x-a)x' + (y-b)y' + (z-c)z'}{\sqrt{[(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2]}} = S\xi'.$$

Poiché fra ciascuna forza P e la sua corrispondente S esiste un'equazione analoga, si potranno sommare tutte queste equazioni e, ponendo mente che ξ' ha lo stesso valore per tutti i punti mobili, poiché le loro distanze lungo AB sono costanti, si otterrà

$$P_1\frac{(x_1-a_1)x_1' + (y_1-b_1)y_1' + (z_1-c_1)z_1'}{\sqrt{[(x_1-a_1)^2 + (y_1-b_1)^2 + (z_1-c_1)^2]}} + P_2\frac{(x_2-a_2)x_2' + (y_2-b_2)y_2' + (z_2-c_2)z_2'}{\sqrt{[(x_2-a_2)^2 + (y_2-b_2)^2 + (z_2-c_2)^2]}}$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$+ P_n\frac{(x_n-a_n)x_n' + (y_n-b_n)y_n' + (z_n-c_n)z_n'}{\sqrt{[(x_n-a_n)^2 + (y_n-b_n)^2 + (z_n-c_n)^2]}} = (S_1 + S_2 + \ldots S_n)\xi'.$$

Ma per l'equilibrio bisogna che

$$S_1 + S_2 + \ldots S_n = 0$$

e reciprocamente quando questa condizione è soddisfatta, il sistema delle forze S, e per conseguenza quello delle forze P,

è necessariamente in equilibrio; dunque, in virtù dell'equazione che abbiamo ottenuto, si ha come sola condizione necessaria per l'equilibrio del sistema dato che la somma dei momenti delle forze P, che compongono il primo membro di tale equazione, sia uguale a zero.

Poiché le derivate che entrano in detta equazione vi sono state introdotte per indicare le direzioni delle tangenti alle linee sulle quali i punti mobili sono mantenuti secondo le equazioni di condizione, per farle scomparire occorre dividere tutta l'equazione per una di esse, ad esempio per x_1', e sostituire alle frazioni $\frac{y_1'}{x_1'}$, $\frac{z_1'}{x_1'}$, $\frac{x_2'}{x_1'}$, ecc. i loro valori ricavati dal fatto che le condizioni a cui il sistema è sottoposto dànno in funzione di x_1' tutte le altre variabili e per conseguenza le loro funzioni derivate rispetto a x_1', che sono espresse dalle suddette frazioni. Ora, per un teorema di algebra facilmente dimostrabile, l'equazione risultante da tale eliminazione è identicamente uguale a quella che si otterrebbe aggiungendo alla somma dei momenti le equazioni di condizione moltiplicate per fattori arbitrari, uguagliando separatamente a zero le quantità che moltiplicano ciascuna derivata ed eliminando i fattori [a]. L'equazione che dà quest'ultimo procedimento è quindi, come ci eravamo proposti di dimostrare, la sola condizione necessaria all'equilibrio nel caso che abbiamo esaminato. Rimane da dimostrare che il medesimo procedimento conduce alle equazioni di equilibrio anche nel caso in cui il numero delle equazioni di condizione sia inferiore di più di una unità rispetto a quello delle variabili. Rappresentiamo con $m + n$ il numero delle coordinate dei punti mobili e con m quello delle equazioni che risultano dalle condizioni date; bisognerà provare che, dopo avere aggiunto queste equazioni, moltiplicate per fattori arbitrari, alla somma dei momenti ed avere uguagliato ciascuna colonna a zero (il che darà $m + n$ equazioni ed m arbitrarie), le n equazioni che rimarranno dopo l'eliminazione di quelle arbitrarie, dovranno necessariamente essere soddisfatte nel caso dell'equilibrio e che, reciprocamente, se queste equazioni sono soddisfatte, le forze applicate al sistema si elideranno mutuamente; infatti anzitutto è evidente che, se il sistema è in equilibrio secondo le condizioni date e se si suppongono i punti mobili soggetti a tali condizioni e a nuove subordinazioni compatibili con quelle, l'equilibrio non sarà turbato, poiché nuove subordinazioni fra punti sottoposti a forze che si elidono mutuamente ad opera di certe condizioni, non possono impedir loro di eliminarsi finché sussistono tali condizioni. Supponiamo quindi che alle m equazioni di condizione date si aggiungano altre $n - 1$ equazioni di condizione, prese a volontà, ma non incompatibili né identiche alle prime, e che chiameremo *limitazioni arbitrarie*; tutte le coordinate diventeranno funzioni di una di esse e poiché l'equilibrio sussisterà sempre, quali che siano queste nuove condizioni, l'equazione dell'equilibrio, calcolata per questo caso con il procedimento che abbiamo testé dimostrato, dovrà esistere per tutte le limitazioni arbitrarie. Ma, ancora per un teorema di algebra pura [a], detta equazione non può essere soddisfatta, quali che siano le sue limitazioni, a meno che le n equazioni che saranno risultate dall'eliminazione, nel caso in cui si fossero aggiunte alla somma dei momenti soltanto le equazioni date, esistessero separatamente; perciò l'equilibrio potrà sussistere nel sistema soltanto nel caso in cui queste n equazioni saranno soddisfatte.

a. Nel caso che ci riguarda, non si devono considerare queste operazioni come un mezzo per facilitare l'eliminazione, poiché per entrambi i procedimenti si ha lo stesso numero di incognite da eliminare; l'ultimo sarebbe preferibile soltanto perché conduce alla conoscenza delle mutue relazioni dei punti mobili; ma questo vantaggio è troppo importante per non fare oggetto principale della dimostrazione del principio delle velocità virtuali il procedimento da cui deriva; questa osservazione mi ha invogliato a dimostrare l'identità del risultato a cui questo conduce e di quello che dà l'altro modo di eliminazione. Vedi in appendice alla presente Memoria la Nota I.

a. Vedi Nota II.

Essendo pure vera la proposizione reciproca di questo teorema di algebra e non potendo esistere le suddette equazioni senza rendere identica l'equazione dell'equilibrio calcolata per limitazioni arbitrarie qualsiasi, ne conseguirà che ogni volta che saranno soddisfatte quelle n equazioni si avrà l'equilibrio quali che siano le limitazioni arbitrarie aggiunte alle condizioni date; si tratterà soltanto più di mostrare che ciò può avvenire soltanto se l'equilibrio sussiste già in virtù delle sole condizioni date, indipendentemente dalle suddette limitazioni. Supponiamo per un momento che le condizioni date non siano sufficienti per l'equilibrio; ne seguirebbe che, quando esse sono le sole alle quali i punti mobili sono sottoposti, questi ultimi, a causa delle forze che vi sono applicate, prenderebbero un movimento in tutto e per tutto determinato dai valori e dalle direzioni delle forze e dalle condizioni date. Essendo inoltre determinati gli archi descritti dai diversi punti, tutte le coordinate diventerebbero funzioni di una di esse e fra le equazioni che esprimerebbero queste condizioni, si troverebbero le m condizioni date; infatti, poiché noi cerchiamo soltanto le leggi dell'equilibrio, che sono indipendenti dal tempo, potremmo sempre supporre che quelle condizioni continueranno ad esistere durante tutto il movimento del sistema, precisamente nello stesso modo in cui si manifestano nell'istante dell'equilibrio; si avranno inoltre altre $n - 1$ equazioni, che non potranno essere né identiche, né incompatibili con le prime, poiché esse rappresentano, unitamente a queste, i movimenti determinati che si suppone prendano realmente i punti. Ora, sebbene queste $n - 1$ equazioni siano incognite, basta che esse esistano perché si possa supporre che siano state prese come limitazioni arbitrarie; è allora evidente che queste limitazioni non cambiano in nulla lo stato del sistema e che questo dovrebbe muoversi, quando si aggiungano tali nuove condizioni arbitrarie a quelle date, precisamente nello stesso modo in cui si era supposto si muovesse quando era soggetto alle sole condizioni date. Il sistema non resterebbe in equilibrio per ogni limitazione arbitraria compatibile con quelle condizioni, il che è contrario a quanto è stato or ora dimostrato; per

conseguenza occorre che il sistema sia in equilibrio con le sole condizioni date.

Note relative alla dimostrazione dei Teoremi algebrici, sui quali si fonda la dimostrazione precedente.

Nota I

Se rappresentiamo per brevità la somma dei momenti con

$$Ex_1' + Fy_1' + Gz_1' + Hx_2' + Iy_2' + \text{ecc.} = 0 ,$$

le equazioni di condizione con

$$ex_1' + fy_1' + gz_1' + hx_2' + iy_2' + \text{ecc.} = 0 ,$$
$$kx_1' + ly_1' + mz_1' + nx_2' + py_2' + \text{ecc.} = 0$$
$$\text{ecc. ecc.}$$

e i loro fattori con q, r ecc., avremo l'equazione

$$\left.\begin{aligned} & E + F\frac{y_1'}{x_1'} + G\frac{z_1'}{x_1'} + \text{ecc.} \\ & + eq + fq\frac{y_1'}{x_1'} + gq\frac{z_1'}{x_1'} + \text{ecc.} \\ & + kr + lr\frac{y_1'}{x_1'} + mr\frac{z_1'}{x_1'} + \text{ecc.} \end{aligned}\right\} = 0 \qquad [B]$$

Bisognerà dimostrare che si ha identicamente la stessa quantità, sia che si sostituiscano nella prima riga i valori di $\frac{y_1'}{x_1'}$, $\frac{z_1'}{x_1'}$, ecc., ricavati dalle altre righe uguagliate a zero, sia che si sostituiscano nella sua prima colonna i valori di q, r, ecc., dedotti dalle equazioni date dalle altre colonne uguagliate a zero.

Poiché tanto la prima riga quanto la prima colonna contengono il termine E, basta dimostrare che la funzione di e, k, ecc., F, f, l, ecc., G, g, m, ecc. nella quale si cambia

$$F\frac{y_1'}{x_1'} + G\frac{z_1'}{x_1'} + \text{ecc.}$$

con la prima operazione, è identica alla funzione delle stesse quantità nella quale si cambia

$$eq + kr + \text{ecc.}$$

facendo la seconda operazione.

A tale scopo osserviamo che, se si sostituiscono contemporaneamente in luogo di $\frac{y_1'}{x_1'}$, $\frac{z_1'}{x_1'}$, ecc., e di q, r, ecc. i loro valori determinati nel modo sopraddetto, tutte le righe e tutte le colonne, ad eccezione della prima riga e della prima colonna, diventeranno identiche; per conseguenza

$$F\frac{y_1'}{x_1'} + G\frac{z_1'}{x_1'} + \text{ecc.},$$

che contiene le sole incognite $\frac{y_1'}{x_1'}$, $\frac{z_1'}{x_1'}$, ecc., diventerà, sostituendovi i loro valori, identica a quanto diventa il resto delle stesse colonne, prese con segno contrario

$$\left.\begin{aligned} &-fq\frac{y_1'}{x_1'} - gq\frac{z_1'}{x_1'} - \text{ecc.}\\ &-lr\frac{y_1'}{x_1'} - mr\frac{z_1'}{x_1'} - \text{ecc.}\\ &-\text{ecc. ecc.}\end{aligned}\right\} \qquad [C]$$

quando vi si sostituiscano contemporaneamente i valori di $\frac{y_1'}{x_1'}$, $\frac{z_1'}{x_1'}$, ecc. e di q, r, ecc.; per lo stesso motivo

$$eq + kr + \text{ecc.}$$

che contiene soltanto le incognite q, r, ecc., quando vi si sostituiscano i valori incogniti, si cambia anch'essa in quello che diventa la quantità [C] con la sostituzione simultanea dei valori di $\frac{y_1'}{x_1'}$, $\frac{z_1'}{x_1'}$, ecc. e di q, r, ecc.; donde risulta evidente l'identità dei valori che le suddette operazioni forniscono per

$$F\frac{y_1'}{x_1'} + G\frac{z_1'}{x_1'} + \text{ecc.},$$

e per

$$eq + kr + \text{ecc.}$$

Nota II

Rappresentiamo le equazioni che risultano dalle limitazioni arbitrarie con

$$\begin{aligned}&\varepsilon x_1' + \zeta y_1' + \eta z_1' + \vartheta x_2' + \iota y_2' + \text{ecc.} = 0\\ &\varkappa x_1' + \lambda y_1' + \mu z_1' + \nu x_2' + \xi y_2' + \text{ecc.} = 0\\ &\text{ecc. ecc.}\end{aligned}$$

e i fattori arbitrari, per i quali dovranno essere moltiplicate, con π, ρ, ecc.; dopo avere formato l'equazione

$$\left.\begin{aligned} &Ex_1' + Fy_1' + Gz_1' + Hx_2' + Iy_2' + \text{ecc.}\\ &+ eqx_1' + fqy_1' + gqz_1' + hqx_2' + iqy_2' + \text{ecc.}\\ &+ krx_1' + lry_1' + mrz_1' + nrx_2' + pry_2' + \text{ecc.}\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ &+ \varepsilon\pi x_1' + \zeta\pi y_1' + \eta\pi z_1' + \vartheta\pi x_2' + \iota\pi y_2' + \text{ecc.}\\ &+ \varkappa\rho x_1' + \lambda\rho y_1' + \mu\rho z_1' + \nu\rho x_2' + \xi\rho y_2' + \text{ecc.}\\ &+ \text{ecc. ecc.}\end{aligned}\right\} = 0$$

occorrerà dimostrare che l'equazione che si ottiene eliminando tutti gli arbitrari q, r, ecc., π, ρ, ecc., dopo avere uguagliato ciascuna colonna a zero, potrà sussistere quali che siano le limitazioni arbitrarie, soltanto se saranno soddisfatte le n equazioni che risulteranno dalla stessa eliminazione fatta aggiungendo alla somma dei momenti le sole equazioni di condizione date. In un primo tempo non eliminiamo altro che le m incognite q, r, ecc., per mezzo delle ultime m equazioni, che rappresenteremo, dopo avere trasportato tutti i termini nei quali le incognite non entrano, con

$$\begin{aligned}&hq + nr + \text{ecc.} = -H - \vartheta\pi - \nu\rho - \text{ecc.}\\ &iq + pr + \text{ecc.} = -I - \iota\pi - \xi\rho - \text{ecc.} \qquad [D];\\ &\text{ecc. ecc.}\end{aligned}$$

i valori di q, r, ecc., secondo le formule della risoluzione generale delle equazioni di primo grado, avranno per denominatore comune una frazione dei loro coefficienti h, n, ecc., i, p, ecc., che sono completamente noti, poiché sono i diversi termini delle equazioni di condizione date, e i loro numeratori saranno formati da funzioni delle stesse quantità moltiplicate per i secondi membri delle equazioni [D]; dimodoché, se si rappresentano con [a]

$$-\overline{q},\ -\overline{\overline{q}},\ \text{ecc.}$$

i quozienti che si ottengono dividendo per il denominatore comune quelle funzioni che entrano nel numeratore di q e con

$$-\overline{r},\ -\overline{\overline{r}},\ \text{ecc.}$$

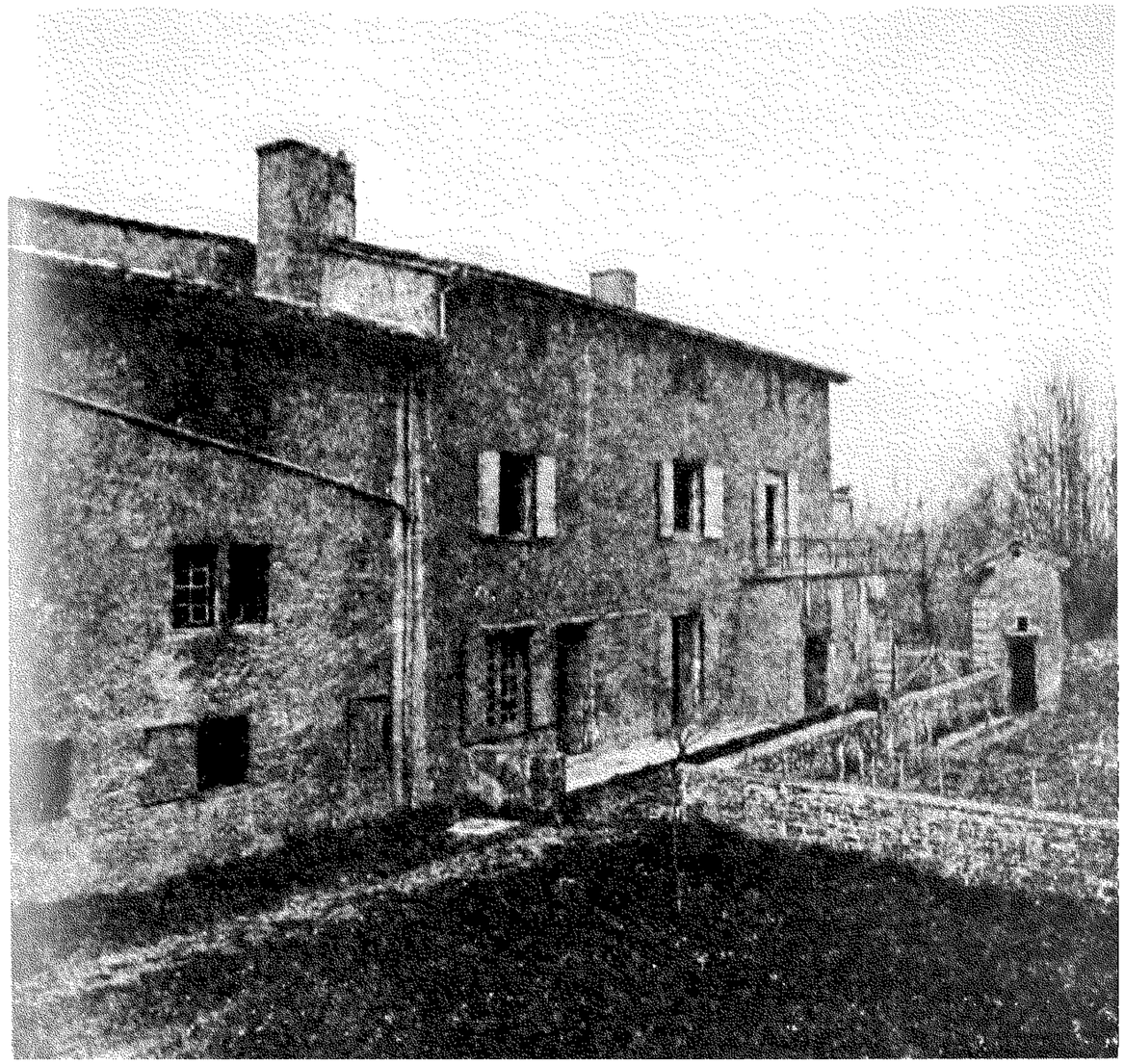
i quozienti che si ottengono dividendo nello stesso modo le funzioni di h, n, ecc., i, p, ecc. che entrano nel numeratore di r, e così di séguito, si avrà

$$q = \overline{q}\,(H + \vartheta\pi + \nu\rho + \text{ecc.}) + \overline{\overline{q}}\,(I + \iota\pi + \xi\rho + \text{ecc.}) + \text{ecc.}$$
$$r = \overline{r}\,(H + \vartheta\pi + \nu\rho + \text{ecc.}) + \overline{\overline{r}}\,(I + \iota\pi + \xi\rho + \text{ecc.}) + \text{ecc.}$$
$$\text{ecc. ecc.}$$

Questa notazione presenta il vantaggio di dare contemporaneamente i valori degli stessi fattori arbitrari, nel caso in cui vengano aggiunte alla somma dei momenti le sole condizioni date; invero in questo caso i secondi membri delle equazioni [D] si riducono a $-H$, $-I$, ecc., senza che i loro membri primi subiscano cambiamenti e si avrebbe

$$q = \overline{q}H + \overline{\overline{q}}I + \text{ecc.}$$
$$r = \overline{r}H + \overline{\overline{r}}I + \text{ecc.}$$
$$\text{ecc. ecc.}$$

a. Dò il segno — a questi simboli, per evitarlo nei valori di q, r, ecc., ove complicherebbe il calcolo, senza cambiare nulla nei risultati.



La casa natale di Ampère a Poleymieux-le-Mont d'Or (Lione).

Riprendiamo i valori che abbiamo trovato prima per q, r, ecc. e sostituiamoli nelle n equazioni che non abbiamo ancora impiegato:

$$E + eq + kr + \text{ecc.} + \varepsilon\pi + \varkappa\rho + \text{ecc.} = 0$$
$$F + fq + lr + \text{ecc.} + \zeta\pi + \chi\rho + \text{ecc.} = 0$$
$$\text{ecc. ecc.}$$

esse diventeranno

$$\left.\begin{aligned} &E + e\bar{q}H + e\bar{\bar{q}}I + \text{ecc.} + k\bar{r}H + k\bar{\bar{r}}I + \text{ecc.} \\ &+ \pi\,(\varepsilon + e\bar{q}\vartheta + e\bar{\bar{q}}\iota + \text{ecc.} + k\bar{r}\vartheta + k\bar{\bar{r}}\iota + \text{ecc.}) \\ &+ \rho\,(\varkappa + e\bar{q}\nu + e\bar{\bar{q}}\xi + \text{ecc.} + k\bar{r}\nu + k\bar{\bar{r}}\xi + \text{ecc.}) \\ &+ \text{ecc. ecc.} \end{aligned}\right\} = 0$$

$$\left.\begin{aligned} &F + f\bar{q}H + f\bar{\bar{q}}I + \text{ecc.} + l\bar{r}H + l\bar{\bar{r}}I + \text{ecc.} \\ &+ \pi\,(\zeta + f\bar{q}\vartheta + f\bar{\bar{q}}\iota + \text{ecc.} + l\bar{r}\vartheta + l\bar{\bar{r}}\iota + \text{ecc.}) \\ &+ \rho\,(\lambda + f\bar{q}\nu + f\bar{\bar{q}}\xi + \text{ecc.} + l\bar{r}\nu + l\bar{\bar{r}}\xi + \text{ecc.}) \\ &+ \text{ecc. ecc.} \end{aligned}\right\} = 0$$

Si tratterà soltanto più di sostituire nella prima i valori di π, ρ, ecc., ricavati dalle $n - 1$ altre equazioni, per avere l'equazione che deve essere soddisfatta, quali che siano i valori che si danno ai termini ε, ϑ, ι, ecc., $\varkappa$, ν, ξ, ecc., delle limitazioni arbitrarie; ora, affinché ciò avvenga, bisogna che i valori così trovati per π, ρ, ecc. ed i termini

$$E + e\bar{q}H + e\bar{\bar{q}}I + \text{ecc.} + k\bar{r}H + k\bar{\bar{r}}I + \text{ecc.}$$

di questa equazione, nei quali quei valori non entrano, si annullino separatamente; infatti, se il fattore π, per esempio, non fosse nullo, basterebbe prendere successivamente per una delle limitazioni arbitrarie

$$\varepsilon x_1' + \zeta y_1' + \eta z_1' + \text{ecc.} = 0\,,$$

e per un'altra

$$(\varepsilon + C)\,x_1' + \zeta y_1' + \eta z_1' + \text{ecc.} = 0\,,$$

C essendo una quantità supposta costante, affinché queste due limitazioni arbitrarie siano contemporaneamente derivate esatte, e che si può scegliere a volontà, purché il particolare valore che gli si dà non renda infinita alcuna delle funzioni che esprimono tutte le coordinate in una di queste; allora, poiché il termine ε non entra nelle $n - 1$ equazioni dalle quali si ricavano i valori dei fattori arbitrari per sostituirli nella prima equazione e si trova soltanto nel termine $\varepsilon\pi$ di questi, l'equazione risultante dall'eliminazione conterrebbe il termine $C\pi$ in più, quando si prendesse la seconda limitazione arbitraria invece della prima; tale equazione non potrebbe essere soddisfatta in entrambi i casi.

Analogamente si dimostrerebbe che ρ è separatamente nullo considerando il termine $\varkappa\rho$, e così di séguito. L'eliminazione di quei fattori arbitrari nella prima equazione si ridurrà quindi a fare scomparire tutti i termini nei quali essi compaiono; si avrà

$$E + e\bar{q}H + e\bar{\bar{q}}I + \text{ecc.} + k\bar{r}H + k\bar{\bar{r}}I + \text{ecc.} = 0$$

quale una delle equazioni dell'equilibrio; e siccome i valori di π, ρ, ecc., ricavati dalle altre $n - 1$ equazioni, devono essere nulli, bisognerà ancora che queste siano soddisfatte sostituendo zero al posto di quei fattori; il che dà

$$F + f\bar{q}H + f\bar{\bar{q}}I + \text{ecc.} + l\bar{r}H + l\bar{\bar{r}}I + \text{ecc.} = 0$$
$$\text{ecc. ecc.}$$

Se ora rammentiamo che

$$\bar{q}H + \bar{\bar{q}}I + \text{ecc.}$$
$$\bar{r}H + \bar{\bar{r}}I + \text{ecc.}$$

sono i valori di q, r, ecc., nel caso in cui si aggiungano alla somma dei momenti soltanto le equazioni di condizione date, si vedrà facilmente che le n equazioni che abbiamo ottenuto sono precisamente quelle che ci eravamo proposti di trovare, ossia quelle alle quali si giunge quando si eliminano q, r, ecc. dalle equazioni che si hanno aggiungendo alla somma dei momenti soltanto le equazioni di condizione date.

La proposizione inversa di questo teorema, secondo la quale, se quelle n equazioni sono soddisfatte, l'equazione che risulta dalla eliminazione fatta aggiungendo anche le limitazioni arbitrarie, sussiste quali che siano dette limitazioni, risulta in modo evidente dal calcolo precedente; infatti esso mostra che il primo membro di quest'ultima equazione contiene solo la quantità

$$E + e\bar{q}H + e\bar{\bar{q}}I + \text{ecc.} + \varkappa\bar{r}H + \varkappa\bar{\bar{r}}I + \text{ecc.} = 0$$

che è nulla per ipotesi e dei termini moltiplicati per i valori di π, ρ, ecc. ricavati dalle equazioni

$$\left.\begin{aligned} & F + \bar{q}H + f\bar{\bar{q}}I - \text{ecc.} + l\bar{r}H + l\bar{\bar{r}}I + \text{ecc.} \\ & + \pi\,(\zeta + f\bar{q}\vartheta + f\bar{\bar{q}}\iota + \text{ecc.} + l\bar{r}\vartheta + l\bar{\bar{r}}\iota + \text{ecc.}) \\ & + \rho\,(\lambda + f\bar{q}\nu + f\bar{\bar{q}}\xi + \text{ecc.} + l\bar{r}\nu + l\bar{\bar{r}}\xi + \text{ecc.}) \\ & + \text{ecc.} + \text{ecc.} \end{aligned}\right\} = 0$$

le quali danno

$$\pi = 0,$$
$$\rho = 0, \text{ ecc.}$$

poiché i termini in cui non entrano quelle incognite e che devono trovarsi in tutti i prodotti di cui si compongono i numeratori dei loro valori sono nulli.

ARTICOLO TERZO

CONSIDERAZIONI GENERALI SUGLI INTEGRALI DELLE EQUAZIONI A DERIVATE PARZIALI [1]

Letta all'Institut l'11 luglio 1814 da A. Ampère

(Dal XVII fascicolo del « Journal de l'Ecole Polytechnique », Paris, de l'Imprimerie Royale, 1815).

SEZIONE I

1. *Nozioni preliminari e definizioni.*

Le equazioni che contengono differenziali, siano essi ordinari o parziali, esprimono, come è noto, relazioni fra le variabili che entrano in queste equazioni e le derivate che rappresentano i rapporti degli incrementi infinitamente piccoli che esse assumono quando si fanno variare in conformità alla mutua dipendenza istituita fra loro dalla natura del problema che ci si propone di risolvere.

Queste relazioni suppongono necessariamente l'esistenza di relazioni fra le variabili stesse; queste ultime sono espresse dagli integrali primitivi delle equazioni differenziali e dalle soluzioni particolari primitive che esse possono avere.

Nelle ricerche che ho l'onore di presentare oggi all'uditorio, non mi occuperò degli integrali e delle soluzioni particolari che si possono chiamare intermedi e che esprimono le relazioni che devono esistere fra le variabili che si considerano e derivate, di queste stesse variabili, di ordini inferiori a quello dell'equazione data, affinché l'equazione possa valere; mi sono proposto di giungere direttamente agli integrali

[1] Per la migliore comprensione delle due Memorie di Ampère sull'argomento, non sempre facili, è molto utile la consultazione del classico volume di E. GOURSAT, *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre à deux variables indépendantes*, Paris, 1896. Questo autore spiega e mette in luce il valore dell'opera di Ampère specialmente nella prefazione, nel capitolo II della parte I e nel capitolo VIII della parte II.

primitivi e, allo scopo di dare un certo ordine al lavoro che ho intrapreso, ho ritenuto di dovere riservare ad un'altra Memoria [2] tutto ciò che si riferisce al suddetto modo di soddisfare alle equazioni differenziali, limitandomi nel presente lavoro alla ricerca degli integrali primitivi delle equazioni a derivate parziali a due variabili indipendenti. Si possono avere derivate, e, per conseguenza, equazioni differenziali, solo in quanto le relazioni che esistono fra le quantità che si considerano consentono di farne variare a piacere una o più, senza che quelle relazioni vengano meno. Nel primo caso vi è una sola variabile indipendente, di cui tutte le altre sono funzioni: è il caso delle equazioni differenziali ordinarie; nel secondo, il numero delle variabili indipendenti è determinato dalla natura del problema e le equazioni sono a derivate parziali: in entrambi i casi si possono sempre prendere a volontà la variabile o le variabili che si considerano come indipendenti. Affinché un integrale sia generale, bisogna che fra le variabili che si considerano e le loro derivate all'infinito rimangano soltanto le relazioni espresse dall'equazione data e dalle equazioni che da essa si deducono differenziandola [3].

Gli integrali e le soluzioni particolari, mentre istituiscono le suddette relazioni fra le variabili e le loro derivate, ne istituiscono anche altre estranee al problema e pertanto ne rappresentano soltanto casi particolari.

Si distinguono gli integrali particolari dalle soluzioni particolari in quanto i primi possono essere completati in modo da generare un integrale generale in cui essi stessi siano compresi, mentre ciò non avviene per le seconde, che esprimono relazioni incompatibili con quelle che rappresentano gli integrali generali.

Affinché gli integrali possano essere generali, bisogna, secondo questa definizione, che essi contengano quantità arbitrarie, in modo che, dopo averle eliminate, fra l'integrale

[2] Vedi la Memoria seguente.

[3] Questa definizione di integrale generale di un'equazione a derivate parziali è rimasta classica.

e le sue derivate all'infinito, rimangano soltanto le relazioni espresse dall'equazione data e dalle sue derivate [4].

Rappresentiamo con m l'ordine di una equazione differenziale ordinaria o a derivate parziali e con n un numero qualunque maggiore di m; se, differenziando n volte l'integrale primitivo dell'equazione, rimangono h equazioni e se poi, differenziandolo $n - m$ volte, rimangono h' equazioni fra le stesse derivate, affinché l'integrale abbia la stessa generalità dell'equazione data, bisognerà, secondo quanto

[4] Aggiungiamo qualche considerazione, fatta dal GOURSAT (*op. cit.*, cap. VIII, p. 178), che ci sembra di utile chiarimento. « ... Per fissare le idee ci limiteremo ad un'equazione del secondo ordine

$$r + f\,(x, y, z, p, q, s, t) = 0 \qquad [1]$$

... Se si differenzia l'equazione [1] un numero qualunque di volte per rapporto a x e a y, si ottengono due equazioni contenenti le derivate del terzo ordine, tre equazioni contenenti le derivate del quarto ordine... e in generale $(n - 1)$ equazioni contenenti le derivate di ordine n; queste relazioni permettono di esprimere tutte le derivate parziali della funzione incognita z per mezzo di x, y, z e le derivate $p_{1,k-1}$, $p_{0,k}$, variando l'indice k da 1 a $+\infty$. Ma dall'equazione [1] non si può dedurre alcuna relazione che contenga soltanto le derivate parziali $p_{1,k-1}$, $p_{0,k}$. La condizione di Ampère è dunque equivalente a questa: " affinché un integrale dell'equazione [1] sia generale, bisogna che, dalla definizione di questo integrale, non si possa dedurre alcuna relazione di uguaglianza fra le variabili (x, y, z..., $p_{1,k-1}$, $p_{0,1}$..., $p_{0,k}$) per quanto grande sia il numero intero k ". Beninteso si tratta di relazioni che non contengono alcuna delle quantità arbitrarie che figurano nell'integrale considerato. Reciprocamente, ogni integrale dell'equazione [1], che soddisfi alla condizione precedente, è generale nel senso di Ampère ».

Il Goursat dimostra poi che un integrale che sia generale nel senso della suddetta definizione di Ampère può non esserlo nel senso di Cauchy, mentre un integrale generale nel senso di Cauchy lo è sempre nel senso di Ampère. Egli chiama, per brevità, *generale nel senso di Cauchy* un integrale che risponde alla seguente definizione, ripresa dal Darboux (*Leçons sur la théorie générale des surfaces*, tomo II, p. 98): « Diremo che un integrale è generale se si può disporre delle arbitrarie che vi figurano, funzioni o costanti, in numero illimitato, in modo da ritrovare le soluzioni di cui i teoremi di Cauchy ci dimostrino l'esistenza, cioè in modo da attribuire alla funzione incognita e ad una delle sue derivate prime, valori succedentisi secondo una legge continua qualunque, data preventivamente, per tutti i punti di una curva ». Il Goursat annota, per la precisione, che Ampère nella sua definizione dice « è necessario che », senza aggiungere « è sufficiente che »; osserva però che, dal seguito della sua Memoria, sembra risultare che egli consideri la condizione enunciata come sufficiente per la generalità di un integrale.

abbiamo testé osservato, che le h equazioni ottenute nella prima operazione contengano $h - h'$ arbitrarie, in modo che, dopo l'eliminazione di queste arbitrarie, non rimangano più di h' equazioni.

. . . . . .

2. *Considerazioni sul modo in cui le differenziazioni successive introducono nel calcolo nuove arbitrarie provenienti dalle funzioni arbitrarie contenute in un integrale qualsiasi, quando queste funzioni non entrano sotto segno di integrazione parziale.*

Partendo da un sistema di $k + 1$ equazioni principali, componenti un integrale primitivo, e passando alle derivate del primo ordine, si avranno $2(k + 1)$ equazioni di detto ordine, nelle quali, oltre alle quantità contenute nell'integrale, si troveranno p, q, e $2k$ quantità quali

$$\frac{d\alpha}{dx}, \quad \frac{d\alpha}{dy}, \quad \frac{d\beta}{dy}, \quad \frac{d\beta}{dx}, \quad \text{ecc.;}$$

dimodoché, dopo aver eliminato queste quantità, rimarranno due equazioni che daranno i valori di p e di q. Le equazioni derivate del secondo ordine saranno in numero di $3(k + 1)$ e conterranno inoltre r, s, t e $3k$ quantità quali

$$\frac{d^2\alpha}{dx^2}, \quad \frac{d^2\alpha}{dxdy}, \quad \frac{d^2\alpha}{dy^2}, \quad \frac{d^2\beta}{dx^2}, \quad \frac{d^2\beta}{dxdy}, \quad \frac{d^2\beta}{dy^2}, \quad \text{ecc.,}$$

in modo che, dopo averle eliminate e aver sostituito

$$p, \; q, \; \frac{d\alpha}{dx}, \quad \frac{d\alpha}{dy}, \quad \frac{d\beta}{dx}, \quad \frac{d\beta}{dy}, \quad \text{ecc.}$$

con i valori già trovati per tali quantità, si avranno tre equazioni che daranno i valori di r, s, t.

Continuando queste operazioni fino all'ordine, arbitrario, n, si determineranno valori di tutte le derivate di ζ fino a quest'ordine, le quali conterranno soltanto le quantità contenute nell'integrale, eccetto nuove funzioni arbitrarie provenienti da quelle dell'integrale.

. . . . . .

3. *Considerazioni sul numero delle funzioni arbitrarie che devono entrare negli integrali primitivi affinché questi possano essere generali.*

La determinazione del numero delle funzioni arbitrarie indipendenti fra loro che gli integrali delle equazioni a derivate parziali devono racchiudere si fonda, come già abbiamo detto, sul seguente principio: quando si hanno h equazioni che non rientrano le une nelle altre e si sa che esse non devono darne più di h' con l'eliminazione delle arbitrarie, il numero di tali arbitrarie può anche essere maggiore di $h - h'$, poiché molte arbitrarie possono scomparire contemporaneamente; ma non può essere minore, poiché allora l'eliminazione delle arbitrarie lascerebbe un numero di equazioni maggiore di h'.

. . . . . .

Riguardo agli integrali espressi da serie, è evidente che non si possono determinare *a priori*, per mezzo di considerazioni analoghe alle precedenti, il numero delle funzioni arbitrarie indipendenti fra loro che devono contenere per essere generali, poiché in questo caso si ha un'infinità di arbitrarie da eliminare, mentre quelle considerazioni si fondano totalmente sul fatto che il numero delle arbitrarie non può essere minore di un certo limite che cresce con il numero delle differenziazioni.

4. *Condizioni alle quali debbono soddisfare le quantità che compongono le funzioni arbitrarie non comprese negli integrali sotto segno di integrazione parziale.*

Questa parte delle nostre ricerche è fondata sulle formule per mezzo delle quali si esprimono le derivate di z, di un ordine qualsiasi n, in funzione dei coefficienti di dx e di $d\alpha$ nei differenziali delle derivate di z, di ordine $n - 1$. Queste formule, che mi sembra indispensabile richiamare e dimostrare qui, sono indipendenti dalla supposizione che α sia una delle quantità di cui si compongono le funzioni arbitrarie dell'integrale primitivo. Vi si può considerare α come una

quantità qualunque, funzione esplicita o implicita, come z, di x e di y. Vedremo quanto prima come si debba esprimere la suddetta condizione nel calcolo, quando si vuole prendere, in queste formule, per α una delle quantità che compongono le funzioni arbitrarie...

Fine della I Memoria [5]

[5] La Memoria dalla quale sono state tratte queste *Considerazioni generali* conteneva altri due paragrafi in cui esse erano applicate all'integrazione delle equazioni a derivate parziali del primo e del secondo ordine. Questi due paragrafi non si trovano qui, perché è sembrato più conveniente riunirli alle altre Memorie sullo stesso argomento che l'autore ha in séguito presentato all'Institut.

MEMORIA CONTENENTE L'APPLICAZIONE DELLA TEORIA ESPOSTA NEL XVII FASCICOLO DEL « JOURNAL DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE » ALLA INTEGRAZIONE DELLE EQUAZIONI A DERIVATE PARZIALI DEL PRIMO E DEL SECONDO ORDINE

del sig. Ampère

(Dal « Journal de l'Ecole Polytechnique », XVIII fascicolo).

1. *Applicazione al primo ordine.*

Poiché l'integrale delle equazioni a derivate parziali del primo ordine contiene una sola funzione arbitraria, è inutile esaminare in particolare il caso in cui questa funzione sia composta da una sola delle due variabili, x o y; infatti, in questo caso, mancherebbe necessariamente la derivata di z relativa a tale variabile nella equazione data e perciò, secondo quanto è stato detto nel § 4, basterebbe integrare questa equazione come se essa fosse a differenziali ordinari fra le altre due variabili e sostituire la costante arbitraria con una funzione arbitraria della variabile, considerata, in questa integrazione, come costante. Perciò rimangono da esaminare soltanto due casi: quello in cui le derivate p e q sono eterogenee rispetto all'integrale e quello in cui esse sono omogenee.

. . . . . .

2. *Applicazione al secondo ordine.*

Anzitutto bisogna distinguere due classi di equazioni a derivate parziali di secondo ordine: quelle che possono avere un integrale intermedio di primo ordine e quelle che non hanno tale possibilità. Le prime possono, in generale, essere integrate con metodi analoghi a quelli che si usano per le equazioni di primo ordine; questa considerazione ha impedito alla maggior parte dei geometri che si sono occupati della integrazione delle equazioni a derivate parziali di fare

oggetto di studio particolare la determinazione del loro integrale primitivo. Quasi sempre ci si è limitati a mostrare come si possa trovare l'integrale intermedio, pensando che non rimanesse altro da fare, per ottenere l'integrale primitivo, che integrare nuovamente come una equazione ordinaria di primo ordine. Ma questo procedimento, che può riuscire in molti casi, non è né il più generale, né quello che conduce più direttamente all'integrale primitivo; la presenza di una funzione arbitraria nell'integrale intermedio impedisce spesso che i metodi di integrazione delle equazioni del primo ordine possano applicarsi immediatamente, soprattutto quando essa è rappresentata da un sistema di due equazioni; quand'anche questa circostanza non si manifesti, si è obbligati a calcolare nuovamente delle equazioni che sono comprese fra quelle che si sono dovute ricavare dall'equazione data quando si è cercato il suo integrale di primo ordine; il che complica inutilmente il calcolo. Perciò ho ritenuto di fare cosa utile proponendo, per giungere direttamente all'integrale primitivo, un metodo che non presenti quell'inconveniente e nello stesso tempo faccia conoscere le diverse forme che l'integrale può assumere nei vari casi che si possono avere. Quando non si può avere integrale intermedio, i metodi di integrazione che servono in tale caso non possono più essere impiegati. Allora le equazioni da integrare come se fossero a differenziali ordinari, che condurrebbero all'integrale del primo ordine se soddisfacessero alle condizioni di integrabilità, cessano di soddisfare a dette condizioni e finora non si è riusciti a ricavarne alcun vantaggio per la ricerca dell'integrale primitivo. I metodi di integrazione, ai quali si è finora fatto ricorso in questo caso, consistono generalmente nel trasformare, quando ciò sia possibile, l'equazione data, per mezzo del cambiamento delle variabili indipendenti e della funzione che ne dipende, in un'altra equazione, il cui integrale sia noto, oppure nel supporre una forma per questo integrale, tentando di particolarizzarla in modo che soddisfi all'equazione data. Con tale sistema si è giunti ad integrare in un gran numero di casi le equazioni lineari di secondo ordine; non si è otte-

nuto il medesimo successo con le equazioni dello stesso ordine non lineari. Io mi sono proposto di dare, per entrambe, un nuovo metodo fondato sulla considerazione delle equazioni dedotte da quella data che, pur sembrando poter essere considerate a differenziali ordinari, non soddisfano alle condizioni di integrabilità e delle quali non si può fare alcun uso finché si considerino sotto tale punto di vista. La cosa diviene assai diversa se si pone mente che esse sono delle vere equazioni a derivate parziali. Il metodo che io impiego per dedurre gli integrali primitivi di un gran numero di equazioni prive di integrale intermedio è ancora lungi dall'essere così generale quanto lo si desidererebbe; ma rappresenta almeno un primo passo in un genere di ricerche che credo non sia ancora stato tentato e che mi sembra prometta di condurre in futuro a risultati di ben maggiore importanza di quelli che ne ho finora dedotto.

Onde rendere ordinata l'esposizione di tali ricerche, mi occuperò delle equazioni a derivate parziali di secondo ordine, successivamente nei seguenti quattro casi:

1) Quello in cui l'integrale primitivo contiene soltanto funzioni arbitrarie di x e di y.

2) Quello in cui esso contiene funzioni arbitrarie composte di quantità che variano invece contemporaneamente con x e y, ma rispetto alle quali le derivate di z contenute nell'equazione possono essere eterogenee con l'integrale.

3) Il caso in cui quest'ultima condizione si presenta per una delle due funzioni arbitrarie dell'integrale primitivo, mentre le stesse derivate sono necessariamente omogenee con l'integrale relativamente all'altra funzione arbitraria.

4) Il caso in cui queste derivate sono necessariamente omogenee con l'integrale rispetto alle due funzioni arbitrarie.

In ogŋuno di questi casi darò le formule che devono condurre all'integrale; ma in un primo tempo applicherò queste formule soltanto alle equazioni di secondo ordine che ammettono un integrale intermedio.

Considererò poi, riprendendo i quattro casi testé indicati, le equazioni di secondo ordine che non possono avere integrali di primo ordine a causa della forma dell'equazione data e applicherò le stesse formule ad ognuno di essi.

. . . . . .

3. *Intorno ad alcune trasformazioni delle equazioni a derivate parziali di secondo ordine e al modo in cui devono essere integrate nel caso in cui i due sistemi di equazioni a differenziali ordinari dalle quali dipendono i loro integrali si riducano a uno.*

Il signor Legendre [6] ha fatto conoscere una trasformazione per mezzo della quale si riduce l'equazione di secondo ordine

$$Rr + Ss + Tt = 0$$

a un'equazione lineare dello stesso ordine, ove p e q sono le due variabili indipendenti, quando R, S, T, contengano soltanto queste ultime due quantità. Io ho trovato che esistono due trasformazioni analoghe, che si ottengono l'una prendendo x e q e l'altra y e p come variabili indipendenti e che possono, come quella che ha dato il signor Legendre, essere applicate alla equazione

$$Hr + 2Ks + Lt + M + N(rt - s^2) = 0$$

senza che questa equazione cambi forma. Per dare un'idea chiara delle due suddette trasformazioni, comincerò con il richiamare la trasformazione del signor Legendre e col calcolarne le formule per mezzo della notazione che ho usato nella presente Memoria...

. . . . . .

[6] Adrien-Marie Legendre (1752-1833), matematico francese, professore all'Ecole Polytechnique e all'Ecole normale supérieure. Si occupò di questioni generali di analisi e di geometria, in particolare del problema delle parallele (V postulato di Euclide), senza tuttavia giungere ancora alla scoperta della « geometria non euclidea ». Opere principali: *Saggio sulla teoria dei numeri*; *Trattato delle funzioni ellittiche e degli integrali euleriani*; *Elementi di geometria*.

4. *Metodo per integrare le equazioni a derivate parziali di secondo ordine nelle quali le derivate di quest'ordine entrano soltanto alla prima potenza, per la eliminazione dei termini che contengono quelle derivate.*

Il noto metodo per l'integrazione delle equazioni di primo ordine nelle quali p e q entrano solo alla prima potenza, si riduce alla sostituzione di una delle due variabili indipendenti, in modo che nelle equazioni a derivate parziali, la cui integrazione deve condurre all'integrazione dell'equazione data, non rimanga più che una delle due derivate di primo ordine. Poiché allora queste equazioni contengono soltanto derivate relative ad una delle due variabili indipendenti, esse possono essere integrate come se fossero a derivate ordinarie.

Se si paragona a questo metodo quello che ha dato il sig. Laplace [7] per le equazioni lineari di secondo ordine, si vedrà che la prima operazione che esso richiede consiste pure nel fare scomparire due dei termini, nei quali entrano i differenziali di quest'ordine; dimodoché ne rimanga uno solo nell'equazione di secondo ordine che si deve poi integrare insieme alle due equazioni di primo ordine. La derivata di secondo ordine che rimane in quella

[7] Pierre-Simon de Laplace (1749-1827), matematico, astronomo, fisico francese, uno degli uomini più illustri nella storia della scienza. In matematica sono particolarmente significativi i suoi studi sulla teoria delle probabilità, sulla teoria delle funzioni generatrici e sulle equazioni differenziali; è particolarmente nota la sua celebre equazione differenziale a derivate parziali

$$\frac{\delta^2 z}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 z}{\delta y^2} = 0$$

particolarmente importante per la fisica matematica. In astronomia sviluppò e perfezionò le idee di Newton, aggiungendovi studi di altri astronomi e suoi personali; la sua opera in meccanica celeste è tuttora fondamentale; è noto anche per la sua ipotesi nebulare circa l'origine del sistema planetario. Accenneremo in séguito ai suoi studi in elettrodinamica. Opere principali: *Traité de mécanique céleste*; *Exposition du système du monde*, *Teoria analitica delle probabilità*; *Saggio filosofico sulla probabilità*. Vedi il volume di questa stessa collezione: LAPLACE, *Opere*, a cura di Orietta Pesenti Cambursano.

trasformata è, come si sa, r o t, ossia una delle due estreme, quando i coefficienti di r, s, t sono quelli di un quadrato perfetto, o la derivata intermedia s, quando questa condizione non si presenta.

Io mi propongo, nel presente paragrafo, di ricondurre, quando la cosa è possibile, l'integrazione delle equazioni di secondo ordine nelle quali r, s, t entrano solo alla prima potenza, all'integrazione di due equazioni di primo ordine che si possano integrare come se fossero a derivate ordinarie e di una equazione di secondo ordine che contenga una sola derivata di quest'ordine; precisamente, una delle derivate estreme quando i coefficienti di r, s, t nell'equazione data sono quelli di un quadrato perfetto, o la derivata intermedia di secondo ordine, quando tali coefficienti non soddisfano a questa condizione. Dopo occorre soltanto integrare questa equazione; possono presentarsi due casi:

1) Quello in cui l'equazione data ammette un integrale di primo ordine...

. . . . . .

2) Il caso in cui l'equazione data non ammette un integrale di primo ordine...

. . . . . .

ARTICOLO QUARTO

DIMOSTRAZIONE DI UN TEOREMA DA CUI SI POSSONO DEDURRE TUTTE LE LEGGI DELLA RIFRAZIONE ORDINARIA E STRAORDINARIA

letta all'Institut il 27 marzo 1815 da A. Ampère

(Dalle *Mémoires de la Classe des Sciences Mathématiques et Physiques de l'Institut de France*, Parigi, XIV, anni 1813-14-15).

Il sig. Laplace ha ricondotto tutti i fenomeni della rifrazione ordinaria e straordinaria a un principio unico, al principio della minima azione. Egli ha mostrato come, per mezzo di questo principio, tutti i problemi relativi a questa parte della fisica si riducano a semplici questioni di analisi, dopo che l'osservazione ha fatto conoscere la velocità che la luce assume nei vari mezzi, sia quando detta velocità ha un valore costante [1], come avviene per i raggi che subiscono la rifrazione ordinaria, sia quando essa dipende dalla direzione, come si osserva nei raggi sottoposti all'azione delle forze che producono la rifrazione straordinaria.

La velocità dipende dalla direzione secondo una legge semplicissima; nei cristalli nei quali si sono già determinati gli effetti di quelle forze, tale velocità è una funzione dell'angolo formato dalla direzione del raggio rifratto con un asse fisso; ma la scoperta fatta dal sig. Biot [2] di due

[1] Già il celebre matematico francese Pierre Fermat (1601-1665) aveva applicato il principio della minima azione all'ottica. Egli osservò che il cammino seguito da un raggio luminoso, il quale parta da un punto, si rifletta su di uno specchio e giunga ad un altro punto, è il minimo percorso fra questi due punti che tocchi la superficie riflettente e inoltre rilevò che il cammino-percorso da un raggio luminoso per passare da un punto situato in un mezzo ad un punto situato in un altro mezzo è quello che corrisponde all'impiego del minimo tempo. Da queste considerazioni Fermat dedusse le note leggi della riflessione (l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di riflessione) e della rifrazione (il rapporto tra il seno dell'angolo di incidenza e il seno dell'angolo di rifrazione è costante).

[2] Jean-Baptiste Biot, astronomo, matematico, fisico e chimico francese (1774-1862), professore al Collège de France, studiò la polarizzazione della luce in diverse sostanze. Vedremo più avanti (nota 3, p. 229) la legge enunciata insieme al Savart sulle attrazioni elettromagnetiche. Prese pure parte a diverse spedizioni scientifiche. Opere principali: *Storia delle Scienze durante la Rivoluzione francese*, *Saggi sulla Astronomia indiana e cinese*.

assi di polarizzazione nella mica deve far sospettare che la legge del movimento della luce in questa sostanza, e in molte di quelle nelle quali non è stata ancora determinata, possa essere più complicata e dipendere dai due angoli che determinano la direzione del raggio.

Perciò ho ritenuto di fare cosa utile dimostrando in generale l'identità del principio della minima azione e di una costruzione analoga a quella che Huyghens [3] ha dato per il caso in cui il raggio passi da uno spazio vuoto in un mezzo in cui la legge della rifrazione straordinaria dipenda da un solo angolo. Per dare a questa teoria tutta la generalità che essa può assumere, e comprendervi il caso in cui il raggio esce da un mezzo nel quale è stato sottoposto all'azione delle forze che polarizzano la luce ed entra in un altro mezzo che eserciti anch'esso su di lui un'azione di questo genere, ho dovuto ammettere che in entrambi i mezzi la velocità dipenda, secondo una legge qualunque, dai due angoli che determinano la direzione del raggio. Poiché basta conoscere i due angoli formati dal raggio con due rette date perché la sua direzione sia interamente nota, è evidente che, comunque si abbia l'espressione della legge secondo la quale la velocità dipende dalla direzione, si potrà sempre, per mezzo delle note formule della trigonometria sferica, calcolare il valore di questa velocità in funzione dei due

[3] Christiaan Huygens, fisico, matematico e astronomo olandese (1629-1695); fece studi in particolare sulla doppia rifrazione e sul magnetismo; applicò la molla a spirale agli orologi a pendolo. Rammentiamo che la *doppia rifrazione* è il fenomeno per cui un fascio di luce che incontri una faccia di alcuni cristalli, ad esempio del carbonato di calcio (spato di Islanda) o del cromato di piombo, si divide in due fasci: l'uno si rifrange secondo le ordinarie leggi e si chiama *raggio ordinario*, l'altro si rifrange secondo una legge meno semplice e si dice *raggio straordinario*. Un raggio di luce che ha attraversato un cristallo birifrangente si modifica in modo tale che in certe circostanze non può riflettersi o rifrangersi nuovamente: si dice che il raggio è *polarizzato*.

angoli che determinano la direzione rispetto a rette prese ad arbitrio, purché la posizione rispettiva degli assi del cristallo e di quelle rette sia nota. Del resto, per lo scopo che mi sono proposto, è sufficiente stabilire in generale la possibilità di esprimere la velocità in questo modo ed è inutile calcolare il valore della funzione che la rappresenta, poiché le considerazioni di cui mi sono servito e i risultati che ne ho dedotto non dipendono per nulla dalla determinazione di tale funzione, sia nel mezzo in cui il raggio entra, sia nel mezzo dal quale questo esce.

La semplicità della dimostrazione che sto per fare deriva dalla scelta delle due variabili che ho considerato come indipendenti. Io mi sono servito delle formule di trasformazione e della notazione per distinguere le derivate prese rispetto a diversi sistemi di variabili indipendenti, che ho già impiegato in molte Memorie sull'integrazione delle equazioni a derivate parziali [4]. Mentre i risultati contenuti in dette Memorie mostrano l'utilità di quella notazione nei calcoli che conducono agli integrali delle equazioni a derivate parziali, il nuovo uso che ne faccio ora rende indubbio il vantaggio che si può conseguire dalla applicazione dell'analisi a parecchi problemi di meccanica e di fisica. Supporrò i due mezzi separati da due piani: se la superficie rifrangente fosse curva, bisognerebbe prendere, invece di questo piano, il piano tangente alla superficie nel punto in cui essa è intersecata dal raggio che si considera; prenderò questo punto come origine delle coordinate e come asse delle z una retta perpendicolare al piano che separa i due mezzi, in modo che gli assi delle x e delle y siano due rette perpendicolari fra loro prese ad arbitrio in quel piano. Per esprimere in ogni mezzo la velocità della luce, supporrò che essa sia data in funzione dei due angoli che formano con l'asse delle z le proiezioni del raggio sui piani delle xz e delle yz; le tangenti di questi angoli sono in generale uguali

[4] Vedi ad esempio le Memorie dell'11 luglio 1814 e quella applicativa seguente che abbiamo parzialmente riportato nell'articolo precedente (terzo).

a $\frac{x}{z}$ e a $\frac{y}{z}$, dimodoché, se si indicano con s e con t, si avrà $x = sz$, $y = tz$. Conseguentemente rappresenterò queste velocità con $\varphi(s, t)$ nel mezzo in cui entra il raggio e con $\psi(s, t)$ in quello dal quale esce. Prenderò queste quantità come variabili indipendenti. Passo ora ad enunciare e a dimostrare il teorema che è oggetto di questa Memoria. Nel mezzo in cui entra il raggio e per il punto in cui esso incontra la superficie rifrangente si immagini una infinità di rette, delle quali le une rappresentino i raggi rifratti e le altre i prolungamenti dei raggi incidenti corrispondenti; si immagini inoltre di prendere su queste rette, a partire dalla loro intersezione mutua, distanze che siano per le prime in ragione inversa delle velocità che si hanno dopo la rifrazione e per le seconde in ragione inversa delle velocità che si hanno prima della rifrazione; si immaginino poi due superfici passanti per tutti i punti così determinati, l'una per tutti quelli che si trovano sui raggi rifratti, e l'altra per tutti quelli che si trovano sui prolungamenti dei raggi incidenti; si supponga infine di condurre due piani, dei quali l'uno sia tangente alla prima superficie nel punto in cui essa incontra un raggio rifratto e l'altro sia tangente alla seconda superficie nel punto in cui essa incontra il prolungamento del raggio incidente corrispondente; dico che la comune intersezione di questi piani tangenti sarà nel piano che separa i due mezzi.

Per dimostrare questo teorema, bisogna esprimere la condizione data dal principio della minima azione per mezzo di quantità tali che si possano rappresentare con funzioni di queste quantità le linee che determinano la posizione dei piani tangenti. Anzitutto abbiamo a tale scopo le due quantità s, t, che abbiamo preso quali variabili indipendenti; si tratta dunque di trovare delle espressioni che contengano soltanto s, t, funzioni di queste due quantità e le derivate parziali di primo ordine di dette funzioni rispetto a s e t.

Poiché la distanza presa su un raggio rifratto in ragione inversa della velocità è rappresentata da $\frac{1}{\varphi(s, t)}$, è evidente che la perpendicolare abbassata dall'estremità di questa

distanza opposta all'origine delle coordinate, che è l'ordinata z della prima superficie, è una funzione di s e di t, il cui valore si trova facilmente osservando che questa distanza è uguale a $z \cdot \sqrt{1 + s^2 + t^2}$, il che dà

$$z = \frac{1}{\varphi(s,t)\sqrt{1 + s^2 + t^2}} .$$

Se si conviene, come farò nel séguito di questa Memoria, di indicare con le stesse lettere le quantità che si corrispondono nelle due superfici, distinguendo con apici quelle che si riferiscono alla seconda superficie, si troverà analogamente

$$z' = \frac{1}{\psi(s',t')\sqrt{1 + s'^2 + t'^2}} .$$

Farò appunto dipendere le espressioni che voglio trovare da queste funzioni e dalle loro derivate relative rispettivamente a s e a t e a s' e t'.

Prendiamo sul raggio rifratto un punto fisso, la cui distanza dal piano delle xy sia a, e sul raggio incidente corrispondente un altro punto fisso situato dall'altra banda di questo piano ad una distanza rappresentata da a'; le porzioni di questi raggi comprese fra l'origine e i punti fissi saranno rispettivamente

$$a \cdot \sqrt{1 + s^2 + t^2}$$
$$a' \cdot \sqrt{1 + s'^2 + t'^2}$$

e, poiché la somma dei loro prodotti per le velocità $\varphi(s,t)$, $\psi(s',t')$ deve essere un minimo in virtù del principio della minima azione, bisognerà che

$$\mathrm{d}\left(a\,\varphi(s,t)\sqrt{1 + s^2 + t^2} + a'\,\psi(s',t')\sqrt{1 + s'^2 + t'^2}\right) = 0;$$

in questa equazione s e t sono indipendenti, ma s' dipende da s e t' da t, secondo relazioni facilissime da trovare poiché è evidente che, essendo fissi i due punti presi sul raggio rifratto e sul raggio incidente corrispondente, si ha

$$as + a's' = b$$
$$at + a't' = c$$

essendo b la distanza dei due piani condotti per questi due punti perpendicolarmente all'asse delle x e c quella di due piani condotti perpendicolarmente all'asse delle y.

Da queste relazioni si deduce

$$\frac{\mathrm{d}s'}{\mathrm{d}s} = -\frac{a}{a'} ,$$

e

$$\frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t} = -\frac{a}{a'} .$$

Ma i valori trovati prima per z e z' cambiano l'equazione

$$\mathrm{d}\left(a\,\varphi(s,t)\sqrt{1 + s^2 + t^2} + a'\,\psi(s',t')\sqrt{1 + s'^2 + t'^2}\right) = 0$$

nella

$$\mathrm{d}\left(\frac{a}{z} + \frac{a'}{z'}\right) = 0 ;$$

poiché s' dipende soltanto da s e t' da t, si ha come derivata rispetto a s [5]

$$\frac{a}{z^2} \cdot \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s(t} + \frac{a'}{z'^2} \cdot \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}s'(t'} \cdot \frac{\mathrm{d}s'}{\mathrm{d}s} = 0$$

o

$$\frac{1}{z^2} \cdot \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s(t} - \frac{1}{z'^2} \cdot \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}s'(t'} = 0$$

e come derivata rispetto a t

$$\frac{a}{z^2} \cdot \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t(s} + \frac{a'}{z'^2} \cdot \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t'(s'} \cdot \frac{\mathrm{d}t'}{\mathrm{d}t} = 0$$

o

$$\frac{1}{z^2} \cdot \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t(s} - \frac{1}{z'^2} \cdot \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t'(s'} = 0 .$$

[5] Le notazioni $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}s(t}$, $\frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}s'(t'}$, $\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t(s}$, $\frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t'(s'}$, stanno rispettivamente per $\frac{\partial z}{\partial s}$, $\frac{\partial z'}{\partial s'}$, $\frac{\partial z}{\partial t}$, $\frac{\partial z}{\partial t'}$, oggi comunemente usate per indicare le derivate parziali.

Perciò le due equazioni date dal principio della minima azione sono

$$\frac{1}{z^2}\cdot\frac{dz}{ds(t}=\frac{1}{z'^2}\cdot\frac{dz'}{ds'(t'},$$

e

$$\frac{1}{z^2}\cdot\frac{dz}{dt(s}=\frac{1}{z'^2}\cdot\frac{dz'}{dt'(s'}.$$

Consideriamo ora il piano tangente alla superficie costruita portando su ogni raggio rifratto distanze inverse alle velocità secondo questi raggi. Essendo x, y, z le coordinate del punto di contatto, se si chiamano ξ, η, ζ quelle del piano tangente, l'equazione di questo piano sarà

$$\zeta-z=\frac{dz}{dx(y}(\xi-x)+\frac{dz}{dy(x}(\eta-y);$$

se si pone $\zeta=0$ e $\eta=0$, si avrà, per determinare la distanza ξ dall'origine al punto in cui esso taglia l'asse delle x, l'equazione

$$-z=\frac{dz}{dx(y}(\xi-x)-y\frac{dz}{dy(x},$$

la quale dà

$$\xi=x+\frac{y\dfrac{dz}{dy(x}-z}{\dfrac{dz}{dx(y}},$$

e facendo $\zeta=0$ e $\xi=0$ nell'equazione del piano tangente, si avrà, per determinare la distanza η dall'origine al punto in cui esso taglia l'asse delle y, un'equazione che darà

$$\eta=y+\frac{x\dfrac{dz}{dx(y}-z}{\dfrac{dz}{dy(x}}.$$

Si tratta ora di sostituire in queste espressioni x, y, $\frac{dz}{dx(y}$, $\frac{dz}{dy(x}$, con i loro valori in s, t, $\frac{dz}{ds(t}$, $\frac{dz}{dt(s}$. Ora si

ha $x=sz$, $y=tz$, e la seconda di queste due equazioni dà

$$z=\frac{y}{t},$$

$$\frac{dz}{dx(y}=-\frac{y}{t^2}\cdot\frac{dt}{dx(y}=-\frac{z}{t}\cdot\frac{dt}{dx(y},$$

$$\frac{dz}{dy(x}=\frac{1}{t}-\frac{y}{t^2}\cdot\frac{dt}{dy(x}=\frac{1}{t}-\frac{z}{t}\cdot\frac{dt}{dy(x},$$

il che cambia il valore di ξ in

$$\xi=sz+\frac{z-z^2\dfrac{dt}{dy(x}-z}{-\dfrac{z}{t}\cdot\dfrac{dt}{dx(y}}=sz+tz\,\frac{\dfrac{dt}{dy(x}}{\dfrac{dt}{dx(y}};$$

ma

$$\frac{\dfrac{dt}{dy(x}}{\dfrac{dt}{dx(y}}=-\frac{dx}{dy(t}=-\frac{\dfrac{dx}{ds(t}}{\dfrac{dy}{ds(t}}=$$

$$=-\frac{z+s\dfrac{dz}{ds(t}}{t\dfrac{dz}{ds(t}}=-\frac{z}{t\dfrac{dz}{ds(t}}-\frac{s}{t},$$

donde

$$\xi=sz-tz\left(\frac{z}{t\dfrac{dz}{ds(t}}-\frac{s}{t}\right)=-\frac{z^2}{\dfrac{dz}{ds(t}}=-\frac{1}{\dfrac{1}{z^2}\cdot\dfrac{dz}{ds(t}}.$$

Con un calcolo analogo, effettuato sulle coordinate della seconda superficie, si troverà

$$\xi'=-\frac{1}{\dfrac{1}{z'^2}\cdot\dfrac{dz'}{ds'(t'}},$$

e, poiché il principio della minima azione ci ha dato

$$\frac{1}{z^2}\cdot\frac{dz}{ds(t}=\frac{1}{z'^2}\cdot\frac{dz'}{ds'(t'},$$

si ha

$$\xi = \xi' ,$$

ossia i due piani tangenti tagliano l'asse delle x nel medesimo punto.

Se si ricavano i valori di z, $\frac{dz}{dx(y}$, $\frac{dz}{dy(x}$ dall'equazione $x = sz$, si avrà

$$z = \frac{x}{s} ,$$

$$\frac{dz}{dx(y} = \frac{1}{s} - \frac{x}{s^2} \cdot \frac{ds}{dx(y} = \frac{1}{s} - \frac{z}{s} \cdot \frac{ds}{dx(y} ,$$

$$\frac{dz}{dy(x} = - \frac{x}{s^2} \cdot \frac{ds}{dy(x} = - \frac{z}{s} \cdot \frac{ds}{dy(x} ,$$

e sostituendo questi valori e quelli di x e di y nella

$$\eta = y + \frac{x \frac{dz}{dx(y} - z}{\frac{dz}{dy(x}}$$

si troverà

$$\eta = tz + \frac{z - z^2 \frac{dt}{dx(y} - z}{- \frac{z}{s} \cdot \frac{ds}{dy(x}} = tz + sz \frac{\frac{ds}{dx(y}}{\frac{ds}{dy(x}} ;$$

e poiché

$$\frac{\frac{ds}{dx(y}}{\frac{ds}{dy(x}} = - \frac{dy}{dx(s} = - \frac{\frac{dy}{dt(s}}{\frac{dx}{dt(s}} =$$

$$= - \frac{z + t \frac{dz}{dt(s}}{s \frac{dz}{dt(s}} = - \frac{z}{s \frac{dz}{dt(s}} - \frac{t}{s} ,$$

sarà

$$\eta = - \frac{z^2}{\frac{dz}{dt(s}} = - \frac{1}{\frac{1}{z^2} \cdot \frac{dz}{dt(s}} ;$$

facendo lo stesso calcolo relativamente alla seconda superficie si otterrà

$$\eta' = - \frac{1}{\frac{1}{z'^2} \cdot \frac{dz'}{dt'(s'}} ;$$

e, poiché per il principio della minima azione

$$\frac{1}{z^2} \cdot \frac{dz}{dt(s} = \frac{1}{z'^2} \cdot \frac{dz'}{dt'(s'} ,$$

si avrà

$$\eta = \eta' ,$$

ossia i due piani tangenti incontrano anch'essi l'asse delle y nel medesimo punto; donde segue che la loro comune intersezione, incontrando l'asse delle x e quello delle y, è interamente nel piano rifrangente nel quale abbiamo preso questi due assi.

Da questo teorema si deduce una costruzione applicabile a tutti i casi in cui si conosca, sia per il mezzo nel quale il raggio entra sia per quello da cui esce, la velocità della luce in funzione dei due angoli che ne determinano la direzione, per mezzo della quale si può costruire il raggio rifratto, quando si abbia la direzione del raggio incidente.

A tale scopo basta costruire, intorno al punto in cui quest'ultimo (il raggio incidente) incontra la superficie rifrangente, le due superfici delle quali abbiamo testé spiegato la generazione, prolungare il raggio incidente dato fino all'incontro della seconda (superficie), condurre a questa, nel punto in cui esso la taglia, un piano tangente, fare passare per l'intersezione di questo piano e della superficie rifrangente un altro piano, tangente alla prima superficie, ed infine congiungere il punto di contatto di quest'ultimo piano con il punto in cui il raggio passa da un mezzo all'altro con una retta; questa retta sarà la direzione del raggio rifratto.

Quando la velocità della luce è costante e indipendente dalla sua direzione nei due mezzi attraversati successivamente, le superfici di cui abbiamo ora parlato sono delle sfere con raggi inversamente proporzionali alle velocità che si hanno in ciascun mezzo, donde è facile concludere immediatamente che i piani passanti per raggi incidenti e rifratti corrispondenti sono perpendicolari alla superficie rifrangente e che i seni degli angoli di incidenza e di rifrazione stanno in un rapporto costante, inverso a quello delle velocità. Poiché la velocità della luce nel vuoto è costante, la seconda superficie è necessariamente una sfera quando il raggio passa dal vuoto in un mezzo qualsiasi. Ma se questo mezzo gode della proprietà della doppia rifrazione, il raggio straordinario avrà velocità differenti secondo le diverse direzioni; se si confronta la costruzione che abbiamo testé dimostrato con quella di Huyghens [6] considerata come un semplice risultato dell'osservazione, si vede subito che, affinché esse concordino, bisogna che l'elissoide che egli descrive sia precisamente la nostra seconda superficie e che, per conseguenza, le velocità secondo i diversi raggi straordinari siano in ragione inversa delle porzioni di questi raggi comprese fra il centro e la superficie di questo elissoide.

Chiamando a e b i suoi due semi-assi e c la distanza dal centro al fuoco, si trova che la porzione del raggio che forma con l'asse minore un angolo uguale ad α vale [7]

$$\frac{b}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}\operatorname{sen}\ \alpha^2}},$$

e, poiché questa porzione, secondo quanto abbiamo visto, sta al semi-asse minore come la velocità v del raggio, sia ordinario sia straordinario, diretto secondo l'asse minore, sta

[6] Vedi la precedente nota 3.

[7] Abbiamo lasciato la formula come è scritta nel testo originale: evidentemente però per questa e per le analoghe successive deve intendersi $\operatorname{sen}^2\alpha$ e non $\operatorname{sen}\alpha^2$, $\operatorname{sen}^2\beta$ e non $\operatorname{sen}\beta^2$.

alla velocità u della luce rifratta straordinariamente secondo detta porzione, segue che [8]

$$\frac{b}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}\operatorname{sen}\ \alpha^2}} : b :: v : u = v\sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}\operatorname{sen}\ \alpha^2}.$$

Dimodoché si deduce così in maniera semplicissima dalla legge scoperta da Huyghens che la velocità del raggio straordinario è uguale a quella del raggio ordinario, di cui si ha per altro il valore, moltiplicata per $\sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}\operatorname{sen}\ \alpha^2}$.

Quest'ultima osservazione si riferisce soltanto ai cristalli nei quali la superficie, i cui semi-diametri sono in ragione inversa delle velocità della luce straordinariamente rifratta secondo questi semi-diametri, è un elissoide appiattito e nei quali per conseguenza la forza che emana dall'asse di polarizzazione è repulsiva. Se tale forza fosse attrattiva e la superficie in parola fosse prodotta dalla rivoluzione di una ellisse intorno al suo asse maggiore, chiamando β l'angolo formato da questo asse e dal semi-diametro e conservando le denominazioni adottate nel calcolo precedente, si avrà come valore di questo semi-diametro

$$\frac{a}{\sqrt{1 + \frac{c^2}{b^2}\operatorname{sen}\ \beta^2}}.$$

Poiché in questo caso la velocità dei raggi ordinari e straordinari è uguale secondo l'asse maggiore, si avrà

$$\frac{a}{\sqrt{1 + \frac{c^2}{b^2}\operatorname{sen}\ \beta^2}} : a :: v : u$$

[8] Anche qui la formula è quella del testo originale: a rigore dovrebbe essere scissa nelle due seguenti:

$$\frac{b}{\sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}\operatorname{sen}^2\alpha}} : b :: v : u \qquad u = v\sqrt{1 - \frac{c^2}{a^2}\operatorname{sen}^2\alpha}.$$

e si troverà

$$u = v\sqrt{1 + \frac{c^2}{b^2}\,\text{sen}\,\beta^2}\;;$$

tale è in questo caso la velocità della luce rifratta straordinariamente dal cristallo.

II.

PAGINE SULLA CHIMICA

Sappiamo che qualsiasi ricerca scientifica non solo interessava ma appassionava subito Ampère. Ci dispiace di non poter riportare anche i suoi appunti e i suoi articoli di biologia, di botanica, di zoologia. Ma fra tutte le discipline Ampère ebbe certamente una predilezione per la chimica, forse perché – è stato detto – questa disciplina è una di quelle che maggiormente obbligano ad avvicinarsi alla struttura intima della materia.

La cosa certa è che Ampère provò un grande entusiasmo alla lettura della Chimica *di Lavoisier*[1], *lettura che egli faceva ad alta voce, con un cenacolo di amici, entusiasti al pari di lui, in un alloggetto di Lione al quinto piano, al mattino prima dell'alba, in modo che Ampère e gli amici potevano poi dedicarsi, senza venire meno ai loro impegni di orari, ai rispettivi lavori della giornata. Per inciso si può osservare che l'opera di Lavoisier non entusiasmò soltanto Ampère e i suoi amici:*

[1] Antoine Laurent Lavoisier, chimico francese (1743-1794). È da ritenersi uno dei fondatori della chimica moderna. Introdusse nella chimica il metodo sperimentale, generalizzando l'uso della bilancia. A lui si deve la legge della conservazione del peso: «in una reazione chimica, il peso delle sostanze reagenti è uguale a quello delle sostanze prodotte dalla reazione»; legge detta anche volgarmente della «conservazione della materia». Fra i suoi studi più importanti è la teoria della combustione e dell'azione determinante svoltavi dall'ossigeno. Travolto dalla bufera della Rivoluzione morì sulla ghigliottina. Per una migliore conoscenza di questo illustre chimico vedi il volume di prossima pubblicazione di questa stessa collezione: LAVOISIER, *Opere scelte*, a cura di Alberto Pasquinelli.

analoghe « letture » venivano fatte in altri cenacoli di studiosi in Francia e fuori, ad esempio per opera del Davy in Inghilterra [2].

Dalle lettere di Ampère apprendiamo che egli sostenne, a ragione, il Davy nella scoperta, da molti allora contestata [3], *del sodio e del potassio metallici e nella considerazione della soda e della potassa come composti. Fu anche uno dei primi a riconoscere la vera natura del cloro e dello jodio, argomento anche questo contrastato da autorevoli membri dell'Institut* [4].

Ma la scoperta più importante di Ampère in chimica [5] *è quella che potremmo chiamare la sua ipotesi atomico-molecolare: partendo dalle osservazioni di Gay-Lussac* [6] *del 1809, secondo le quali le combinazioni delle sostanze gassose si fanno sempre secondo rapporti semplici, dalla legge di Mariotte* [7] *e dalla*

[2] Sir Humphrey Davy, chimico e fisico inglese (1778-1829). Oltre ai suoi citati studi sul cloro, lo jodio, il sodio, il potassio, si occupò di elettrochimica e di elettrologia. In generale il suo nome è particolarmente conosciuto quale inventore della lampada elettrica ad arco e della lampada di sicurezza per minatori.

[3] Lettera di Ampère a Bonjour e Bredin del 1811 (vedi Sezione IV, lettera n. 7).

[4] Lettere a Roux dell'11 marzo 1814 e del 21 febbraio 1821 (vedi Sezione IV, lettere n. 8 e n. 20).

[5] « La cosa più importante che io abbia concepito in tutta la mia vita » dice Ampère nella succitata lettera dell'11 marzo 1814, « dopo quanto ho fatto in metafisica ».

[6] Joseph Louis Gay-Lussac, fisico e chimico francese (1778-1850), collaboratore del laboratorio di Berthollet, fu poi professore all'Ecole Polytechnique, al Jardin des Plantes e alla Sorbona. Nel 1804 fece, con Biot e da solo, alcune ascensioni ad alta quota in pallone aerostatico per verificare la diminuzione dell'intensità della coppia magnetica terrestre man mano che ci si innalza nell'atmosfera; l'anno seguente fu con Humboldt a studiare una eruzione del Vesuvio. Studiò gli alogeni e scoperse il boro, contemporaneamente al Davy. Ma le sue due scoperte più importanti sono da considerare la legge delle combinazioni gassose, o « legge dei volumi », e la legge di dilatazione dei gas (la cui priorità è da alcuni attribuita a Charles), secondo la quale tutti i gas presentano uguali variazioni di volume (o di pressione) per uguali variazioni di temperatura. Il nome di Gay-Lussac è pure legato all'industria chimica con le « torri » da lui inventate, impiegate nella fabbricazione dell'acido solforico.

[7] Edme Mariotte, fisico francese (1620-1684); con il Boyle (fisico e chimico irlandese, 1626-1671) divide la gloria della notissima « legge di Boyle e Mariotte » secondo la quale « i volumi occupati da una data massa

cristallografia di Haüy [8], *egli giunge alla conclusione che la molecola chimica deve essere formata da un gruppo di atomi o particelle più semplici, in numero variabile, la cui sistemazione secondo forme poliedriche entra in maniera determinante in tutte le combinazioni chimiche; giunge pure a concepire la possibilità di pesare gli atomi dei corpi semplici, ossia di determinare il loro « peso atomico », di prevedere le loro composizioni, le sostituzioni di un elemento con un altro. È in sostanza, dice commemorando Ampère l'accademico Louis de Launay* [9], *« una delle chiavi principali per entrare nel vasto dominio che doveva in séguito percorrere la chimica moderna ».*

Storicamente però, la gloria di questa scoperta non spetta ad Ampère; egli infatti, iniziato subito questo lavoro nel 1809, non riuscì mai a portarlo a termine, sia perché distratto da mille altri impegni, sia perché il desiderio di perfezione lo portava a continui ritocchi. Cosicché, quando finalmente si decise, su incitamento del Berthollet [10], *ad esporne un sunto in una lunga lettera allo stesso Berthollet, era già stato preceduto di tre anni dall'Avogadro* [11].

gassosa sono inversamente proporzionali alle pressioni relative a ciascun volume ».

[8] René Just Haüy, abate, mineralogista francese (1743-1822), è da considerare uno dei fondatori della cristallografia.

[9] Illustre chimico francese contemporaneo.

[10] Claude Louis Berthollet, savoiardo (1748-1822). Si laureò in medicina all'Università di Torino, ma, attratto dagli studi chimici, studiò questa disciplina a Parigi, ove divenne amico di Lavoisier ed esplicò tutta la sua attività scientifica. Divenne membro dell'Académie, seguì Napoleone nella spedizione in Egitto. Si occupò di chimica applicata, campo in cui fu, tra l'altro, il primo a impiegare il cloro per l'imbianchimento delle fibre tessili. Sono particolarmente importanti per la storia della chimica le sue ricerche sulla affinità chimica.

[11] Il conte Amedeo Avogadro di Quaregna, fisico piemontese (1776-1856), si laureò in legge all'Università di Torino, ma abbandonò subito la giurisprudenza per gli studi fisici per i quali si sentiva particolarmente portato. Fu professore di fisica al Liceo di Vercelli e poi di fisica matematica all'Università di Torino. Fu proprio durante il modesto incarico di Vercelli che concepì la sua ipotesi o « legge di Avogadro », secondo la quale « volumi uguali di gas nelle stesse condizioni di temperatura e pressione contengono lo stesso numero di molecole », alla quale pervenne, egli pure, partendo dalle suddette esperienze di Gay-Lussac. Dovettero però passare molti anni prima che la sua scoperta ottenesse il meritato

È certo tuttavia che né Ampère conosceva gli studi di Avogadro, né questi conosceva quelli di Ampère, dimodoché essi sono giunti pressoché agli stessi risultati indipendentemente l'uno dall'altro [12]. *Si veda in proposito la nota di Ampère alla p. 131.*

Nella presente sezione pubblichiamo appunto per intero la suddetta lettera di Ampère a Berthollet.

riconoscimento: ciò in séguito alle osservazioni di Cannizzaro, di Clausius, di Van't Hoff.

[12] Non risulta che Avogadro e Ampère si siano mai conosciuti direttamente. Sappiamo solo, per la cortesia della famiglia Nomis di Pollone, discendente di Avogadro e attuale proprietaria della sua biblioteca, che in questa esiste una copia della *Théorie des phénomènes électrodynamiques, uniquement déduite de l'experience* di André Marie Ampère, il cui frontespizio porta la scritta a mano « A Monsieur Avogrado [*sic*] de la part de l'auteur ». Tale frontespizio è riprodotto in una delle tavole fuori testo del presente volume.

Lettera del sig. Ampère al sig. conte Berthollet sulla determinazione delle proporzioni nelle quali i corpi si combinano secondo il numero e la disposizione rispettiva delle molecole di cui sono composte le loro particelle integranti.

In *Annales de Chimie*, 1814, XC, pp. 43-86.

Signor conte,

voi sapete che da tempo l'importante scoperta del sig. Gay-Lussac sulle proporzioni semplici, che si osservano fra i volumi di un gas composto e quelli dei gas componenti, mi ha fatto sorgere l'idea di una teoria che spiegasse non soltanto i fatti scoperti da quell'insigne chimico e i fatti analoghi osservati in séguito, ma che potesse anche applicarsi alla determinazione delle proporzioni di un gran numero di altri composti che, nelle condizioni ordinarie, non sono allo stato gassoso.

La Memoria nella quale espongo questa teoria con tutti i particolari necessari è quasi terminata; ma poiché occupazioni di altro genere non mi permettono in questo momento di applicarmici, mi faccio premura di rispondere al vostro desiderio di conoscerla, presentandovene un estratto.

Alcune conseguenze dedotte dalla teoria dell'attrazione universale, considerata come la causa della coesione, e la facilità con la quale la luce attraversa i corpi trasparenti hanno condotto i fisici a supporre che le ultime molecole dei corpi siano tenute, dalle forze attrattive e repulsive che sono loro proprie, a distanze da considerarsi infinitamente grandi rispetto alle dimensioni delle molecole stesse [1].

[1] Secondo Ampère i fenomeni fisici e chimici sono la conseguenza dei movimenti molecolari sotto l'influenza della temperatura, delle forze attrat-

Perciò le loro forme, che del resto nessuna osservazione diretta è in grado di farci conoscere, non hanno più alcuna influenza sui fenomeni che presentano i corpi che ne sono composti e bisogna cercare la spiegazione di questi fenomeni nel modo in cui le molecole si dispongono le une rispetto alle altre per formare ciò che io chiamo una « particella »[2]. Secondo questa concezione si deve considerare una particella come la riunione di un numero determinato di molecole in una posizione determinata, comprendente tra loro uno spazio incomparabilmente maggiore del volume delle molecole; affinché questo spazio abbia tre dimensioni fra loro paragonabili, è necessario che una particella riunisca almeno quattro molecole. Per esprimere la posizione rispettiva delle molecole in una particella, bisogna immaginare nei centri di gravità delle molecole, centri ai quali esse si possono supporre ridotte, piani situati in modo da lasciare da una stessa parte tutte le molecole che si trovano fuori di ciascun piano. Supponendo che nessuna molecola sia contenuta nello spazio compreso tra questi piani, tale spazio sarà un poliedro, di cui ogni molecola occuperà un vertice e basterà indicare questo poliedro per esprimere la posizione rispettiva delle molecole che compongono una particella. A questo poliedro darò il nome di « forma rappresentativa della particella ».

Poiché i corpi cristallizzati sono formati dalla giustapposizione regolare delle particelle, la divisione meccanica indicherà piani paralleli alle facce di questo poliedro: ma potrà indicarne altri, risultanti dalle diverse leggi di decrescimento: d'altronde nulla vieta che spesso gli ultimi si ottengano più facilmente di una parte dei primi e in questo caso la divisione meccanica può sì fornirci delle supposizioni, ma soltanto supposizioni, circa la determinazione delle forme rappresentative. Esiste un altro mezzo per conoscere queste

tive e repulsive newtoniane, delle combinazioni chimiche. In sostanza egli aderiva all'ipotesi cinetico-molecolare.

[2] In questo passo, come in tutto il séguito della lettera, Ampère chiama « particelle » quelle che noi chiamiamo « molecole » e « molecole » ciò che noi denominiamo « atomi » (« porzioni ultime della materia » dice Ampère).

forme: determinare, dal rapporto dei componenti di un corpo, il numero delle molecole che si trova in ogni particella del corpo. A tale scopo io sono partito dalla supposizione che, nel caso in cui i corpi passino allo stato di gas, le loro particelle siano separate e tenute lontane le une dalle altre dalla forza di espansione del calore a distanze molto maggiori di quelle in cui le forze di affinità e di coesione hanno un valore apprezzabile, dimodochè coteste distanze dipendano soltanto dalla temperatura e dalla pressione che possiede il gas e che, a pari pressione e temperatura, le particelle di tutti i gas, semplici o composte, siano situate alla stessa distanza le une dalle altre. Il numero delle particelle, in questa supposizione, è proporzionale al volume del gas [a]. Quali che siano le ragioni teoriche che mi sembrano appoggiare questa spiegazione, non la si può considerare altro che come una ipotesi; ma paragoniamo i risultati che ne sono una conseguenza necessaria con i fenomeni o le proprietà che noi osserviamo: se essa si accorda con tutti i risultati noti dall'esperienza, se se ne deducono conseguenze che vengano confermate da successive esperienze, essa potrà acquistare un grado di probabilità che si avvicinerà a quanto si chiama in fisica « la certezza ». Ammettendola, basterà conoscere i volumi allo stato gassoso di un corpo composto e dei suoi componenti per sapere quante particelle o porzioni di particelle dei due componenti contenga una particella del corpo composto. Per esempio, il gas nitroso [3] contiene la metà del suo volume di ossigeno e la metà di azoto; si deduce che una particella di gas nitroso è formata dalla riunione della metà di una particella di ossigeno e della metà di una particella di azoto; il gas formato dalla combinazione del cloro e dell'ossido di carbonio, contenendo volumi di questi

a. Dopo la redazione della mia Memoria, ho appreso che il sig. Avogrado [*sic*] aveva fatto di quest'ultima idea la base di un lavoro sulle proporzioni degli elementi nelle combinazioni chimiche.

[3] Ossido nitrico NO.

gas che sono uguali al proprio volume, avrà ciascuna delle proprie particelle formata dalla riunione di una particella di cloro e di una particella di ossido di carbonio; poiché il vapore di acqua contiene, secondo le belle esperienze di Gay-Lussac, un volume uguale di idrogeno e la metà del suo volume di ossigeno, ognuna delle sue particelle sarà composta da una particella intera di idrogeno e dalla metà di una particella di ossigeno; per lo stesso motivo, una particella di gas ossido di azoto [4] conterrà una particella intera di azoto e la metà di una particella di ossigeno; infine, essendo un volume di gas ammoniacale composto da un mezzo volume di azoto e da un volume e mezzo di idrogeno, una particella di questo gas conterrà la metà di una particella di azoto e una particella e mezza di idrogeno.

Se ammettiamo, essendo la supposizione più semplice, supposizione che del resto mi sembra sufficientemente giustificata dall'accordo delle conseguenze che ne ho dedotto con i fenomeni, che le particelle dell'ossigeno e dell'idrogeno siano composte di quattro molecole, ne dedurremo che quelle del gas nitroso sono anch'esse composte di quattro molecole, due di ossigeno e due di azoto; che quelle del gas ossido di azoto sono composte di sei molecole, quattro di azoto e due di ossigeno; quelle del vapore di acqua di sei molecole, quattro di idrogeno e due di ossigeno e quelle del gas ammoniacale di otto molecole, sei di idrogeno e due di azoto.

La supposizione che le particelle del cloro siano pure composte di quattro molecole non può concordare con i fenomeni che questo gas presenta nelle sue diverse combinazioni; per renderci ragione di questi fenomeni, si è necessariamente condotti ad ammettere otto molecole in ognuna delle sue particelle e a supporre o che queste molecole siano della stessa natura, o che le particelle del cloro contengano quattro molecole di ossigeno e quattro molecole di un corpo combustibile ignoto.

La prima ipotesi semplifica talmente le spiegazioni che seguiranno, che sarebbe questa una ragione sufficiente per

[4] Ossido nitroso N_2O.

usarla nella loro esposizione quand'anche non la si volesse considerare come la più probabile.

Se ora consideriamo le forme primitive dei cristalli stabilite dai mineralogisti come le forme rappresentative delle particelle più semplici, ammettendo nelle particelle tante molecole quanti vertici hanno le forme corrispondenti, troveremo che esse sono in numero di cinque: il tetraedro, l'ottaedro, il parallelepipedo, il prisma esagonale e il dodecaedro romboidale.

Le particelle corrispondenti a dette forme rappresentative sono composte di 4, 6, 8, 12 e 14 molecole; i primi tre numeri sono quelli di cui abbiamo bisogno per spiegare la formazione delle particelle dei gas citati or ora; nella mia Memoria ho dimostrato che il numero 12 è quello che bisogna usare per esprimere la composizione delle particelle di parecchie combinazioni molto notevoli e che il numero 14 spiega la composizione delle particelle dell'acido nitrico, quale sarebbe se si potesse ottenere senza acqua, e quella delle particelle del muriato di ammoniaca [5], ecc.

Vediamo ora come le molecole possono riunirsi secondo quelle differenti forme.

Per farci un'idea più chiara della posizione rispettiva di due molecole, supponiamole riunite da un segmento di retta; se vi si aggiungono altre due molecole riunite nello stesso modo, dapprima in uno stesso piano in maniera che i due segmenti si taglino in due parti uguali, poi allontanandoli tenendoli sempre in posizione parallela a quella che avevano in quel piano, si otterrà un tetraedro, che sarà regolare soltanto nel caso in cui i due segmenti siano uguali e perpendicolari tra loro e siano stati allontanati l'uno dall'altro a una distanza che stia alla loro lunghezza come $1 : \sqrt{2}$.

Immaginiamo ora tre molecole congiunte da segmenti formanti un triangolo qualsiasi: poniamo nello stesso piano un altro triangolo uguale al primo e in posizione tale che i due triangoli abbiano i loro centri di gravità nello stesso punto e i loro lati uguali rispettivamente paralleli: allonta-

[5] Cloruro di ammonio (H_4NCl) o sale ammoniaco.

nando questi due triangoli in modo che i tre lati di ogni triangolo rimangano sempre paralleli alla loro posizione primitiva, si otterranno sei punti situati come dovrebbero esserlo per rappresentare i sei vertici di un ottaedro; questo sarà regolare soltanto nel caso in cui si fossero riuniti così due triangoli equilateri che fossero poi stati allontanati perpendicolarmente al loro piano di una quantità che stia a uno dei loro lati come $\sqrt{2} : \sqrt{3}$.

Se si suppone, nel caso del tetraedro, di condurre, per i due segmenti di cui abbiamo parlato, due piani paralleli tra loro e di tracciare in ciascuno di essi un segmento che rappresenti la posizione nella quale si sarebbe trovato il segmento dell'altro piano prima di essere stato allontanato, le estremità di questi nuovi segmenti saranno i quattro vertici di un tetraedro simmetrico [a] al primo che avrà il suo centro di gravità nello stesso punto e gli otto vertici dei due tetraedri, riuniti in questo modo, saranno i vertici di un parallelepipedo. È così che la forma parallelepipeda risulta dalla riunione di due tetraedri. Si vede facilmente che il parallelepipedo diventa: un cubo, quando i due tetraedri sono regolari; un parallelepipedo romboidale, quando i tetraedri sono piramidi regolari; un prisma retto a base romboidale quando quattro spigoli di ogni tetraedro sono uguali tra loro; la base di questo prisma diventa un quadrato quando, a tale condizione, si aggiunga l'uguaglianza degli altri due spigoli. Nel caso dell'ottaedro, se si pongono nei piani dei due triangoli di cui abbiamo parlato anche i triangoli che rappresentano la posizione in cui si sarebbe trovato il triangolo dell'altro piano prima di averli allontanati, i sei angoli di questi due nuovi triangoli saranno i sei vertici di un ottaedro simmetrico al primo che avrà il suo centro di gravità nello stesso punto e i dodici vertici di questi due ottaedri, così riuniti, saranno quelli di un prisma esagonale; questa forma risulta così dalla riunione di due ottaedri. Il prisma esagonale sarà retto soltanto se si saranno allontanati

a. Vedi nella *Géométrie* del sig. Legendre la definizione di poliedri simmetrici.

i due primi triangoli, in direzione perpendicolare al loro piano, e avrà per base un esagono regolare, soltanto nel caso in cui quei due triangoli saranno equilateri. Si può osservare che nel prisma esagonale formato in questo modo con due ottaedri regolari l'altezza sta ai lati delle basi come $\sqrt{2} : 1$.

In generale, l'esame delle condizioni che risultano dalla regolarità e dalla irregolarità delle particelle che si riuniscono fra di loro, come fanno due tetraedri per produrre un parallelepipedo e due ottaedri per dare origine a un prisma esagonale, esige considerazioni complicatissime che sono inutili per la comprensione della teoria che sto esponendo, dato che qui ci si occupa soltanto del numero delle molecole in ogni particella, e possono trovare applicazione soltanto quando si studiano sotto questo punto di vista le forme primitive dei cristalli date dall'osservazione. Perciò ne farò astrazione nel presente estratto; poiché si tratterà soltanto del numero delle molecole che compongono le particelle formate dalla riunione di altre particelle già note, supporrò che tutti i tetraedri e tutti gli ottaedri, dei quali esaminerò le diverse combinazioni, siano regolari. Sarà facile, con l'ausilio di alcune riflessioni, farsi un'idea delle modifiche che subirebbero i risultati di questo esame nel caso in cui detti poliedri fossero irregolari.

È evidente che, ponendo nello stesso punto i centri di gravità di due tetraedri e di un ottaedro, in modo che i due tetraedri formino un cubo e che la posizione e le dimensioni dell'ottaedro siano tali che gli spigoli del cubo e quelli dell'ottaedro si taglino mutuamente ad angolo retto in due parti uguali, il poliedro a quattordici vertici che risulterà dalla loro riunione sarà il dodecaedro, ultima delle forme primitive date dalla divisione meccanica dei cristalli: infatti non si deve annoverare fra tali forme la doppia piramide a basi esagonali ammessa un tempo per spiegare la cristallizzazione del quarzo e in séguito ricondotta a un parallelepipedo.

Si vede, da quanto abbiamo detto, che quando delle particelle si riuniscono in una particella unica, esse si pon-

gono in modo che, essendo i loro centri di gravità nello stesso punto, i vertici dell'una si mettono negli intervalli che lasciano i vertici dell'altra e reciprocamente. È in tal modo che io concepisco la combinazione chimica, ed è in ciò che questa differisce dalla aggregazione di particelle simili, che si compie per mezzo di una semplice giustapposizione delle particelle, come si vede nella bella teoria della cristallizzazione che le scienze devono al sig. Haüy. Pure in questo modo io ho ottenuto, combinando altri numeri di tetraedri e di ottaedri, le diverse forme rappresentative che esige la spiegazione, secondo gli stessi princìpi, di tutte le combinazioni in rapporto determinato che mi sono note.

Tentando di riunire dei tetraedri e degli ottaedri in tutti i modi possibili, si trova che dalla maggior parte di queste riunioni risulterebbero forme rappresentative, in cui le diverse molecole sarebbero disposte in maniera irregolare; se ne troverebbero cioè in un senso senza che ve ne siano in altro senso corrispondente al primo. Tutte queste forme devono essere scartate; si osserva infatti che le proporzioni che queste supporrebbero nelle combinazioni chimiche non si incontrano affatto in natura. Se si tenta, ad esempio, di combinare dei tetraedri e degli ottaedri in modo che il numero dei primi sia la metà di quello dei secondi, si trovano soltanto forme bizzarre che non presentano alcuna regolarità né alcuna proporzione tra le grandezze relative delle loro differenti facce. Si deve da ciò concludere che un corpo A, le cui particelle abbiano come forma rappresentativa dei tetraedri, e un corpo B, le cui particelle siano rappresentate da ottaedri, non si uniranno in modo che si abbia nella combinazione una proporzione di A e due proporzioni di B; questa combinazione si verificherà invece facilmente tra due proporzioni di A e una di B, perché due tetraedri e un ottaedro formano con la loro riunione un dodecaedro. Nello stesso caso A e B potranno riunirsi in proporzioni uguali in due forme, che descriverò, nelle quali il numero dei tetraedri è uguale a quello degli ottaedri.

1) Un ottaedro può essere riunito con un tetraedro, ponendo i vertici dell'ottaedro sui prolungamenti dei segmenti che, partendo dal centro di gravità del tetraedro, passano per i punti di mezzo dei suoi sei spigoli: si forma così un poliedro a dieci vertici e a sedici facce triangolari, quattro equilatere e dodici isosceli, al quale io darò il nome di esadecaedro.

2) Due ottaedri riuniti in un prisma esagonale possono congiungersi con due tetraedri formanti un cubo, in modo analogo a quello in cui un ottaedro è unito a un cubo nel dodecaedro. Per farsi un'idea chiara di questa combinazione, bisogna considerare una delle diagonali del cubo come l'asse del poliedro e tracciare un piano perpendicolare a detto asse passante per il centro del cubo. Questo piano taglierà sei spigoli in due parti uguali e i punti di divisione saranno situati come i sei angoli di un esagono regolare, ponendovi i punti di mezzo dei sei spigoli verticali, di un prisma esagonale, formato dalla riunione di due ottaedri regolari; i venti vertici di questo poliedro saranno quelli di un nuovo poliedro che avrà trenta facce; ossia: sei parallelogrammi rettangoli e ventiquattro triangoli isosceli; lo chiamerò triacontaedro.

Da questa costruzione si vede facilmente che la diagonale del cubo è uguale a quella del prisma e che tutti i vertici del triacontaedro sono sulla stessa superficie sferica.

Sarebbe inutile cercare di formare altre combinazioni che presentino una certa regolarità combinando due dei poliedri precedenti. Passiamo a un altro modo di combinazione. Se si considerano dodici punti, posti l'uno di fronte all'altro, come i punti di mezzo dei dodici spigoli di un cubo, questi punti saranno situati quattro a quattro in tre piani rettangolari [6]; donde segue che, se si mettono nei primi quattro i quattro angoli della base quadrata comune alle due piramidi, di cui si compone uno degli ottaedri, in altri quattro i quattro angoli alla base di un secondo ottaedro e negli ultimi quattro quelli di un terzo ottaedro, i vertici dei tre ottaedri si troveranno due a due nelle intersezioni dei tre piani rettangolari: questi diciotto vertici saranno quelli

[6] Cioè ortogonali fra loro.

di un poliedro a trentadue facce triangolari, di cui otto saranno equilatere e ventiquattro isosceli: a questo poliedro darò il nome di triottaedro, nome che ne richiama la generazione.

Il triottaedro può, come l'ottaedro, combinarsi con due tetraedri formanti un cubo; a tale scopo si prolungheranno i piani delle sue facce triangolari isosceli dal lato in cui esse si congiungono con le facce equilatere, fino a che i piani si incontrino tre a tre fuori del poliedro, di fronte a queste ultime facce. Gli otto punti così determinati sono evidentemente situati gli uni di fronte agli altri come gli otto vertici di un cubo; donde segue che vi si potranno porre gli otto vertici dei due tetraedri la cui riunione con il triottaedro formerà un poliedro a ventisei vertici e a ventiquattro facce quadrilatere uguali. Il trapezoidale dei mineralogisti è un caso particolare di questa forma, che risulta da una certa proporzione fra gli assi e i lati delle basi quadrate degli ottaedri retti, di cui si può considerare formato il triottaedro. Gli conserverò in generale il nome di trapezoidale che esprime una proprietà che gli compete sempre, quali che siano le dimensioni degli ottaedri.

Non si verifica con i tetraedri ciò che avviene per gli ottaedri: non se ne possono riunire tre in un poliedro che presenti qualche regolarità; ma nè esiste uno formato dalla combinazione di quattro tetraedri. Per ottenerlo, si considereranno quattro punti situati come i quattro vertici di un tetraedro uguale ai quattro che si vogliono riunire e si immaginerà che in ognuno di quei punti sia posto uno dei vertici di ogni tetraedro, mentre gli altri tre vertici dello stesso tetraedro si trovano nel piano che passa per gli altri tre punti e corrispondono ai punti di mezzo degli intervalli che essi lasciano tra di loro. Al poliedro risultante da questa combinazione di quattro tetraedri, così riuniti, darò il nome di tetra-tetraedro. Questo poliedro ha sedici vertici e ventotto facce triangolari, di cui quattro equilatere e ventiquattro isosceli. Si dimostra facilmente che, se si prolungano i piani delle dodici facce isosceli adiacenti alle quattro facce equilatere dalla parte in cui quelle si congiungono a queste,

i prolungamenti di detti piani si incontreranno a tre a tre, fuori del tetra-tetraedro, in quattro punti, corrispondenti ai centri delle sue quattro facce equilatere, che saranno i vertici di un quinto tetraedro uguale ai quattro precedenti; riunendoli con quelli, si hanno i venti vertici del poliedro che ho chiamato penta-tetraedro e che ha ventiquattro facce, cioè dodici quadrilateri e dodici triangoli isosceli.

Se si considerano nuovamente dodici punti, situati fra loro come i punti di mezzo dei dodici spigoli di un cubo, e si pone un tetraedro in modo che, essendo il suo centro di gravità nello stesso punto di quello del cubo, due dei suoi spigoli opposti passino per quattro di detti punti e si fa la stessa cosa con altri cinque tetraedri, affinché il numero dei vertici sia lo stesso in tutti i sensi, si otterrà un poliedro a ventiquattro vertici e quattordici facce, sei quadrati e otto esagoni, che io chiamerò esa-tetraedro. Questi esagoni, tutti fra loro uguali, avranno ognuno tre lati più grandi e tre lati più piccoli, che staranno fra loro come $1 : (\sqrt{2} - 1)$.

Tale poliedro evidentemente non è altro che un ottaedro, del quale i sei vertici siano stati troncati da piani perpendicolari ai suoi tre assi; le sue combinazioni con altre forme rappresentative sono più numerose di quelle di qualsiasi poliedro precedente.

Anzitutto lo si può combinare con un ottaedro posto in modo che, avendo il suo centro di gravità nello stesso punto, tutte le facce e tutti gli spigoli di questo ottaedro, siano paralleli alle facce e agli spigoli dell'ottaedro dal quale si può immaginare sia stato ricavato l'esa-tetraedro per mezzo delle troncature, con la sola condizione che le sue dimensioni siano minori di quelle di quest'ultimo, affinché il poliedro così formato non abbia angoli rientranti. Questo poliedro differisce dall'esa-tetraedro soltanto per il fatto che ha un maggior numero di piramidi regolari innalzate sulle sue facce quadrate.

Si può anche combinare l'esa-tetraedro con un cubo, riunendolo al cubo stesso che è servito per la sua costruzione. Al poliedro che risulta da questa combinazione, poiché è

formato dalla riunione di un cubo e di un esatetraedro, ho ritenuto di dover dare il nome di cubo-esa-tetraedro; esso ha trentadue vertici e cinquantaquattro facce; precisamente sei quadrati e quarantotto triangoli isosceli.

Se si prolungano in questo poliedro i piani delle ventiquattro facce triangolari adiacenti alle facce quadrate, dal lato in cui quelle si congiungono a queste, fino a che tali piani si taglino quattro a quattro fuori del poliedro di fronte ai quadrati, si otterrà una nuova forma rappresentativa, prodotta dalla riunione di un esa-tetraedro, di un cubo e di un ottaedro, che avrà trentotto vertici e quarantotto facce, la metà delle quali saranno rombi uguali e l'altra metà triangoli isosceli pure uguali fra loro. Per indicarla con il nome derivato da questa proprietà, che lo distingue da tutte le altre forme rappresentative nelle quali si trovano insieme tetraedri ed ottaedri, lo chiamerò anfiedro.

Onde farsi un'idea semplice della combinazione dell'esa-tetraedro con un prisma esagonale formato dalla riunione di due ottaedri regolari, si immaginerà l'esa-tetraedro disposto in modo che due delle sue facce esagonali siano orizzontali; in tal modo i centri delle sue sei facce quadrate saranno situate come i sei vertici di uno degli ottaedri di cui il prisma è composto. Si potranno dunque porre questi sei vertici sulle perpendicolari innalzate al centro di queste facce. Gli altri sei vertici del prisma esagonale corrisponderanno alle sei facce esagonali dell'esa-tetraedro diverse da quelle che sono state poste orizzontalmente, cioè in una direzione perpendicolare all'asse del prisma. Se si determinano le dimensioni rispettive dei due poliedri, in modo che ogni lato delle basi del prisma incontri lo spigolo dell'esa-tetraedro che separa quelle delle sue facce alle quali corrispondono le due estremità di questo lato, si otterrà una forma rappresentativa composta di sei tetraedri e di due ottaedri che avrà trentasei vertici e cinquanta facce; ossia: due esagoni simili a quelli dell'esa-tetraedro, dodici quadrilateri, ventiquattro triangoli isosceli e dodici triangoli scaleni: le darò il nome di pentacontaedro.

Per riunire un esa-tetraedro con un triottaedro, basta disporre uno dei tre ottaedri di cui quest'ultimo si compone nello stesso modo dell'ottaedro che abbiamo unito all'esa-tetraedro per cambiarlo in esa-tetraedro piramidato. Il risultato di questa combinazione è un poliedro a ventiquattro vertici e ottanta facce triangolari. Gli darò il nome di ottocontaedro.

Abbiamo visto che otto tetraedri possono essere riuniti in una forma rappresentativa che è stata designata con il nome di cubo-esa-tetraedro. In questa sistemazione la posizione di due tetraedri differisce da quella degli altri sei; ma è facile riunire lo stesso numero di tetraedri, dando a tutti la stessa posizione rispettiva. Per questo si immagini che uno dei vertici di ogni tetraedro sia posto ad uno degli otto angoli solidi di un cubo e che il tetraedro sia situato in modo che gli altri tre suoi vertici si trovino nei piani che passano per il centro del cubo e per i tre lati del cubo che formano l'angolo solido. I trentadue vertici degli otto tetraedri disposti in questo modo saranno quelli di un poliedro che, nel caso in cui i tetraedri siano regolari e abbiano il loro centro di gravità nello stesso punto, avrà diciotto facce; ossia sei quadrati e dodici esagoni.

Si vede facilmente che questo poliedro non è altro che un dodecaedro i cui sei vertici a quattro facce siano stati troncati fino al terzo degli spigoli adiacenti: poiché la posizione degli otto tetraedri di cui si compone è la stessa per tutti, gli ho dato il nome di otto-tetraedro. Gli otto tetraedri, che formano questo poliedro con la loro riunione, sono posti due a due come i due tetraedri che formano un cubo e quattro a quattro come i quattro tetraedri di cui si compone il tetra-tetraedro; perciò lo si può anche considerare come prodotto dalla riunione di quattro cubi o di due tetra-tetraedri.

Avendo l'otto-tetraedro sei facce con i centri situati rispettivamente come i sei vertici di un ottaedro, si potrebbero riunire questi due poliedri in uno solo, in modo analogo a quello usato per le combinazioni fin qui descritte; ma

poiché questo poliedro è meno semplice dell'anfiedro che contiene precisamente altrettanti tetraedri e ottaedri e che, per conseguenza, conduce necessariamente agli stessi risultati rispetto alla combinazione dei corpi in proporzioni determinate, non lo annovererei fra le forme rappresentative.

È evidente che l'otto-tetraedro che ha otto vertici, situati gli uni di fronte agli altri, come gli otto vertici di un cubo, non può combinarsi con quella forma: ma può, come l'esa-tetraedro, combinarsi con un prisma esagonale, perché ha in comune con l'esa-tetraedro la proprietà di avere facce esagonali. Per farsi un'idea chiara di questa combinazione, bisogna immaginare una retta che congiunga i centri delle due facce esagonali opposte di un otto-tetraedro, e porla in posizione verticale; si vede allora che queste due facce sono circondate ognuna da altre sei facce, cioè due quadrati e quattro esagoni e che si può disporre un prisma esagonale in modo che, corrispondendo i sei vertici di ognuna delle sue basi a queste sei facce, il suo asse si confonda con la retta posta verticalmente. I due poliedri così riuniti dànno una forma rappresentativa che differisce dall'otto-tetraedro soltanto perché le dodici facce di questo che circondano le due basi sono ricoperte da altrettante piramidi, quattro quadrangolari e otto esagonali. Poiché non si può stabilire fra le dimensioni rispettive dei due poliedri, per poter diminuire il numero delle facce, alcuna relazione che sia simmetrica rispetto a tutti gli spigoli simili, supporrò che esse siano tali da poter essere circoscritte dalla stessa sfera; al poliedro, che risulta da questa supposizione e che ha quarantaquattro vertici e settanta facce, ossia quattro esagoni, due quadrati e sessantaquattro triangoli, darò il nome di eptacontaedro.

Infine, per combinare l'otto-tetraedro con il triottaedro, basta osservare che ognuno di questi poliedri ha tanti vertici quante facce ha l'altro e reciprocamente; si vede subito che le posizioni di questi vertici e di queste facce sono tali che, situando i sei vertici a quattro facce del triottaedro sulle perpendicolari innalzate sui centri delle sei facce quadrate

dell'otto-tetraedro, tutti i vertici di ogni poliedro corrispondono alle facce dell'altro.

Se si determinano le dimensioni rispettive dei poliedri in modo che gli spigoli del triottaedro che si riuniscono ai sei vertici di cui abbiamo parlato passino per i punti di mezzo degli spigoli delle facce quadrate dell'otto-tetraedro, dalla riunione di queste due forme rappresentative risulterà un nuovo poliedro che avrà cinquanta vertici e settantadue facce, ossia ventiquattro quadrilateri e quarantotto triangoli isosceli. Questo poliedro potrà essere considerato come un triottaedro, le cui trentadue facce siano sormontate da altrettante piramidi triangolari: perciò lo indicherò con il nome di triottaedro piramidato.

Descriverò ora soltanto altre tre forme rappresentative, composte di quattro, cinque, sette ottaedri, alle quali ho dato i nomi rispettivamente di tetra-ottaedro, penta-ottaedro ed eptaottaedro; non parlerò, per brevità, delle combinazioni che si potrebbero fare in queste tre forme rappresentative con i poliedri precedenti.

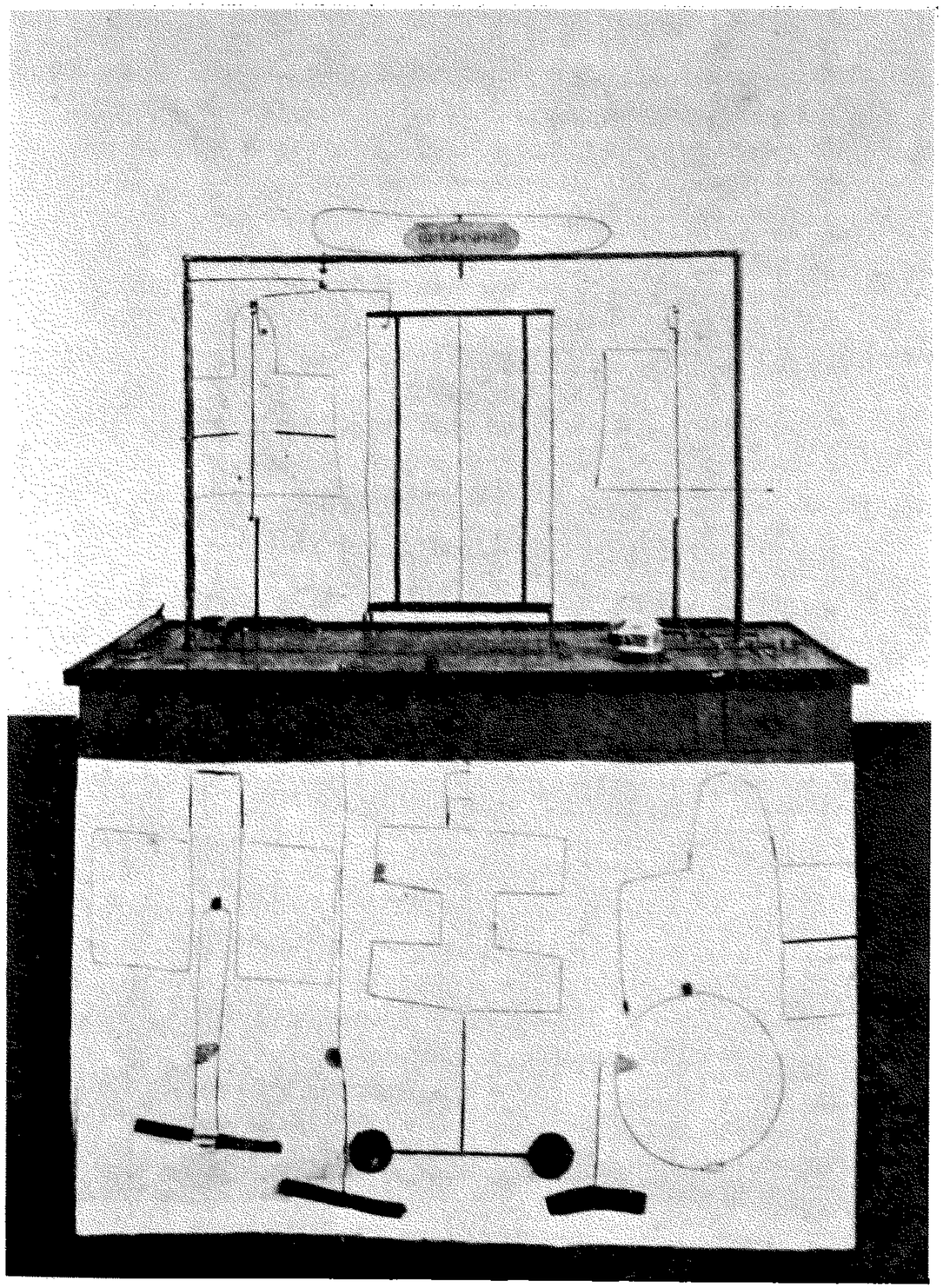
Se si pone mente che per un dato ottaedro vi sono quattro diverse posizioni nelle quali un altro ottaedro di uguale grandezza può formare con il primo un prisma esagonale, si immaginerà facilmente che quattro ottaedri, posti nelle suddette quattro posizioni, avranno i loro centri di gravità situati nello stesso punto e formeranno una combinazione in cui entreranno tutti nello stesso modo. Questa combinazione è il tetra-ottaedro, che ha ventiquattro vertici e quattordici facce, di cui sei sono ottagoni e le altre otto triangoli equilateri; unendovi lo stesso ottaedro che è servito a determinare le rispettive posizioni dei quattro ottaedri che abbiamo ora combinato, si avrà il penta-ottaedro, che ha trenta vertici e cinquantasei facce triangolari, di cui otto equilatere e le altre quarantotto isosceli.

Se, invece di riunire il tetra-ottaedro con un solo ottaedro, lo si combina con un triottaedro, mettendo i sei vertici a quattro facce di quest'ultimo negli stessi punti nei quali abbiamo posto i sei vertici del quinto ottaedro nella formazione del penta-ottaedro, si avrà un poliedro composto di

sette ottaedri uguali, al quale ho dato il nome di epta-ottaedro e che ha quarantadue vertici e ottanta facce triangolari, di cui otto equilatere, ventiquattro isosceli e quarantotto scalene. Aggiungo qui una tavola comparata di queste ventitré forme rappresentative.

	Numero dei tetraedri	Numero degli ottaedri	Numero dei vertici	Numero delle facce				Totale delle facce
				triangoli	quadrilateri	esagoni	ottagoni	
Tetraedro [a]	1	—	4	4	—	—	—	4
Ottaedro	—	1	6	8	—	—	—	8
Parallelepipedo . . .	2	—	8	—	6	—	—	6
Prisma esagonale . .	—	2	12	—	6	2	—	8
Dodecaedro	2	1	14	—	12	—	—	12
Esadecaedro	1	1	10	16	—	—	—	16
Triacontaedro . . .	2	2	20	24	6	—	—	30
Triottaedro	—	3	18	32	—	—	—	32
Trapezoidale	2	3	26	—	24	—	—	24
Tetra-tetraedro . .	4	—	16	28	—	—	—	28
Penta-tetraedro . .	5	—	20	12	12	—	—	24
Esa-tetraedro . . .	6	—	24	—	6	8	—	14
Esa-tetraedro piramidato	6	1	30	24	—	8	—	32
Cubo-esa-tetraedro .	8	—	32	48	6	—	—	54
Anfiedro	8	1	38	24	24	—	—	48
Pentacontaedro . .	6	2	36	36	12	2	—	50
Ottocontaedro . . .	6	3	42	80	—	—	—	80
Otto-tetraedro . . .	8	—	32	—	6	12	—	18
Epta-contaedro . .	8	2	44	64	2	4	—	70
Triottaedro piramidato	8	3	50	48	24	—	—	72
Tetra-ottaedro . . .	—	4	24	8	—	—	6	14
Penta-ottaedro . . .	—	5	30	56	—	—	—	56
Epta-ottaedro . . .	—	7	42	80	—	—	—	80

a. Questi ventitré poliedri sono raffigurati nelle tavole unite a questo estratto; li ho anche fatti fare in rilievo dal sig. Beloeuf. Questo artista che sta al Museo di storia naturale e che esegue con questo metodo ad un prezzo modicissimo i modelli di tutti i cristalli descritti nella mineralogia dal sig. Haüy, ha reso le forme di questi poliedri con un'intelligenza ed una precisione che non lasciano nulla a desiderare.



Strumenti di Ampère per la verifica dell'azione elettrodinamica tra correnti.

Con questi poliedri ho rappresentato le diverse sistemazioni delle molecole di tutti i corpi. Quando i corpi contengono soltanto sostanze delle quali si può misurare il volume allo stato gassoso, si ha immediatamente il numero delle molecole di ogni specie che entrano nella loro composizione. Quando un corpo semplice non può essere ottenuto allo stato di gas, bisogna tentare successivamente diverse supposizioni, relativamente al numero delle molecole del corpo semplice che sono contenute in uno dei composti che esso forma con una sostanza gassosa, ad esempio l'ossigeno. I rapporti in peso fanno conoscere il numero delle molecole dello stesso corpo che entrano negli altri suoi componenti; la condizione, che deve essere soddisfatta, che tutti i numeri delle molecole che si ottengono corrispondano a poliedri compresi nella tavola precedente, fa subito conoscere quale delle diverse supposizioni può accordarsi con l'insieme dei fenomeni; diviene allora facile calcolare i pesi rispettivi delle molecole di tutti i corpi semplici; determinati questi pesi, basta avere un'analisi approssimata di un corpo composto per sapere quante molecole di ciascuno dei suoi elementi ogni sua particella deve contenere e correggere così gli errori inevitabili dell'analisi.

Molti chimici hanno cercato di giungere allo stesso risultato determinando i pesi rispettivi di proporzioni certe dei diversi corpi semplici che entrano sempre un numero intero di volte nei corpi che ne sono composti. Queste proporzioni conducono a risultati conformi all'esperienza soltanto perché sono sempre dei multipli o dei sottomultipli dei rispettivi pesi delle molecole; ma quando se ne fa uso, nulla può indicare quante proporzioni di un corpo semplice devono entrare in uno di questi composti; invece la considerazione delle forme rappresentative fa prevedere, in molti casi, quante molecole di ciascuno dei suoi elementi devono entrare in un corpo composto e conduce pure a stabilire tra le combinazioni di due corpi semplici con tutti gli altri una dipendenza tale che, essendo note le combinazioni di uno di questi corpi, si possono prevedere quelle dell'altro. Per esempio ho trovato, paragonando le

combinazioni che formano l'ossigeno e l'idrogeno con differenti corpi, che, ad eccezione del cloro e dello zolfo, le cui combinazioni con l'idrogeno presentano le proprietà degli acidi, una stessa quantità di un corpo suscettibile di unirsi all'idrogeno si combina con queste in modo che si hanno in generale, in ciascuna delle particelle del composto, quattro molecole di idrogeno in più di quante molecole di ossigeno si avrebbero nella corrispondente combinazione dello stesso corpo: si può anche osservare, che quando questo corpo forma con l'ossigeno parecchie combinazioni, alcune più difficili ed altre più facili alla decomposizione, i composti di idrogeno corrispondenti ai più stabili, nel modo che ho spiegato, sono i soli che si possano ottenere almeno allo stato isolato, e che quelli che corrispondono nello stesso modo alle combinazioni meno stabili dell'ossigeno o sono impossibili o possono esistere soltanto se uniti ad un terzo corpo. In séguito a questa aggiunta di quattro molecole o di una particella intera di idrogeno al numero delle molecole di ossigeno che prendono i diversi corpi nelle loro combinazioni più stabili con quest'ultimo gas, si trovano sei molecole di idrogeno quando in quelle combinazioni ve ne sono due di ossigeno e otto quando ve ne sono quattro.

Le stesse considerazioni conducono analogamente a prevedere, secondo le forme rappresentative delle loro particelle, quali siano i gas che l'acqua può assorbire soltanto in minima quantità, per la semplice interposizione di qualcuna delle loro particelle fra quelle dell'acqua, e quali quelli che il medesimo liquido è suscettibile di assorbire in grandi quantità, formando con essi vere combinazioni.

Da questo modo di concepire la composizione dei corpi, si possono inoltre dedurre i rapporti delle quantità di acido, di base ed anche di acqua di cristallizzazione che devono trovarsi nei sali acidi, neutri o soprasaturi di una stessa specie, secondo le forme rappresentative delle particelle dell'acido e della base. Così, ad esempio, si trova, dalla forma rappresentativa delle particelle dell'acido solforico, che la maggior parte dei solfati soprasaturi deve, in conformità dell'esperienza, contenere il triplo di basi dei solfati neutri,

e che la quantità di acido solforico è doppia nei solfati acidi di quella dei solfati neutri [7]: mentre l'acido solforoso può, secondo la forma rappresentativa delle sue particelle, formare con l'ammoniaca un sale acido nel quale esso entra in maggiore quantità che nel solfito neutro, nel rapporto da tre a due soltanto. Tale è infatti il solfito acido che si ottiene distillando il solfato neutro di ammoniaca.

Non vorrei entrare qui nei particolari contenuti nella Memoria, di cui presento qui l'estratto, sulle differenti combinazioni del gas ammoniacale con gli altri gas acidi: l'accordo dei risultati, ai quali si è condotti con l'esperienza, mi sembra una delle prove più notevoli della teoria che vi è esposta; ma, per dare un esempio del modo in cui si può trarre da tale teoria la determinazione della quantità di acqua che si combina con i corpi, sia nello stato di cristallizzazione, sia anche dopo che essi hanno subito l'azione di un forte calore, citerò la determinazione, per mezzo della forma rappresentativa delle particelle della potassa, della quantità di acqua che vi è unita in questi due stati. Dopo avere stabilito, partendo dai fenomeni che presenta il potassio quando lo si mette in contatto con l'acqua e con il gas ammoniacale, che le particelle della potassa hanno come forma rappresentativa un ottaedro composto di due molecole di ossigeno e di quattro di metallo, trovo che nell'idrato cristallizzato la quantità dell'ossigeno e dell'acqua deve essere doppia di quella che è unita al potassio; ma che, dopo che l'idrato è stato fuso, queste due quantità di ossigeno devono stare fra di loro come 4 : 5, perché una particella di idrato in questo stato ha come forma rappresentativa un epta-ottaedro formato dalla riunione di un triottaedro composto da tre particelle ottaedre di potassa e di un tetra-ottaedro composto da quattro particelle ottaedre di acqua. Ora, secondo la composizione della potassa, quale è stata determinata dai signori

[7] Nonostante la improprietà del linguaggio secondo le nostre vedute, il concetto risulta sufficientemente chiaro; invero i sali acidi si ottengono impiegando una quantità di base uguale alla metà di quella che sarebbe necessaria per neutralizzare completamente l'acido.

Thénard [8] e Gay Lussac, 100 parti di potassio si uniscono a 19,945 parti di ossigeno per fare 119,945 parti di potassa. Da quanto ho testé detto segue che questa quantità di potassa deve ritenere, a qualsiasi temperatura sia sottoposta, una quantità di acqua in cui si abbiano 26,593 di ossigeno e che pesi per conseguenza 30,139, ossia, a meno di 1/200, circa il quarto del peso della potassa, così come è stato trovato dalle analisi più precise.

Le combinazioni dell'ossigeno, dell'idrogeno e del cloro, sia fra loro, sia con altri corpi sono state successivamente oggetto di ricerche analoghe a quelle di cui ho parlato. Nella impossibilità di indicarne qui tutti i risultati, mi limiterò, in questo estratto, a quelle di tali combinazioni che hanno tutti gli elementi ottenibili allo stato di gas e per conseguenza con numeri delle molecole dati immediatamente.

Abbiamo già visto le forme rappresentative delle particelle di due combinazioni dell'azoto e dell'ossigeno: l'ossido di azoto e il gas nitroso; quella dell'acido nitroso deve essere determinata secondo il rapporto dei volumi di gas nitroso e di ossigeno di cui è composta. A questo riguardo sono state fatte esperienze i cui risultati non concordano fra loro. Secondo l'analisi di Sir H. Davy, questo acido si compone di due volumi di gas nitroso e di un volume di ossigeno: ogni sua particella conterrebbe allora due molecole di ossigeno in più delle particelle di gas nitroso e avrebbe per conseguenza come forma rappresentativa un ottaedro composto da due molecole di azoto e quattro di ossigeno; ma in questo caso, come in tutte le altre combinazioni in cui il volume di uno dei componenti è doppio di quello dell'altro, il volume di gas nitroso non cambierebbe per l'aggiunta dell'ossigeno; la maggior condensazione che si manifesta mi sembra doversi attribuire al fatto che, man mano che questi ottaedri si formano, si combinano in esadecaedri con tetraedri

[8] Louis Jacques, barone di Thénard, chimico francese (1777-1857), fu allievo di Berthollet, professore al Collège de France e collaboratore di Gay-Lussac; fece varie scoperte e scrisse il diffusissimo *Traité de Chimie élémentaire*.

di gas nitroso. Poiché due molecole di ossigeno bastano così per la formazione di uno di questi esadecaedri in cui entrano due particelle intere di gas nitroso, il volume dell'ossigeno è soltanto il quarto di quello del gas nitroso e i volumi di azoto e di ossigeno stanno, nell'acido nitroso, come 4 : 6. Questi risultati si accordano con le esperienze del sig. Berzelius [9]. In tali ipotesi la condensazione deve essere di 3/5 del volume totale; ma avverrà completamente soltanto quando l'ossigeno [10] venga introdotto nel gas nitroso a piccole porzioni per volta, in modo che gli ottaedri di cui abbiamo parlato, man mano che si formano, incontrino un eccesso di tetraedri di gas nitroso con i quali possano combinarsi. Se invece si introducesse il gas nitroso nell'ossigeno, una parte di questi ottaedri potrebbe restare isolata e ne risulterebbero combinazioni e condensazioni in proporzioni variabili.

Dalla composizione dell'acido nitrico, quale l'ha determinata Sir H. Davy e quale è confermata dalla decomposizione del nitrato di ammoniaca, consegue che una particella di acido nitrico, qualora si potesse ottenere senza acqua, sarebbe composta da una particella di azoto e da due particelle e mezzo di ossigeno. Conterrebbe perciò quattro molecole di azoto e dieci di ossigeno e la si potrebbe immaginare formata dalla riunione di due tetraedri di gas nitroso, uniti a un ottaedro di sei molecole di ossigeno [a], formanti con esso un dodecaedro. Ma nella combinazione che questo acido forma sempre con l'acqua si deve supporre che l'ottaedro di ossigeno e due ottaedri di acqua formino un triottaedro

a. Si può anche supporre che nella formazione dell'acido nitrico l'esadecaedro di acido nitroso si congiunga a un tetraedro di ossigeno, il che equivale sempre ad una combinazione di un ottaedro con due tetraedri e nulla muta nelle spiegazioni seguenti.

[9] Jöns Jacobs Berzelius, chimico svedese (1779-1848). Scoperse il cerio, il selenio, il silicio, lo zinconio, il tantalio, il torio, il vanadio. Diede inoltre molti contributi alla chimica organica e alla chimica analitica.

[10] È il principio della trasformazione graduale, enunciato per primo da Ostwald.

che si unisce in trapezoidale con i due tetraedri di gas nitroso; se ne può dedurre la quantità di acqua nell'acido nitrico più concentrato e si trova, con il calcolo, che è press'a poco quella che il sig. Wollaston ha determinato sperimentalmente.

Nel nitrato di ammoniaca, una particella di acido nitrico secco è unita a due particelle di gas ammoniacale; dimodoché una particella di sale è formata dalla riunione di un ottaedro di ossigeno, di due tetraedri di gas nitroso e di quattro tetraedri simili a quelli che entrano, in numero di due, in ogni particella di gas ammoniacale: la forma rappresentativa di questa particella è dunque un esa-tetraedro piramidato contenente dieci molecole di ossigeno, otto di azoto e dodici di idrogeno. Quando si decompone questo sale per mezzo del calore, le otto molecole di azoto formano due particelle di ossido di azoto con quattro di molecole di ossigeno e le dodici molecole di idrogeno formano tre particelle di acqua con le altre sei molecole di ossigeno.

Quando il sale contiene anche acqua di cristallizzazione, si devono ottenere più di tre particelle di acqua; ma, in tutti i casi, dalla sua scomposizione si possono ottenere soltanto acqua e ossido di azoto, come si trova con l'esperienza.

Se la quantità di acqua di cristallizzazione fosse uguale nel sale a quella che contiene l'acido nitrico più concentrato, bisognerebbe unire all'ottaedro e ai sei tetraedri, di cui una delle sue particelle è composta, altri due ottaedri di acqua: il che darebbe, per la forma rappresentativa del nitrato di ammoniaca cristallizzato, un ottocontaedro, formato dalla riunione di sei tetraedri e di un triottaedro. Il cloro si combina con l'idrogeno a volumi uguali e il gas acido muriatico che ne risulta occupa un volume uguale alla somma dei volumi di questi due componenti. Ci si potrebbe rendere ragione di questo modo di combinazione, supponendo che le forme rappresentative delle particelle del cloro siano dei tetraedri isolati come quelli dell'ossigeno, dell'azoto e dell'idrogeno; la forma rappresentativa delle particelle dell'acido muriatico sarebbe allora un tetraedro;

ma si può pure spiegare la cosa considerando ogni particella di cloro come formata dalla riunione di due tetraedri in un parallelepipedo e come contenente per conseguenza otto molecole. Questa ultima ipotesi è la sola che possa accordarsi con le proporzioni delle altre combinazioni del cloro, con i fenomeni che queste presentano e con le proprietà che le caratterizzano.

Ammettendola, si trova che ogni particella di acido muriatico, contenendo la metà di una particella di idrogeno e la metà di una particella di cloro, ha, quale forma rappresentativa, un ottaedro composto di due molecole di idrogeno e di quattro molecole di cloro. Quando il gas muriatico si combina con il gas ammoniacale, ognuno dei suoi ottaedri si combina con una particella di questo gas; da ciò consegue che deve assorbirne un valore uguale al proprio, come dà l'esperienza, e che le particelle del sale così formato devono avere per forma rappresentativa un dodecaedro romboidale; questa forma è in effetti una di quelle che appartengono al sistema di cristallizzazione del sale ammoniaco, e tutte le altre potrebbero conseguentemente esservi ricondotte con diversi decrescimenti. I gas acidi le cui particelle hanno come forma rappresentativa un cubo, tendono, al contrario, a combinarsi con il gas ammoniacale, in modo che il volume di uno dei gas sia doppio dell'altro perché il poliedro più semplice che si possa formare con cubi è l'esatetraedro che ne contiene tre.

La composizione del gas formato dall'unione dell'ossigeno e del cloro, che Sir H. Davy ha scoperto e chiamato euclorina, è una delle più notevoli per le proporzioni in volume dei suoi due componenti. Secondo l'analisi che egli ne ha fatto, i cinque volumi del gas che ha sottoposto alla esperienza hanno dato, decomponendosi per mezzo del calore, due volumi di ossigeno e quattro di cloro. Questi rapporti sembrano contrari a tutte le analogie e mi sembra impossibile spiegare il modo di composizione delle particelle dell'euclorina, senza ammettere che il gas analizzato da quel celebre chimico fosse mescolato con un poco di cloro; supposizione che si presenta naturale se si pone mente che il

procedimento per mezzo del quale si era ottenuto quel gas dava un miscuglio di euclorina e di cloro, dal quale miscuglio si separava quest'ultimo gas agitandolo su del mercurio; questo procedimento probabilmente non toglieva tutto il cloro e d'altronde non dava alcun mezzo di assicurarsi che il residuo della operazione fosse euclorina pura, anche nel caso in cui si fosse giunti a questo. Perciò ritengo che ci si debba rendere ragione di questa analisi, supponendo che il gas adoperato contenesse un quinto di cloro e che dei cinque volumi sottoposti all'esperienza, ve ne fossero soltanto quattro di un gas realmente composto di ossigeno e di cloro. Supponendo che la forma rappresentativa delle due particelle sia un cubo, composto di due molecole di ossigeno e di sei di cloro, si trova che quattro particelle di questo gas dovrebbero contenere otto molecole, cioè due particelle, di ossigeno, e ventiquattro molecole, cioè tre particelle, di cloro; dimodoché la decomposizione di quattro volumi di euclorina pura produrrebbe in tale ipotesi due volumi di ossigeno e tre volumi di cloro. Questi tre volumi di cloro, uniti a quel volume dello stesso gas che forma, con la sua mescolanza con i quattro volumi di euclorina, i cinque volumi sui quali si è operato, hanno dovuto dare, nel residuo, i quattro volumi di cloro che ha trovato Sir H. Davy.

Il rapporto di tre volumi di cloro e di due volumi di ossigeno nella euclorina a prima vista sembra non abbia analogie con i rapporti che si osservano nelle combinazioni degli altri gas, ma tale anomalia è solo apparente e proviene unicamente dal fatto che i tetraedri del cloro, invece di separarsi come i tetraedri dell'ossigeno, dell'idrogeno e dell'azoto, rimangono combinati a due a due in ogni particella di cloro; dimodoché un volume di questo gas equivale, relativamente alla combinazione, a due volumi di un altro gas e, se i tetraedri del cloro si separassero tutti gli uni dagli altri, si otterrebbero dalla decomposizione dell'euclorina sei volumi di cloro e due volumi di ossigeno, precisamente come si trovano nel residuo della decomposizione del gas ammoniacale, le cui particelle hanno la stessa forma rappresentativa di quelle dell'euclorina, sei volumi di ossigeno e due di azoto.

I risultati che ho indicato sono soltanto una minima parte di quelli che si possono dedurre dalla considerazione delle forme rappresentative delle particelle dei corpi, applicata alla determinazione delle proporzioni dei composti inorganici. Anche la chimica dei corpi organizzati offre numerose applicazioni di questa teoria; ma è soprattutto a tale riguardo che rimangono ancora da fare molti calcoli e molte analisi per completarla. Tuttavia ho ottenuto parecchie determinazioni relative alla composizione di diverse sostanze tratte dal regno vegetale, che si accordano troppo bene con i risultati dell'esperienza per lasciare dubbi sull'utilità della applicazione di questa teoria in questa parte della chimica.

Ho l'onore di essere, ecc.

SEZIONE SECONDA

I.

I PRIMI LAVORI DI ELETTRODINAMICA
(1820-1825)

L'inizio della produzione di Ampère in elettrologia (prescindendo naturalmente dalle conoscenze che certamente ne aveva, specie in elettrochimica) ha una data ben precisa: lunedì 18 settembre 1820, ossia la data della seduta dell'Académie, nella quale egli presentò la sua prima Memoria sulle esperienze di Oersted, comunicate all'Académie da Arago nelle sedute del 4 e dell'11 settembre. La sua attività in questo campo, che lo rese immortale, durò poco più di cinque anni.

Sebbene i risultati di tutti i suoi studi e di tutte le sue esperienze siano in sostanza compendiati nella grande Memoria del 1826-27 (Memoria della quale diamo la versione integrale nella parte II di questa stessa Sezione), abbiamo ritenuto opportuno farla precedere da alcuni scritti anteriori, via via pubblicati da Ampère, in modo del resto alquanto disordinato, man mano che prendevano corpo le sue scoperte e le deduzioni che ne traeva, e anche le obiezioni degli altri fisici.

Invero da questi scritti, più che dalla grande Memoria, ordinata da lui in modo sistematico, lo storico può vedere la successione degli avvenimenti e il cammino fatto dalla mente di Ampère nell'interpretarli. Inoltre la Memoria conclusiva ha un prevalente sviluppo matematico: pertanto chi non avesse dimestichezza con il calcolo integrale o non avesse tempo di seguire Ampère nei suoi non brevi ragionamenti matematici, può, da quanto riportiamo in questa prima parte, farsi un'idea sufficientemente precisa, da un punto di vista fisico, della natura e della portata delle scoperte e delle teorie di Ampère.

Infine chi desiderasse approfondirne lo studio, può, confrontando questi suoi primi scritti con quanto esposto nella Memoria del 1826-27, osservare i perfezionamenti, i ritocchi, le correzioni apportate alla sua mirabile costruzione, nonché, attraverso le sue risposte alle obiezioni, farsi un concetto della mentalità del tempo, sia in rapporto al pensiero scientifico in generale, sia rispetto alle idee allora professate in elettrologia.

Nella grande Memoria sono poi omessi alcuni studi, se vogliamo marginali, ma ugualmente interessanti, quali l'invenzione del galvanometro e il progetto, non mai attuato, del primo telegrafo elettromagnetico, che sono invece descritti in queste prime Memorie.

Specialmente notevole ci pare la Memoria intitolata: Dell'azione esercitata su una corrente elettrica da un'altra corrente, dal globo terrestre e da un magnete, *che riassume le letture fatte da Ampère all'Académie il 18 e 25 settembre, il 9, il 26 e 30 ottobre, e il 6 novembre 1820, letture che non sono state pubblicate singolarmente. Infatti in quelle poche settimane Ampère, con una attività che ha del prodigioso, aveva già completamente delineato tutta la sua teoria in materia di elettrodinamica e di elettromagnetismo: questa Memoria, che, come abbiamo detto, ne riassume i risultati, è da noi riportata all'articolo primo della presente parte.*

Seguono le celebri lettere di Ampère a Van Beck, a De la Rive, a Faraday, una nota aggiuntiva riguardante un'esperienza già descritta e un'altra riguardante i calcoli del Savary.

Abbiamo omesso gli sviluppi matematici che saranno poi da lui integralmente riportati nella grande Memoria, che viene qui tradotta nella parte II.

I testi sono stati desunti dal tomo II della Collection de Mémoires relatifs à la Physique, publiés par la Société Française de Physique, *prima parte riguardante l'elettrodinamica, à cura di Joubert*[1], *Parigi 1885 e dal* Recueil d'ob-

[1] J. Joubert, fisico francese insigne (1831-1900), segretario generale della « Société française de Physique », alla quale propose con successo nel 1881 di ristampare le Memorie apparse nel secolo precedente, iniziando la *Collection de Mémoires relatifs à la Physique*, fonte principale per le opere di Ampère, delle quali curò egli stesso la pubblicazione.

servations électrodynamiques, contenant divers Mémoires, notices, extraits de lettres ou d'ouvrages périodiques sur les sciences, relatifs à l'action mutuelle de deux courants électriques, à celle qui existe entre un courant électrique et un aimant ou le globe terrestre, et à celle de deux aimants l'un sur l'autre *par M. Ampère, Paris, 1822.*

ARTICOLO PRIMO

DELL'AZIONE ESERCITATA SU UNA CORRENTE ELETTRICA DA UN'ALTRA CORRENTE, DAL GLOBO TERRESTRE E DA UN MAGNETE

del sig. A. Ampère [1]

1. *Dell'azione mutua di due correnti elettriche.*

L'azione elettromotrice si manifesta con due specie di effetti che ritengo anzitutto necessario distinguere con una definizione precisa.

Chiamerò il primo *tensione elettrica*, il secondo *corrente elettrica* [2].

Si osserva il primo quando i due corpi fra i quali avviene l'azione elettromotrice sono fra loro separati [a] da corpi non conduttori in tutti i punti della loro superficie all'infuori di quelli in cui l'azione è stabilita; il secondo è quello invece nel quale i due corpi fanno parte di un circuito di corpi

a. Questo caso comprende quello in cui i due corpi o sistemi di corpi fra i quali si ha l'azione elettromotrice sono in comunicazione completa con il serbatoio comune che farebbe allora parte del circuito.

[1] Questa Memoria comprende il riassunto delle letture fatte da Ampère all'Académie il 18 e 25 settembre, il 9, 26 e 30 ottobre e il 6 novembre 1820. Essa è stata pubblicata negli *Annales de Chimie et de Physique*, tomo XV, pp. 59-76 e 170-218 e nel *Recueil d'observations électrodynamiques*, pp. 1-68 ed è stata riportata nel tomo II, curato da Joubert, della *Collection de Mémoires relatifs à la Physique publiés par la Société Française de Physique*, Parigi, 1885, p. 7.

[2] Come già abbiamo accennato, uno dei maggiori meriti di Ampère fu proprio quello di avere dato il concetto preciso di corrente elettrica, che fino allora era stato appena intravisto, per cui spesso si confondevano le azioni elettrodinamiche con quelle elettrostatiche.

conduttori che li fanno comunicare con punti della loro superficie diversi da quelli nei quali si produce l'azione elettromotrice [a]. Nel primo caso, l'effetto di questa azione è di mettere i due corpi o i due sistemi di corpi fra i quali essa ha luogo in due stati di tensione la cui differenza è costante quando l'azione è costante, per esempio quando essa è prodotta dal contatto di due sostanze di natura differente; questa differenza sarebbe invece variabile con la causa che la produce se essa fosse dovuta ad uno sfregamento o ad una pressione.

Questo primo caso è il solo che si possa manifestare quando l'azione elettromotrice si sviluppa fra le diverse parti di uno stesso corpo non conduttore; la tormalina ne dà un esempio quando cambia temperatura.

Nel secondo caso non vi è più tensione elettrica, i corpi leggeri non sono più sensibilmente attirati e l'elettrometro ordinario non può più servire ad indicare quanto avviene nel corpo; tuttavia l'azione elettromotrice continua ad agire; infatti, se fanno parte del circuito ad esempio acqua, un acido, un alcali o una soluzione salina, questi corpi sono decomposti soprattutto quando l'azione elettromotrice è costante, come si sa da tempo; inoltre, come ha testé scoperto il sig. Oersted [3], quando l'azione elettromotrice è prodotta

a. Quando questa separazione è dovuta alla semplice interazione dei corpi conduttori essi sono ancora separati da un corpo non conduttore, dall'aria.

[3] Hans Christian Oersted (1777-1851), illustre fisico danese, fu professore all'Università di Copenaghen. La deviazione dell'ago magnetico per effetto della corrente elettrica (o del « conflitto elettrico » come egli diceva), fu notata la prima volta da Oersted nel 1819. Egli ripeté l'esperimento variandone le diverse condizioni (orientamento dell'ago magnetico, posizione di questo rispetto al filo percorso dalla corrente elettrica, natura del mezzo esistente fra ago e corrente, ecc.). Stabilì così che: 1) il fenomeno si manifesta soltanto in presenza del « conflitto elettrico », ossia soltanto quando il circuito della pila è chiuso da un « filo congiuntivo »; 2) che la deviazione dell'ago avviene in una direzione definita, dipendente dal senso di movimento della elettricità nel filo congiuntivo, dall'orientamento dell'ago, dalla posizione rispettiva dell'ago e del filo. I risultati di queste esperienze furono descritti da Oersted nella Memoria del 21 luglio 1820 intitolata *Experimenta circa effectum conflictus electrici in acum magneticum* e nel « Journal de Schwigger », tomo XXIX, 1820, p. 275. La suddetta Memoria fu tradotta in francese negli *Annales de Chimie et de Physique*, tomo XCI, p. 72 e nel citato tomo II della *Collection de Mémoires relatifs à la Physique* (vedi nota 1), pp. 1-6. Oersted non riuscì però mai a dedurre una legge generale, sia perché non sufficientemente padrone dello strumento matematico, sia perché si lasciò sviare, oltreché dalle sue concezioni metafisiche (era stato seguace della *Naturphilosophie* tedesca), dal numero e dalla varietà dei fenomeni osservati nelle diverse circostanze. Le esperienze di Oersted vennero riprodotte a Ginevra dal De La Rive alla presenza di Arago, il quale ne riferì all'Académie il lunedì 4 settembre 1820 e le ripeté nella successiva seduta dell'11 settembre. Ampère aveva assistito alle due sedute, ma, si dice, contrariamente al solito, non fece alcuna osservazione; ma già una settimana dopo, cioè nella seduta del 18 settembre, presentò la sua prima Memoria sull'argomento nella quale si può ritenere sia già completamente delineata la sua teoria.

dal contatto dei metalli, l'ago magnetizzato è spostato dalla sua direzione quando viene posto vicino ad una porzione qualunque del circuito; ma questi effetti cessano, l'acqua non si decompone più, e l'ago ritorna nella sua posizione ordinaria, non appena si interrompa il circuito e le tensioni si ristabiliscano; questo prova che le tensioni non sono la causa della scomposizione dell'acqua, né dei cambiamenti di direzione dell'ago magnetizzato scoperti dal sig. Oersted.

Questo secondo caso è evidentemente il solo che possa aver luogo se l'azione elettromotrice si sviluppa fra le diverse parti di uno stesso corpo conduttore. Le conseguenze dedotte, in questa Memoria, dalle esperienze del sig. Oersted ci condurranno a riconoscere l'esistenza di questa circostanza nel solo caso in cui ci sia finora possibilità di ammetterla.

Vediamo ora a che cosa è dovuta la differenza di questi due ordini di fenomeni interamente distinti, dei quali l'uno consiste nella tensione e nelle attrazioni e repulsioni note da tempo e l'altro nella scomposizione dell'acqua e di un gran numero di altre sostanze, nel cambiamento di direzione dell'ago e in genere in attrazioni o repulsioni completamente diverse dalle attrazioni e repulsioni ordinarie; attrazioni e repulsioni che io ritengo di avere scoperto per primo e che ho chiamato *attrazioni e repulsioni delle cor-*

renti elettriche[4], per distinguerle dalle attrazioni ordinarie[5]. Quando non c'è continuità di conduttori da uno dei corpi o dei sistemi di corpi, fra i quali l'azione elettromotrice si sviluppa, all'altro e questi corpi sono essi stessi conduttori, come nella pila di Volta, questa azione può essere concepita soltanto come un'azione che porti costantemente l'elettricità positiva in uno e l'elettricità negativa nell'altro: in un primo momento, in cui nulla si oppone all'effetto che essa tende a produrre, le due elettricità si accumulano ciascuna nella parte dell'intero sistema verso la quale essa è diretta; ma tale effetto si arresta quando la differenza delle tensioni elettriche[a] dà alla loro attrazione mutua, che tende a riunirli, una forza sufficiente per fare equilibrio all'azione elettromotrice. Allora tutto rimane in questo stato, salvo la dispersione di elettricità che può aver luogo a poco a poco attraverso il corpo non conduttore, ad esempio l'aria, che interrompe il circuito; invero sembra che non esistano corpi isolanti in senso assoluto. Man mano che questa dispersione si manifesta, la tensione diminuisce; ma, poiché, quando diventa minima, l'attrazione mutua delle due elettricità cessa di fare equilibrio all'azione elettromotrice, quest'ultima forza, nel caso in cui sia costante, porta nuovamente elettricità positiva da un lato ed elettricità negativa dall'altro e le tensioni si ristabiliscono. È questo lo stato di un sistema di corpi elettromotori e conduttori che io chiamo *tensione elettrica*. Si sa che esso sussiste nelle due metà di questo sistema, sia quando si viene a separarli, sia nel caso stesso

a. Quando la pila è isolata, questa differenza è la somma delle due tensioni, l'una positiva, l'altra negativa; quando una delle due estremità comunicante con il serbatoio comune ha una tensione nulla, la stessa differenza ha un valore assoluto uguale a quello della tensione all'altra estremità.

[4] Ampère stesso le chiamò poi azioni *elettrodinamiche*: vedi la Memoria del 7 gennaio 1822: *Expériences rélatives aux nouveaux phénomènes électrodynamiques obtenus au mois de décembre 1821*, nella quale il vocabolo viene usato per la prima volta.

[5] Le attrazioni elettrostatiche, le sole fino allora conosciute.

in cui rimangono in contatto dopo che l'azione elettromotrice è cessata, purché in tal caso essa avvenga per pressione o per sfregamento fra corpi che non siano entrambi conduttori. In questi due casi, le tensioni diminuiscono gradualmente a causa della dispersione di elettricità della quale parlavamo testé.

Ma quando i due corpi o i due sistemi di corpi fra i quali l'azione elettromotrice si manifesta sono in comunicazione con corpi conduttori fra i quali non vi sia un'altra azione elettromotrice uguale ed opposta alla prima, il che manterrebbe lo stato di equilibrio elettrico e per conseguenza le tensioni che ne risultano, queste tensioni scompaiono o per lo meno diventano piccolissime, e si producono i fenomeni indicati sopra come caratteristici del secondo caso. Ma poiché d'altronde nulla è mutato nella sistemazione dei corpi fra i quali si sviluppa l'azione elettromotrice, non può esservi dubbio che essa non continui a manifestarsi; poiché l'attrazione mutua di due elettricità, misurata dalla differenza delle tensioni elettriche (differenza che in questo caso è diventata nulla, o è considerevolmente diminuita), non può più fare equilibrio a detta azione, si è generalmente d'accordo nel ritenere che essa continui a portare le due elettricità nei due sensi in cui li portava prima; dimodoché ne risulta una doppia corrente, l'una di elettricità positiva, l'altra di elettricità negativa, partenti in sensi opposti dai punti in cui si manifesta l'azione elettromotrice, elettricità che vanno a riunirsi nella parte del circuito opposta a quei punti. Le correnti di cui parlo vanno accelerandosi fino a che l'inerzia dei fluidi elettrici e la resistenza che essi incontrano per l'imperfezione stessa dei migliori conduttori facciano equilibrio alla forza elettromotrice, dopo di che esse continuano indefinitamente con una velocità costante, finché questa forza conserva la stessa intensità; queste correnti cessano sempre nell'istante in cui il circuito viene interrotto. È questo lo stato dell'elettricità in una serie di corpi elettromotori e conduttori che io chiamerò, per brevità, *corrente elettrica*; poiché dovrò continuamente parlare dei due sensi opposti secondo cui si muovono le due elettricità, sottin-

tenderò, tutte le volte che ne sarà il caso, per evitare una fastidiosa ripetizione, dopo le parole *senso della corrente elettrica* le seguenti: *dell'elettricità positiva*; dimodoché, se si tratta per esempio di una pila voltaica, l'espressione *direzione della corrente elettrica nella pila* indicherà la direzione che va dall'estremità nella quale si sviluppa l'idrogeno nella decomposizione dell'acqua a quella in cui si ottiene ossigeno; e l'espressione *direzione della corrente elettrica nel conduttore che stabilisce la comunicazione fra le due estremità della pila* indicherà la direzione che va, invece, dalla estremità nella quale si produce ossigeno a quella in cui si sviluppa idrogeno. Per comprendere questi due casi in una sola definizione, si può chiamare *direzione della corrente elettrica* quella che seguono l'idrogeno e le basi dei sali, quando l'acqua o una sostanza salina fa parte del circuito ed è decomposta dalla corrente, sia, nella pila voltaica, che queste sostanze facciano parte del conduttore, sia che esse si trovino interposte fra le coppie che compongono la pila [6].

Le dotte ricerche dei signori Gay-Lussac e Thénard su questo apparecchio, fonte feconda delle più grandi scoperte in quasi tutti i rami della fisica [7], hanno dimostrato che la decomposizione dell'acqua, dei sali, ecc., non è affatto prodotta dalla differenza di tensione delle due estremità della pila, ma unicamente da ciò che io ho chiamato *la corrente elettrica*, poiché, immergendo nell'acqua pura i due fili conduttori, la decomposizione è quasi nulla; mentre quando, senza fare modifiche al resto dell'apparecchio, si mescola all'acqua ove sono immersi i fili un acido o una soluzione salina, questa decomposizione diventa rapidissima, poiché

[6] Il Joubert giustamente nota che in tutto questo passo si deve intendere la scomposizione dell'acqua che si produce in un voltametro e non quella della pila. Si ha così la definizione *convenzionale*, adottata anche oggi, per il senso della corrente elettrica: dobbiamo aggiungere che noi oggi riteniamo la corrente un trasporto di elettroni in senso inverso a quello convenzionale e non parliamo più di due elettricità che si muovono in senso inverso.

[7] Infatti l'invenzione della pila di Volta consentì per la prima volta ai ricercatori di avere a disposizione sorgenti di elettricità di una certa costanza.

l'acqua pura è un cattivo conduttore, mentre conduce bene l'elettricità se ad essa è mescolata una certa quantità di quelle sostanze.

Ora è evidentissimo che la tensione elettrica delle estremità dei fili che pescano nel liquido non potrebbe essere aumentata nel secondo caso; essa non può che diminuire man mano che il liquido diventa migliore conduttore; quello che aumenta in questo caso è la corrente elettrica; perciò soltanto a quest'ultima è dovuta la decomposizione dell'acqua e dei sali. È facile constatare che soltanto essa agisce sull'ago magnetizzato, anche nelle esperienze del sig. Oersted. A tale scopo basta porre un ago magnetico su una pila orizzontale la cui direzione sia press'a poco nel meridiano magnetico; finché le sue estremità non sono in comunicazione, l'ago conserva la sua direzione ordinaria. Ma, se si attacca ad una estremità della pila un filo metallico e si mette l'altro capo del filo in contatto con l'altra estremità della pila, l'ago cambia istantaneamente direzione e rimane nella sua nuova posizione finché dura il contatto e la pila conserva la sua energia; l'ago si riavvicina alla sua direzione originaria soltanto nella misura in cui la pila perde la propria energia; se si fa cessare la corrente elettrica interrompendo la comunicazione, esso vi ritorna immediatamente. Poiché questa stessa comunicazione fa cessare [8] o diminuire considerevolmente le tensioni elettriche, non possono essere le tensioni, ma solo la corrente, ad influire sulla direzione dell'ago magnetizzato. Quando l'acqua pura fa parte del circuito e la sua decomposizione è appena sensibile, l'ago

[8] Evidentemente la comunicazione non fa *cessare* le tensioni: si era ancora lontani dalla formulazione della legge di Ohm (1827) e anche dalla semplice conoscenza dell'influsso delle caratteristiche del circuito sulla intensità della corrente. Gli strumenti del tempo non avevano sufficiente sensibilità per misurare le deboli tensioni che si hanno ai morsetti di una pila, quando la si fa lavorare quasi in corto circuito, come veniva fatto allora. Si deve però osservare, e lo vedremo meglio in séguito, che Ampère, pur senza giungere alla legge di Ohm, intravvide la suddetta influenza delle caratteristiche del circuito; del resto in questo stesso passo egli non dice soltanto che la chiusura del circuito fa cessare le tensioni elettriche, ma aggiunge « o diminuisce notevolmente » le tensioni stesse.

magnetizzato situato sopra o sotto un'altra porzione del circuito è esso pure debolmente deviato; se si mescola acido nitrico a quest'acqua, senza nulla cambiare nel resto dell'apparecchio, esso aumenta tale deviazione e contemporaneamente rende più rapida la decomposizione dell'acqua.

L'elettrometro ordinario indica quando vi è tensione e quale ne è l'intensità; mancava uno strumento che facesse conoscere la presenza della corrente elettrica in una pila o in un conduttore, che ne indicasse l'energia e la direzione. Questo strumento esiste oggi: basta che la pila o una porzione qualsiasi del conduttore siano situati orizzotalmente press'a poco nella direzione del meridiano magnetico e che un apparecchio simile ad una bussola, da cui differisce soltanto per l'uso che se ne fa, sia messo sulla pila oppure al di sotto o al di sopra della porzione di conduttore: finché vi è qualche interruzione nel circuito, l'ago magnetizzato rimane nella sua posizione ordinaria; ma esso si discosta da tale posizione non appena la corrente si stabilisce, in modo tanto più evidente quanto maggiore è l'energia; inoltre fa conoscere la direzione della corrente, secondo la seguente regola. Se si suppone che la corrente sia diretta dai piedi alla testa dell'osservatore e che questi abbia la faccia rivolta verso l'ago, l'azione della corrente sposterà sempre verso la sinistra dell'osservatore la estremità dell'ago che è rivolta verso nord e che io chiamerò sempre *polo australe dell'ago magnetizzato*, poiché è il polo omologo al polo australe della terra [9]. Esprimerò ciò più brevemente dicendo che il polo australe dell'ago è portato a sinistra dalla corrente che agisce sull'ago. Ritengo che, per distinguere questo strumento dall'elettrometro ordinario, gli si debba dare il nome di *galvanometro* e che convenga adoperarlo in tutte le esperienze sulle correnti elettriche, onde vedere in ogni istante se vi sia corrente e quale energia abbia, analogamente a quanto si fa abitualmente applicando un elettrometro alle macchine elettriche per misu-

[9] Questa è la famosa regola dell'omino di Ampère, usata tuttora nei testi di elettrotecnica.

rarne la tensione [10]. Ho usato questo strumento per la prima volta per constatare se la corrente che esiste nella pila voltaica, dall'estremità negativa all'estremità positiva, avesse sull'ago magnetizzato la stessa influenza della corrente del conduttore, la quale va invece dall'estremità positiva a quella negativa.

Per questo esperimento è opportuno avere due aghi magnetizzati, posti l'uno sulla pila e l'altro sopra o sotto il conduttore; si vede il polo australe di ogni ago portarsi a sinistra della corrente vicino alla quale l'ago è situato; dimodoché, quando il secondo ago è sopra il conduttore, esso è portato dalla parte opposta di quella verso cui tende l'ago posto sulla pila, poiché le correnti hanno direzioni opposte in quelle due porzioni del circuito; i due aghi sono invece portati dallo stesso lato, rimanendo quasi paralleli fra loro, quando l'uno sia sopra la pila e l'altro sotto il conduttore [a]. Non appena si interrompe il circuito, essi ritornano subito, in entrambi i casi, alla loro posizione ordinaria.

Tali sono le differenze che ho riscontrato per prime fra gli effetti prodotti dalla elettricità nei due stati che ho descritto; essi consistono l'uno, se non nel riposo, almeno in un movimento lento e prodotto soltanto dalla difficoltà di isolare completamente i corpi in cui si manifesta la tensione elettrica, l'altro in una doppia corrente di elettricità positiva e negativa lungo un circuito continuo di corpi conduttori.

a. Affinché questa esperienza non lasci dubbi sull'azione della corrente che è nella pila, conviene eseguirla come ho fatto io, con una pila a vaschetta, le cui placche di zinco siano saldate a quelle di rame per tutta l'estensione di una loro faccia e non semplicemente con un ramo di metallo che potrebbe essere considerato con ragione come una porzione di conduttore.

[10] È il primo tipo di galvanometro, ad ago mobile. Come è noto, per rendere più sensibile lo strumento, Johann Schweigger (1779-1857) applicò il suo *moltiplicatore*, che consiste nell'introdurre la bussola in un telaio su cui è avvolto il filo, notando che «il filo che, partendo dal polo positivo, passa sopra l'ago, produce lo stesso effetto del filo che, partendo dal polo negativo, passa sotto». Ampère applicò in séguito, come vedremo, il sistema *astatico*.

Si concepisce allora nella teoria ordinaria della elettricità che i due fluidi dei quali la si considera composta siano sempre separati l'uno dall'altro in una parte del circuito e portati rapidamente in senso contrario in un'altra parte del circuito stesso ove si riuniscono, continuamente. Quantunque la corrente elettrica così definita possa essere prodotta con una macchina ordinaria, disponendola in modo da sviluppare le due elettricità ed unendo con un conduttore le due parti dell'apparecchio nelle quali esse si producono, non si può, a meno di servirsi di macchine grandissime, ottenere questa corrente con una certa energia se non per mezzo della pila voltaica, poiché la quantità di elettricità prodotta dalla macchina a sfregamento resta uguale in un tempo dato, qualunque sia la facoltà conduttrice del resto del circuito, mentre quella che la pila mette in movimento durante lo stesso tempo cresce indefinitamente quanto migliore è il conduttore con il quale si riuniscono le due estremità.

Ma le differenze che ho rammentato non sono le sole che distinguono questi due stati dell'elettricità. Ne ho scoperte alcune ancora più notevoli disponendo in direzioni parallele due parti rettilinee di due fili conduttori congiungenti le estremità di due pile voltaiche; l'una era fissa, l'altra, sospesa su punte e resa mobilissima da un contrappeso, poteva avvicinarsi o allontanarsi dalla prima conservandosi sempre ad essa parallela. Ho osservato allora che, facendo passare contemporaneamente una corrente elettrica in ciascuna delle pile, esse si attiravano mutuamente quando le due correnti avevano lo stesso senso e si respingevano quando avevano direzioni opposte.

Ora queste attrazioni e repulsioni delle correnti elettriche differiscono essenzialmente da quelle che l'elettricità produce nello stato di riposo; anzitutto esse cessano, come le decomposizioni chimiche, nell'istante in cui si interrompe il circuito dei corpi conduttori. In secondo luogo, nelle attrazioni e repulsioni elettriche ordinarie, le elettricità di specie opposte si attirano e quelle dello stesso nome si respingono; nelle attrazioni e repulsioni delle correnti elettriche, avviene precisamente il contrario: si ha attrazione quando i due fili

conduttori sono situati parallelamente in modo che le estremità di uguale nome si trovino dalla stessa parte e vicinissime l'una all'altra, e si ha repulsione quando, essendo sempre i due conduttori paralleli, le correnti sono di senso opposto, dimodoché, le estremità dello stesso nome si trovino alla massima distanza possibile. In terzo luogo, nel caso in cui si abbia attrazione e questa sia tanto forte da portare il conduttore mobile a contatto con il conduttore fisso, i conduttori restano attaccati l'uno all'altro come due magneti e non si separano, come invece fanno non appena vengono a toccarsi i due corpi conduttori che si sono attirati perché elettrizzati, l'uno positivamente e l'altro negativamente. Infine, e sembra che quest'ultima circostanza dipenda dalla stessa causa della precedente, due correnti elettriche si attirano o si respingono tanto nel vuoto quanto nell'aria; il che è ancora contrario a quanto si osserva nell'azione mutua di due corpi conduttori elettrizzati nel modo ordinario. Non si tratta qui di spiegare questi nuovi fenomeni: le attrazioni e repulsioni che si manifestano tra due correnti parallele, secondo che esse siano dirette nello stesso senso o in sensi contrari, sono fatti dati da una esperienza facilmente ripetibile. È necessario, onde prevenire in questa esperienza i movimenti che imprimerebbero al conduttore mobile le piccole agitazioni dell'aria, situare l'apparecchio sotto una campana di vetro, appoggiata sopra uno zoccolo, nel quale si fanno passare le porzioni dei conduttori che debbono comunicare con le due estremità della pila. La disposizione più comoda di questi conduttori consiste nel porne uno su due appoggi in posizione orizzontale immobile, e nel sospendere l'altro con due fili metallici che facciano corpo con lui a un asse di vetro che si trova sopra il primo conduttore e che riposa, con punte di acciaio finissimo, su altri due appoggi di metallo; queste punte sono saldate alle due estremità dei suddetti fili metallici in modo che la comunicazione si stabilisce attraverso gli appoggi per mezzo di queste punte. (Vedi la figura di questo apparecchio, tav. I, fig. 1).

I due conduttori si trovano così paralleli e a fianco l'uno dell'altro nello stesso piano orizzontale; uno di essi è mobile, potendo oscillare intorno alla linea orizzontale passante per le estremità delle due punte di acciaio e, in questo movimento, rimane necessariamente parallelo al conduttore fisso.

Sopra e al centro dell'asse di vetro si aggiunge un contrappeso, onde aumentare, alzandone il centro di gravità, la mobilità della parte dell'apparecchio che è suscettibile di oscillare.

In un primo tempo avevo creduto che fosse necessario stabilire la corrente elettrica nei due conduttori per mezzo di due pile differenti; ma ciò non è necessario: basta che questi conduttori facciano entrambi parte dello stesso circuito; infatti la corrente elettrica esiste dappertutto con la stessa intensità. Da questa osservazione si deve concludere che le tensioni elettriche delle due estremità della pila non entrano per nulla nei fenomeni di cui ci stiamo occupando: inoltre è certo che non vi sono tensioni nel resto del circuito. Ciò è anche confermato dalla possibilità di fare muovere l'ago magnetizzato a una grande distanza dalla pila, per mezzo di un conduttore molto lungo, la cui parte di mezzo si ripieghi nella direzione del meridiano magnetico sopra o sotto l'ago. Questa esperienza mi è stata indicata dall'illustre scienziato al quale le scienze fisico-matematiche devono soprattutto i grandi progressi che hanno fatto ai nostri giorni [11]: l'esperienza è pienamente riuscita.

Indichiamo con A e B le due estremità del conduttore fisso, con C quella del conduttore mobile che è dalla parte di A, e con D quella dello stesso conduttore che è dalla parte di B: è chiaro che, se si mettono in comunicazione una delle estremità della pila con A, B con C, e D con l'altra estremità della pila, la corrente elettrica sarà nello stesso senso nei due conduttori: allora si vedranno i conduttori attrarsi; se invece, comunicando sempre A con una estremità della pila, B comunica con D e C con l'altra estremità della

[11] Laplace. L'esperienza fu incominciata all'Académie il lunedì successivo 25 settembre 1820.

pila, la corrente sarà in senso opposto nei due conduttori ed allora essi si respingono.

Lo strumento di cui mi servo per fare questa esperienza, rappresentato nella tav. I, fig. 1, è situato su uno zoccolo *mn*, al quale è fissato il telaio che porta la campana di vetro

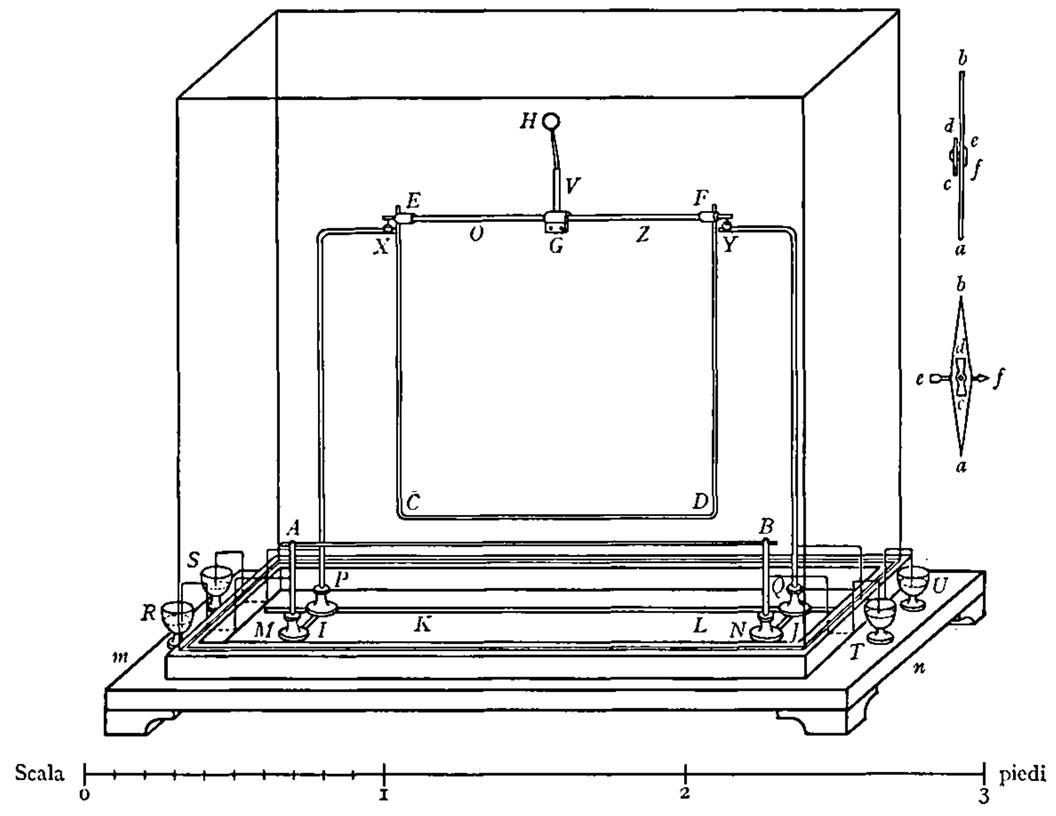


Fig. 1.

destinata a mettere tutto l'apparecchio al riparo dalle piccole agitazioni dell'aria. Fuori di questa campana di vetro, ho disposto quattro coppe di bosso R, S, T, U [a] per mettervi

a. Sarebbe preferibile, anche se ciò non è necessario per il successo delle esperienze, isolare queste coppe, come ho fatto poi in altri apparecchi; invero, quantunque il bosso sia sufficientemente cattivo conduttore perché solo una piccola parte di corrente elettrica possa stabilirsi attraverso questo corpo, alcune osservazioni mi portano a sospettare che una parte vi si diriga, soprattutto quando l'aria è umida, e che si abbiano per conseguenza effetti un po' maggiori quando le coppe siano

del mercurio nel quale pescano i fili di ottone che attraversano la tavola su cui essa poggia e che sono saldati ai quattro supporti *M*, *N*, *P*, *Q*; i primi due supporti portano il conduttore *AB* che si può allontanare o avvicinare all'altro facendo scorrere questi supporti nelle fessure *I*, *J*, nelle quali possono essere fissati a volontà per mezzo di dadi situati sotto lo zoccolo; gli altri due, *P*, *Q*, terminano con le staffe di acciaio *X*, *Y*, sufficientemente grandi per contenere i globuli di mercurio che vi si pongono, e in cui pescano due punte di acciaio attaccate agli astucci di rame *E*, *F*, nei quali entrano le due estremità di un tubo di vetro *OZ* portante nella sua parte di mezzo un altro astuccio di rame al quale è saldato un tubo di rame *V* in cui entra a sfregamento l'asta di un contrappeso *H*; questa asta è piegata a gomito, come si vede nella figura, onde far variare la posizione del centro di gravità di tutta la parte mobile dell'apparecchio facendo ruotare su sé stessa, nel tubo di rame, l'asta a gomito. Si possono avvicinare o allontanare questi supporti l'uno rispetto all'altro facendoli scorrere nella fessura *KL*, nella quale si possono fissare alla distanza che si vuole per mezzo di dadi posti sotto lo zoccolo. Ai due astucci di rame *E*, *F*, sono saldate le due estremità del filo di ottone *ECDF*, la cui parte *CD*, parallela ad *AB*, è quella che io ho chiamato il *conduttore mobile*. Quando si vuole usare questo apparecchio, dopo aver fissato i due supporti *P* e *Q* ad una distanza tale che i centri delle staffe *X*, *Y* corrispondano alle punte di acciaio portate dagli astucci *E*, *F*, e i supporti *M*, *N* alla distanza dai due primi che si stima più conveniente, si mettono dette punte di acciaio nelle staffe e si fa girare l'asta del contrappeso *H* nel cilindro cavo *V* fino a che il conduttore mobile rimanga da sé nella posizione che gli si vuole dare, essendo i bracci *EC*, *FD* che ne fanno parte, press'a poco verticali; allora, se si vuole mettere in evidenza l'attrazione delle due correnti quando esse hanno lo stesso senso, si stabilisce, per mezzo di un

isolate o, il che è più semplice e porta allo stesso risultato, quando esse siano sostituite da piccoli vasi di vetro.

filo di ottone passante sotto lo strumento, le cui estremità si incurvino per pescare nelle due coppe di bosso, *R* e *U*, o *S* e *T*, la comunicazione fra estremità opposte dei due conduttori *AB*, *CD*, e si fanno comunicare le due coppe rimanenti con le estremità della pila, per mezzo di altri due fili di ottone. Se si vuole osservare la repulsione, bisogna che il primo filo di ottone stabilisca la comunicazione fra due coppe, *R* e *S* o *T* e *U*, corrispondenti a estremità dei due conduttori situate dalla stessa parte, mentre si fanno comunicare con le estremità della pila le due coppe situate dalla parte opposta.

Del resto, poiché le attrazioni e le repulsioni delle correnti elettriche si manifestano in tutti i punti del circuito, si può immaginare di attrarre o respingere quanti conduttori si vogliano con un solo conduttore fisso e fare variare la direzione di quanti aghi magnetizzati si vogliano; mi riprometto di far mettere due conduttori mobili sotto una stessa campana di vetro, dimodoché, rendendoli, con un conduttore fisso comune, parte di uno stesso circuito, essi siano entrambi attratti, entrambi respinti o l'uno attratto e l'altro respinto contemporaneamente, a seconda del modo con il quale si stabiliranno le comunicazioni. In séguito al successo dell'esperienza indicatami dal sig. marchese de Laplace, si potrebbe, per mezzo di tanti fili conduttori ed aghi magnetizzati quante sono le lettere dell'alfabeto, ponendo ogni lettera su un ago diverso, e usufruendo di una pila situata lontano da quegli aghi, le cui due estremità si facciano comunicare alternativamente con quelle di ciascun conduttore, formare una specie di telegrafo [12] atto a scrivere ogni particolare si volesse trasmettere, attraverso qualsiasi ostacolo, alla persona incaricata di osservare le lettere poste sugli aghi. Mettendo sulla pila una tastiera i cui tasti portino le stesse lettere e stabiliscano la comunicazione abbassandoli, questo mezzo di comunicazione potrebbe realizzarsi con molta

[12] Sebbene, come onestamente osserva Ampère nella sua nota, non si tratti del primo telegrafo elettrico, è però senza alcun dubbio il primo telegrafo elettromagnetico. Ampère non si curò mai di realizzare questa sua scoperta, la quale fu poi ripresa.

facilità e non richiederebbe che il tempo necessario da una parte per toccare e dall'altra per leggere ciascuna lettera [a].

Se il conduttore mobile, invece di essere soggetto a muoversi parallelamente a quello che è fisso, può soltanto ruotare in un piano parallelo a questo conduttore fisso, intorno ad una perpendicolare comune passante per i loro punti di mezzo, è chiaro che, secondo la legge che abbiamo scoperto per le attrazioni e le repulsioni delle correnti elettriche, le due metà di ogni conduttore attireranno e respingeranno quelle dell'altro, secondo che le correnti saranno di uguali sensi o di sensi contrari; conseguentemente il conduttore mobile ruoterà fino al momento in cui giunga in una posizione nella quale risulti parallelo a quello fisso e le correnti siano dirette nello stesso senso: donde deriva che, nell'azione mutua di due correnti elettriche, l'azione direttrice e l'azione attrattiva o repulsiva dipendono da uno stesso principio e sono soltanto effetti diversi di una sola e medesima azione. Allora non è più necessario istituire fra questi due effetti la distinzione che è importante fare, come vedremo tra poco, quando si tratta di una corrente elettrica e di un magnete, considerato come si fa comunemente in relazione al suo asse, perché, in questa azione, i due corpi tendono a porsi in direzioni perpendicolari fra loro.

Esaminerò negli altri paragrafi di questa Memoria e nella Memoria seguente l'azione mutua fra una corrente elettrica e il globo terrestre o un magnete e quella di due magneti l'uno rispetto all'altro: mostrerò che tanto l'una quanto l'altra rientrano nella legge dell'azione mutua di due correnti elettriche, che ho testé fatto conoscere, se si immaginano sulla superficie e nell'interno di un magnete tante correnti elettriche, in piani perpendicolari all'asse del magnete, quante linee, formanti curve chiuse che non si taglino mutuamente,

a. Dopo la redazione di questa Memoria, ho saputo dal sig. Arago che questo telegrafo era già stato proposto dal sig. Soemmering: senonché, invece di osservare il cambiamento di direzione degli aghi magnetici, che allora non era noto, l'autore proponeva di osservare la scomposizione dell'acqua in tanti vasi quante sono le lettere.

si possano immaginare; dimodoché, dal semplice accostamento dei fatti, non mi sembra possibile dubitare che non esistano realmente tali correnti attorno all'asse dei magneti o, meglio ancora, che la magnetizzazione non consista soltanto nell'operazione con la quale si dà alle particelle dell'acciaio la proprietà di produrre, intesa nel senso delle correnti di cui abbiamo parlato, la stessa azione elettromotrice che si trova nella pila voltaica, nello zinco ossidato dei mineralogisti, nella tormalina scaldata ed anche in una pila formata di cartoni imbevuti e di dischi di uno stesso metallo a due temperature diverse. Però, poiché questa azione elettromotrice si sviluppa nel caso del magnete fra le diverse particelle di uno stesso corpo buon conduttore, essa, come abbiamo fatto notare più sopra, non può mai produrre alcuna tensione elettrica, ma soltanto una corrente continua simile a quella che avrebbe luogo in una pila voltaica che rientri su sé stessa formando una curva chiusa; è evidentissimo, dalle osservazioni precedenti, che una simile pila non potrebbe produrre in nessuno dei suoi punti né tensioni, né attrazioni o repulsioni elettriche ordinarie, né fenomeni chimici, poiché sarebbe allora impossibile interporre un liquido nel circuito; ma è chiaro che la corrente che si stabilirebbe immediatamente in questa pila agirebbe, per dirigerli, attrarli o respingerli, sia su un'altra corrente elettrica sia su un magnete che sarebbe considerato allora come un complesso di correnti elettriche.

In questo modo si giunge al risultato inatteso che i fenomeni del magnete sono unicamente prodotti dall'elettricità e che non vi è nessun'altra differenza fra i due poli di un magnete se non la loro posizione rispetto alle correnti di cui si compone il magnete, dimodoché il polo australe [a] è quello che si trova a sinistra [13].

. . . . . .

a. Quello che, nell'ago magnetizzato, si dirige dalla parte del nord; esso è a destra delle correnti di cui si compone il

[13] È questa la teoria di Ampère, secondo la quale egli riduce ad un solo fenomeno sia le azioni fra correnti, sia quelle fra magneti e correnti,

Il modo in cui concepisco il magnete, cioè come un complesso di correnti elettriche in piani perpendicolari alla linea che ne congiunge i poli, mi fece anzitutto cercare di imitarne l'azione con conduttori piegati ad elica, di cui ogni spira rappresentasse una corrente disposta come quella di un magnete; la mia prima idea fu che l'obliquità di queste spire avvolte si sarebbe potuta trascurare quando le spire avessero avuto piccola altezza; non avevo allora notato il fatto che, man mano che tale altezza diminuisce, il numero delle spire, per una data lunghezza, aumenta nello stesso rapporto, e che, per conseguenza, come ho riconosciuto più tardi, l'effetto di questa obliquità resta sempre uguale.

Io annunciai, nella Memoria letta all'Académie il 18 settembre, che avevo l'intenzione di fare costruire delle eliche in filo di ottone per imitare tutti gli effetti del magnete, sia di un magnete fisso con un'elica fissa, sia di un ago magnetizzato con un'elica avvolta intorno a un tubo di vetro sospesa al suo centro su una punta finissima come l'ago di una bussola [a]. Speravo che non soltanto le estremità di questa elica sarebbero state attirate e respinte come i poli di un ago da quelle di una sbarretta magnetizzata, ma anche che essa sarebbe stata diretta per l'azione del globo terrestre; sono riuscito completamente in questo scopo per quanto

magnete, poiché è a sinistra di una corrente diretta nello stesso senso e posta fuori dell'ago. In effetti, secondo la definizione data precedentemente di ciò che si deve intendere per la destra o la sinistra delle correnti elettriche, le correnti che io ammetto esistere nell'ago e quelle che sono situate sopra di esso, e che si considerano come agenti su di esso, sono affacciate in modo che la destra delle une è alla sinistra delle altre e reciprocamente.

a. In séguito ho cambiato questo modo di sospensione, come dirò.

sia quelle fra magneti e magneti; questa teoria fu ripudiata dai successivi studiosi di elettrologia ed è necessario giungere fino al principio del nostro secolo perché venga rimessa in onore. Su questa teoria Ampère ritornerà spesso. Omettiamo la pagina che segue perché ripetuta e sviluppata nella sua *Théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'experience*, opera che traduciamo integralmente nella parte II di questa stessa sezione.

riguarda l'azione della sbarretta magnetizzata; ma rispetto alla forza direttrice della terra l'apparecchio non era sufficientemente mobile, e questa forza agiva con un braccio di leva troppo corto perché potesse produrre l'effetto desiderato; l'ho poi ottenuto qualche tempo dopo per mezzo di apparecchi che saranno descritti nel paragrafo seguente [14].

. . . . . .

Fin dalle prime ricerche sull'argomento di cui stiamo occupandoci, avevo cercato di ottenere la legge secondo la quale l'azione attrattiva e repulsiva di due correnti elettriche varia quando cambino di valore le loro distanze e gli angoli che determinano la loro posizione rispettiva. Fui ben presto persuaso che non si potesse dedurre questa legge da esperienze dirette, perché essa non può avere un'espressione semplice se non considerando porzioni di correnti di lunghezza infinitamente piccola; ora, non si possono fare esperienze su tali correnti; l'azione delle correnti di cui si possono misurare gli effetti è la somma delle azioni infinitamente piccole dei loro elementi, somma che si può ottenere soltanto per mezzo di due integrazioni successive, delle quali la prima deve essere fatta in tutta l'estensione di una delle correnti per un medesimo punto dell'altra e la seconda si deve eseguire sul risultato della prima integrazione presa fra i limiti indicati dalle estremità della prima corrente, in tutta l'estensione della seconda corrente; soltanto il risultato di quest'ultima integrazione, preso entro i limiti segnati dalle estremità della seconda corrente, può essere paragonato con i dati dell'esperienza; donde consegue, come ho detto nella Memoria che ho letto all'Académie il 9 ottobre scorso, che queste integrazioni sono la prima cosa di cui bisogna occuparsi quando si voglia determinare dapprima l'azione mutua di due correnti di lunghezza finita, sia rettilinee, sia curvilinee, tenendo presente che in una corrente curvilinea la direzione delle porzioni di cui essa si compone

[14] Omettiamo le tre pagine che seguono, le quali descrivono esperimenti sulle correnti sinuose, ripresi e ampliati nella *Théorie*.

è determinata in ogni punto dalla tangente alla curva secondo la quale la corrente stessa si manifesta, e in secondo luogo quella di una corrente elettrica su un magnete o di due magneti l'uno sull'altro considerando, in questi due ultimi casi, i magneti come complessi di correnti elettriche disposte come ho detto sopra [15].

. . . . . .

Per queste esperienze avevo fatto costruire uno strumento che feci vedere il 17 ottobre ultimo scorso ai signori Biot e Gay-Lussac e che differisce da quello rappresentato nella fig. 1 soltanto per il fatto che il conduttore fisso di quest'ultimo era sostituito da un conduttore attaccato ad un cerchio che ruotava intorno ad un asse orizzontale perpendicolare alla direzione del conduttore mobile, per mezzo di una puleggia di rinvio, e graduato in modo che si vedeva su tale graduazione l'angolo formato dalle direzioni delle due correnti, nelle diverse posizioni che si possono dare successivamente al conduttore portato dal cerchio graduato.

2. *Direzione delle correnti elettriche per azione del globo terrestre* [a].

Nelle prime esperienze che ho tentato per far muovere il filo conduttore di una corrente elettrica dall'azione del globo terrestre, forse più che dalla difficoltà di ottenere una sospensione sufficientemente mobile, ero preoccupato, anziché dall'idea di cercare nella teoria che riconduce i fenomeni del magnete a quelli delle correnti elettriche la posizione più favorevole a questo genere di azione, da quella di imitare quanto più avessi potuto la disposizione delle correnti elettriche del

a. Quanto è contenuto in questo paragrafo è stato letto alla Académie royale des Sciences, nella seduta del 30 ottobre ultimo scorso.

[15] Qui tralasciamo la pagina e mezza che segue, la quale contiene lo sviluppo di questo concetto, che è ampiamente trattato in varie parti della *Théorie*.

magnete nella sistemazione delle correnti sulle quali volevo osservare l'azione della terra, nel caso in cui tali correnti sono prodotte dalla pila di Volta; questa sola idea mi aveva guidato nella costruzione dello strumento rappresentato (fig. 3); essa mi impediva di considerare che in questo modo

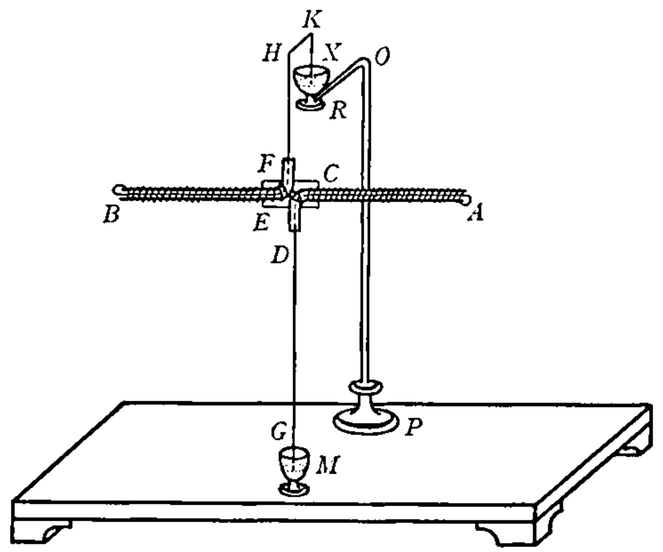


Fig. 3.

l'azione per cui il polo australe dell'ago magnetizzato viene portato al nord e in basso, e il polo boreale al sud e in alto, si verifica solo in maniera indiretta; il suo effetto immediato è di porre i piani perpendicolari all'asse del magnete, nei quali si trovano le correnti elettriche di cui esso è composto, parallelamente a un piano determinato dall'azione risultante da tutte le correnti del nostro globo e che è, in ogni luogo, perpendicolare all'ago di inclinazione. Da questa considerazione segue che l'azione terrestre deve immediatamente dirigere non una linea retta, ma un piano; quindi si deve imitare la disposizione dell'elettricità secondo l'equatore dell'ago magnetizzato, equatore che è una curva rientrante su sé stessa, e vedere poi se, quando una corrente elettrica è così disposta, l'azione della terra tende a condurre il piano in cui si trova in una direzione parallela a quella verso la quale essa tende a condurre l'equatore del magnete;

ossia in una direzione perpendicolare all'ago di inclinazione, in modo che la corrente che si cerca di dirigere sia nello stesso senso di quelle dell'ago magnetizzato che obbedisce all'azione del globo terrestre.

Il magnete riceve movimenti differenti secondo che possa ruotare soltanto nel piano dell'orizzonte, come l'ago di una bussola, oppure nel piano del meridiano magnetico, come l'ago di inclinazione imperniato in un asse orizzontale e perpendicolare al meridiano magnetico. Per imitare questi due movimenti imprimendoli, in modo analogo, ad una corrente elettrica, bisogna che il piano nel quale la corrente si trova sia, nel primo caso, verticale come quello dell'equatore di un ago magnetico orizzontale e possa ruotare intorno alla verticale che passa per il suo centro di gravità; e nel secondo che tale corrente possa, come l'equatore dell'ago di inclinazione, ruotare soltanto intorno a una retta giacente in questo piano e che sia contemporaneamente orizzontale e perpendicolare al piano magnetico.

In un primo tempo ho messo in queste due posizioni una doppia spirale di rame che mi è sembrata adattissima a rappresentare le correnti elettriche dell'equatore di un magnete; ed ho visto questo apparecchio muoversi quando vi ho stabilito una corrente elettrica, precisamente come avrebbe fatto nel primo caso l'equatore dell'ago di una bussola e nel secondo quello di un ago di inclinazione. Ma è successa a me la stessa cosa che è capitata al sig. Oersted. Nelle sue esperienze, la forza direttrice della corrente elettrica che egli faceva agire su un ago magnetizzato tendeva a porlo in una direzione tale da fare un angolo retto con quella della corrente; ma non otteneva mai una direzione di 100^0 [16], perché, combinandosi l'azione del globo terrestre con quella della corrente elettrica, l'ago magnetizzato si dirigeva secondo la risultante di quelle due azioni. Nelle esperienze fatte con la doppia spirale, la forza direttrice della terra era contrastata nel primo caso dalla torsione

[16] Evidentemente 100^0 del sistema di misura degli angoli « centesimale » e cioè ad angolo retto.

del filo al quale lo strumento era sospeso, nel secondo dal suo peso, perché il centro di gravità non poteva essere esattamente situato nella retta orizzontale intorno alla quale ruotava il piano della doppia spirale.

Pensai allora che, moltiplicando il numero delle spire di cui questa spirale era composta, non si aumentasse per questo l'effetto prodotto dall'azione della terra, perché la massa da muovere sarebbe aumentata proporzionalmente alla forza motrice; donde conclusi che avrei ottenuto più semplicemente gli stessi fenomeni di direzione impiegando, per rappresentare l'equatore di un ago magnetico, una sola corrente elettrica rientrante su sé stessa e formante un circuito, se non assolutamente chiuso, ché allora sarebbe stato impossibile stabilire la corrente nel filo di rame, almeno con la sola interruzione sufficiente per fare comunicare le sue due estremità con quelle della pila.

Nello stesso tempo compresi che non aveva alcuna importanza la forma del circuito, purché tutte le sue parti fossero su uno stesso piano, dato che si trattava appunto di dirigere un piano.

Feci allora costruire due apparecchi: nel primo il filo conduttore ha la forma di una circonferenza $ABCD$ (tav. III, fig. 7), il cui raggio è un po' maggiore di 0,2 m. Le due estremità del filo di ottone da cui questa circonferenza è formata sono saldate alle due scatole di rame E, F, che sono attaccate a un tubo di vetro Q e portano due punte di acciaio M e N, pescanti nel mercurio contenuto nelle due piccole coppe di platino O, P; di queste punte soltanto la superiore N raggiunge il fondo della coppa P. Queste due coppe sono portate dalle scatole di rame G, H, che comunicano con le due estremità della pila per mezzo di due conduttori in filo di ottone, di cui l'uno è racchiuso nel tubo di vetro che porta queste due ultime scatole e serve di piede allo strumento e l'altro forma intorno a questo tubo un'elica, le cui spire hanno una grande altezza rispetto al diametro del tubo, in modo che le azioni esercitate dalle due porzioni di correnti che percorrono questi conduttori in senso contrario si neutralizzano quasi completamente. Ho

posto sotto la campana di vetro, che copre questo strumento per metterlo al riparo dalle agitazioni dell'aria, un altro cerchio in filo di rame, di un diametro un po' maggiore, che è fissato e sostenuto da un piede simile a quello del cerchio mobile, nella posizione che si vede nella figura.

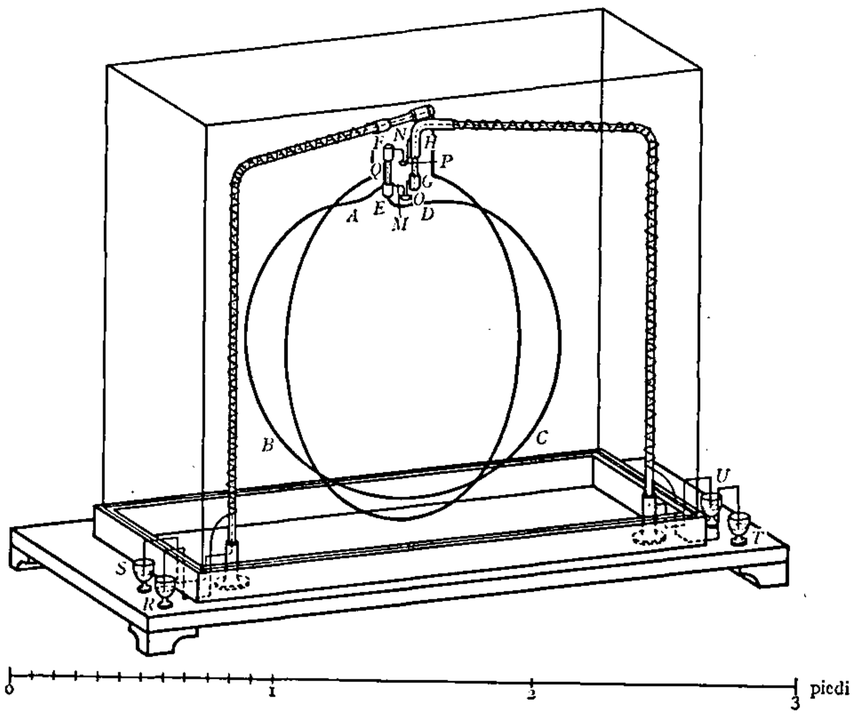


Fig. 7.

Questo cerchio comunica anche con due conduttori, disposti nello stesso modo e che servono similmente a farvi passare la corrente elettrica quando, invece di osservare l'azione del globo terrestre sul cerchio mobile, si vogliano vedere gli effetti dell'azione di due correnti circolari l'una sull'altra, mentre quando si voglia osservare l'azione che esercita la terra su una corrente elettrica, si fa passare questa corrente soltanto nel cerchio mobile. Poiché qui si tratta solo dell'azione del globo terrestre, parlerò del caso in cui soltanto i due conduttori del cerchio mobile sono in comunicazione con le due estremità della pila. In questo caso il cerchio fisso serve soltanto ad indicare in modo preciso il piano verticale e perpendicolare al meridiano magnetico, in cui il

cerchio mobile deve essere condotto dall'azione della terra. Si mette dunque anzitutto il cerchio fisso in questo piano per mezzo di una bussola e il cerchio mobile in un'altra posizione, che sarà ad esempio quella del meridiano magnetico stesso; si vedrà allora che, quando vi si fa passare una corrente elettrica, il cerchio mobile ruoterà per portarsi nel piano indicato dal cerchio fisso, lo oltrepasserà in un primo tempo a causa della velocità acquistata, poi vi ritornerà e vi si fermerà dopo alcune oscillazioni.

Il senso nel quale questo movimento si manifesta dipende da quello della corrente elettrica stabilita nel cerchio mobile; per prevederlo si consideri una retta passante per il centro di questo cerchio e perpendicolare al suo piano; questa retta verrà a porsi nel meridiano magnetico quando il cerchio mobile sarà condotto nel piano ad esso perpendicolare e vi si porrà in modo che quella delle due estremità che è a destra della corrente considerata come agente su un punto preso a volontà fuori dal cerchio (e per conseguenza a sinistra dell'osservatore che, situato nel senso della corrente, guardasse l'ago), estremità che rappresenta il polo australe di un ago magnetizzato, si trovi diretta dalla parte del nord; questa regola è sufficiente per determinare il senso del movimento che prenderà il cerchio mobile.

Nell'altro apparecchio l'equatore dell'ago di inclinazione è rappresentato da un rettangolo di filo di ottone di circa 0,3 m. di larghezza per 0,6 di lunghezza. La sospensione è d'altronde la stessa di quella dell'ago di inclinazione. Con questi due strumenti, in esperienze spesso ripetute, ho potuto osservare i fenomeni di direzione per l'azione della terra in modo molto più completo di quanto non avessi fatto con la doppia spirale. Nel primo il cerchio mobile si è fermato, come ho detto, precisamente nella posizione in cui l'azione del globo terrestre avrebbe dovuto condurlo secondo la teoria; nel secondo il conduttore mobile ha costantemente lasciato una posizione, in cui l'equilibrio era stabile, come io avevo constatato facendolo oscillare, per portarsi in una posizione più o meno vicina a quella che avrebbe preso, nelle stesse circostanze, l'equatore di un ago magnetizzato, e vi si è

sempre fermato, dopo qualche oscillazione, in equilibrio fra la forza direttrice della terra e il peso, che agiva allora facendo piegare il filo di ottone, ciò che abbassava il centro di gravità del conduttore al di sotto dell'asse orizzontale. Non appena si interrompeva il circuito, si vedeva che il conduttore ritornava alla sua primitiva posizione o, se qualche volta non vi ritornava esattamente o addirittura ne restava alquanto lontano, era evidente, per tutte le circostanze dell'esperienza, che ciò era dovuto alla flessione di cui ho or ora parlato, la quale aveva prodotto una leggera alterazione nella posizione del centro di gravità, alterazione che sussisteva quando si faceva cessare la corrente elettrica. Negli esperimenti fatti con questi due strumenti, ho avuto cura di cambiare le estremità dei fili conduttori rispetto a quelle della pila per constatare che la corrente in essa esistente non fosse la causa dell'effetto prodotto, poiché allora esso si sarebbe manifestato sempre nello stesso senso; questo effetto aveva luogo invece in senso contrario, conformemente alla teoria. Inoltre, lasciando inalterate le comunicazioni, ho fatto passare dalla destra alla sinistra dello strumento i fili che facevano comunicare il conduttore mobile alle due estremità della pila, per verificare che le correnti di questi fili, che del resto io tenevo lontani dallo strumento per la maggior parte della loro lunghezza, non avessero influenza sensibile sui suoi movimenti. Inutile aggiungere che, in tutti i casi, i movimenti hanno luogo nel senso in cui si muoverebbe l'equatore di un ago magnetico [17].

. . . . . .

3. *Sull'azione mutua fra un conduttore elettrico ed un magnete.*

Proprio quest'azione, scoperta dal sig. Oersted, mi ha condotto a riconoscere quella di due correnti elettriche l'una sull'altra, quella del globo terrestre su una corrente e il modo in cui l'elettricità produce tutti i fenomeni che presentano i magneti, con una distribuzione simile a quella che si ha nel conduttore di una corrente elettrica, secondo curve chiuse perpendicolari all'asse di ogni magnete. Queste vedute, la maggior parte delle quali è stata confermata dall'esperienza soltanto più tardi, furono comunicate all'Académie Royale des Sciences nella seduta del 18 settembre 1820; trascriverò qui quanto ho letto in tale seduta, sopprimendo soltanto i passi che sarebbero una ripetizione di ciò che ho già detto e in particolare quelli nei quali descrivevo gli apparecchi che allora mi proponevo di far costruire; essi infatti sono stati in séguito costruiti e per la maggior parte descritti nei paragrafi precedenti. Ci si potrà così fare un'idea più esatta della via che ho seguito nelle mie ricerche sull'argomento del quale stiamo occupandoci.

Le esperienze che ho fatto sull'azione mutua dei conduttori che mettono in comunicazione le estremità di una pila voltaica mi hanno dimostrato che tutti i fatti relativi a questa azione possono essere ricondotti a due risultati generali, che si devono anzitutto considerare come dati unicamente dall'osservazione, determinandone la natura e, se possibile, l'espressione analitica della forza che li produce. Comincerò con l'enunciarli sotto la forma che mi sembra la più semplice e generale.

Questi risultati consistono nell'azione direttrice di uno dei corpi sull'altro e nell'azione attrattiva e repulsiva che si stabilisce fra di loro secondo le circostanze.

Azione direttrice. Quando un magnete e un conduttore agiscano l'uno sull'altro e, essendo uno di essi fisso, l'altro possa soltanto ruotare in un piano perpendicolare alla più breve distanza fra il conduttore e l'asse del magnete, quello dei due che è mobile tende a ruotare in modo che le direzioni del conduttore e dell'asse del magnete vengano a formare un angolo retto e che il polo del magnete che è abitualmente rivolto al nord risulti a sinistra di quella che si chiama comunemente *corrente galvanica* (denominazione che io ho cambiato in quella di corrente elettrica) e il polo opposto risulti alla sua destra (si intende che la retta che

[17] Si omette l'ultima pagina del paragrafo che non aggiunge considerazioni di rilievo.

misura la più breve distanza fra il conduttore e l'asse del magnete incontri la direzione di questo asse fra i due poli) [18].

. . . . . .

Nelle esperienze del sig. Oersted l'azione direttrice si combina sempre con quella che il globo terrestre esercita sull'ago magnetizzato e si combina inoltre talvolta con l'azione che descriverò fra poco sotto la denominazione di *azione attrattiva o repulsiva*; il che conduce a risultati complicati dei quali è difficile analizzare le circostanze e scoprire le leggi.

Per osservare gli effetti dell'*azione direttrice* di una corrente elettrica su un magnete, senza che siano alterati dalle diverse cause suddette, ho fatto costruire uno strumento che ho chiamato *ago magnetizzato astatico* [19]. Questo strumento, rappresentato nella tav. IV, fig. 8, consiste in un ago magnetizzato *AB*, fissato perpendicolarmente ad un asse *CD*, che si può disporre nella direzione che si vuole, per mezzo di un movimento simile a quello del piede di un telescopio e di due viti di richiamo *E*, *F*. L'ago così disposto può muoversi soltanto per rotazione in un piano perpendicolare a tale asse, in cui si ha cura venga esattamente situato il suo centro di gravità; quest'ultima condizione si realizza assicurandosi che il peso dell'ago prima che esso sia magnetizzato non eserciti alcuna azione per farlo cambiare di posizione. Si magnetizza allora l'ago: questo strumento serve per verificare che, finché il piano in cui si muove l'ago non è perpendicolare alla direzione dell'ago di inclinazione, il magnetismo terrestre tende a fare prendere

[18] Qui Ampère ripete la definizione di corrente elettrica negli stessi termini riportati a p. 165.

[19] Nel 1821 Ampère ideò il dispositivo *astatico*, costituito dall'accoppiamento rigido di due aghi magnetici paralleli di uguali intensità, con le polarità opposte affacciate. L'applicazione di questo dispositivo è stata spesso attribuita erroneamente a Leopoldo Nobili (1784-1835), il quale costruì il notissimo *galvanometro astatico di Nobili*, sospendendo il complesso astatico di Ampère ad un filo (disposizione già adottata da Avogadro e da Michelotti per il loro *moltiplicatore*, 1823) anziché poggiandolo su un perno.

all'ago magnetizzato la direzione di quella delle rette tracciate su questo piano che è la più vicina all'asse dell'ago di inclinazione, ossia la direzione della proiezione di quest'asse

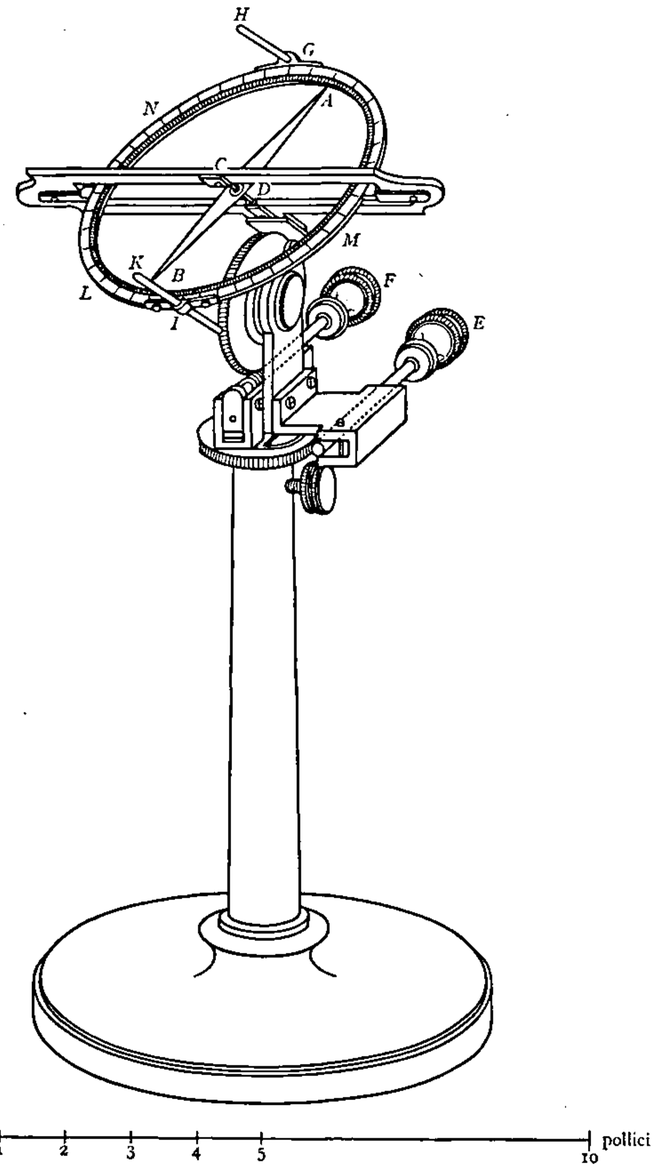


Fig. 8.

sul medesimo piano. Poi, per mezzo delle viti di richiamo, si rende il piano in cui si muove l'ago magnetizzato perpendicolare alla direzione dell'ago di inclinazione; il magne-

tismo terrestre allora non ha più alcuna azione per dirigerlo e l'ago diventa così completamente astatico. Lo strumento porta nello stesso piano un cerchio *LMN* diviso in gradi, sul quale sono fissate due piccole sbarrette di vetro *GH*, *IK*, per attaccare i fili conduttori; con la disposizione descritta l'azione direttrice dei conduttori agisce senza complicazione con il peso ed il magnetismo terrestre.

La principale esperienza eseguibile con questo apparecchio è quella che mostra che l'angolo fra le direzioni dell'ago e del conduttore è sempre retto quando esista soltanto *l'azione direttrice*.

Attrazione attrattiva o repulsiva. Il secondo risultato generale consiste nel fatto che un conduttore, congiungente le due estremità di una pila voltaica, e un magnete, il cui asse faccia un angolo retto con la direzione della corrente che si manifesti in quel conduttore in conformità delle definizioni precedenti, si attirano quando il polo australe è a sinistra della corrente che agisce su di esso, ossia quando la posizione è quella che il conduttore ed il magnete tendono a prendere in virtù della loro mutua azione, e si respingono quando il conduttore e il magnete sono mantenuti nella posizione opposta a quella che essi tendono a darsi mutuamente. Dall'enunciato stesso di questi due risultati appare che l'azione fra il conduttore ed il magnete è sempre reciproca. Quantunque questa reciprocità mi sembrasse evidente per sé stessa, mi sono anzitutto dedicato a verificarla; mi sembra che sia superfluo descrivere qui le esperienze che ho fatto per constatarla; basti dire che esse sono pienamente riuscite [20].

. . . . . .

Ad ognuno dei poli di un magnete, le correnti elettriche di cui esso si compone sono dirette secondo curve chiuse

[20] A questo punto Ampère si diffonde nella spiegazione della sua ipotesi secondo la quale tanto il magnetismo dei materiali ferro-magnetici, quanto quello della Terra sarebbero prodotti da correnti elettriche: quanto al magnetismo terrestre, egli paragona la Terra ad una gigantesca pila. Queste spiegazioni sono riprese e migliorate nella *Théorie*; perciò si omettono qui le cinque pagine corrispondenti.

concentriche; ho imitato questa disposizione per quanto possibile con una corrente elettrica, piegando il filo conduttore a spirale: questa spirale era formata con un filo di ottone e terminava con due porzioni rettilinee di questo stesso filo, racchiuse in due tubi di vetro [a] affinché non comunicassero fra loro e potessero essere congiunte alle due estremità della pila.

Secondo il senso nel quale si fa passare la corrente in tale spirale, essa è in effetti fortemente attirata o respinta dal polo di un magnete che le sia presentato in modo che la direzione del suo asse sia perpendicolare al piano della spirale, secondo che le correnti elettriche della spirale e del polo del magnete siano nello stesso senso o in senso contrario. Sostituendo il magnete con un'altra spirale la cui corrente abbia lo stesso senso della prima, si hanno le stesse attrazioni e repulsioni; ho così scoperto che due correnti elettriche si attirano quando hanno lo stesso senso e si respingono nel caso contrario.

. . . . . .

Potei finire di leggere all'Académie quanto ho sopra trascritto soltanto nella seduta del 25 settembre; terminavo quella lettura con un riassunto nel quale, dai fatti che avevo esposto, deducevo le seguenti conclusioni:

1) Due correnti elettriche si attirano quando si muovono parallelamente nello stesso senso; si respingono quando si muovono parallelamente in senso contrario.

2) Ne segue che, quando i fili metallici che esse percorrono possano soltanto ruotare in piani paralleli, ciascuna di queste correnti tende a condurre l'altra in una posizione in cui esse risultino parallele e dirette nello stesso senso.

3) Queste attrazioni e repulsioni sono assolutamente diverse dalle attrazioni e repulsioni elettriche ordinarie.

4) Tutti i fenomeni che la mutua azione di una corrente elettrica e di un magnete presenta, che il sig. Oersted

a. In séguito ho cambiato questa disposizione, come dirò fra poco.

ha scoperto e che io ho generalizzato e ridotto a due fatti generali in una Memoria precedente, letta all'Académie il 18 settembre 1820, rientrano nella legge di attrazione e repulsione di due correnti elettriche, tale quale essa è stata sopra enunciata, ammettendo che un magnete non sia altro che un sistema di correnti elettriche prodotte da una azione delle particelle dell'acciaio le une sulle altre analoga a quella degli elementi di una pila voltaica e manifestantesi in piani perpendicolari alla linea che congiunge i due poli del magnete.

5) Quando il magnete è nella posizione che tende a prendere per l'azione del globo terrestre, queste correnti sono dirette nel senso opposto a quello del movimento apparente del Sole; quando si pone il magnete nella posizione contraria, in modo che i poli che guardano i poli della terra siano della stessa specie di questi, le stesse correnti vanno nel senso del movimento apparente del Sole.

6) I fenomeni noti che si osservano quando due magneti agiscono l'uno sull'altro rientrano nella stessa legge.

7) Lo stesso deve dirsi dell'azione che il globo terrestre esercita su un magnete, ammettendo in esso delle correnti elettriche in piani perpendicolari alla direzione dell'ago di inclinazione, che si muovono dall'est all'ovest, al di sotto di questa direzione.

8) Non vi è nulla di più ad un polo che all'altro; la sola differenza che esiste fra di loro è che l'uno si trova a sinistra e l'altro a destra delle correnti elettriche che dànno all'acciaio le proprietà magnetiche.

9) Quando Volta ebbe provato che le due elettricità, positiva e negativa, delle due estremità della pila si attirano e si respingono secondo le medesime leggi delle due elettricità prodotte con i mezzi noti prima di lui, non aveva con questo dimostrato completamente l'identità dei fluidi messi in azione dalla pila e dallo sfregamento; ma questa identità fu dimostrata, per quanto una verità fisica lo possa essere, quando egli mostrò che due corpi, dei quali l'uno elettrizzato per il contatto dei metalli e l'altro per lo sfregamento, agivano l'uno sull'altro, in tutte le condizioni, come se fossero stati

entrambi elettrizzati con la pila o con la macchina elettrica ordinaria. Lo stesso genere di prove si ha qui riguardo all'identità delle attrazioni e repulsioni delle correnti elettriche e dei magneti [21].

. . . . . .

[21] A questo punto riteniamo interessante aggiungere qualche passo dell'estratto della storia dei lavori dell'Académie durante l'anno 1820 a cura di Delambre (*Mémoires de l'Académie des Sciences*, tomo IV, p. 149, 1824), riguardanti la seduta del 25 settembre 1820.

« Nella seduta del 25 settembre il sig. Arago fece conoscere la curiosa osservazione che un filo metallico, il quale sia in comunicazione con i due poli di una pila di Volta, si carica di limatura di ferro, come farebbe un vero magnete. Il fenomeno non dipendeva da una magnetizzazione preventiva della limatura, poiché fili di ferro dolce e acciaio non attiravano alcuna particella di limatura. Parimenti non si potrebbe spiegare il fenomeno attribuendolo ad azioni elettriche ordinarie; infatti, se si ripete l'esperienza con limatura di rame o di zinco, o con segatura di legno, non si osserva nessuna attrazione sensibile. La magnetizzazione della limatura di ferro era soltanto momentanea, ma era verosimile supporre che, operando su acciaio, si sarebbe ottenuto una magnetizzazione permanente; in effetti il sig. Arago magnetizzò così completamente dei piccoli pezzi di acciaio e un ago da cucire. Il sig. Ampère, al quale il sig. Arago aveva fatto vedere queste esperienze, ricavava per induzione, dalla sua propria scoperta sull'azione mutua di due correnti elettriche, la conseguenza che le attrazioni e le repulsioni esercitate fra magneti dipendono da correnti elettriche che circolano intorno al ferro o all'acciaio, in direzioni perpendicolari alla linea passante per i due poli; queste vedute teoriche gli suggerirono il pensiero che si sarebbe potuto ottenere una magnetizzazione più intensa sostituendo al filo congiuntivo diritto, di cui si era servito Arago, un filo piegato ad elica, al centro della quale si ponesse l'ago di acciaio. Una esperienza che questi due scienziati fecero in comune verificò interamente la supposizione ».

ARTICOLO SECONDO

RISPOSTA [1] DEL SIG. AMPÈRE ALLA LETTERA DEL SIG. VAN BECK SU UNA NUOVA ESPERIENZA ELETTROMAGNETICA [a]

Signore,

con molto dispiacere ho differito fino ad ora la risposta alla lettera che mi avete fatto l'onore di scrivermi e che mi è stata recapitata dal sig. De Blainville; malato e sovraccarico di occupazioni, non ho potuto trovare il tempo che mi sarebbe stato necessario.

Ho appreso con molto piacere l'interessante esperienza di cui mi parlate nella vostra lettera; essa depone chiaramente in favore dell'ipotesi sul modo in cui le correnti elettriche esistono nei magneti, che io proponevo come la più probabile nella Memoria che ho letto, un anno fa, al-

a. Questa lettera è stata inserita nel « Journal de Physique », ottobre 1821.

[1] Ecco il riassunto della lettera di Van Beck alla quale Ampère risponde, riassunto che riportiamo dalle note del Joubert nella citata *Collection*, tomo II, p. 212.

« La lettera di Van Beck ad Ampère (Utrecht, 15 settembre 1821) e un'altra a de Blainville (10 ottobre 1821) inserite di séguito l'una all'altra nel tomo XCIII del " Journal de Physique ", p. 312, sono relative ad alcune esperienze di magnetizzazione di placche di acciaio, per mezzo di forti scariche. Nella prima Van Beck constata che, con una placca rettangolare allungata, l'azione della scarica lungo un filo parallelo all'asse maggiore provoca polarità differenti sui due lati lunghi; e che, se si mette poi il filo parallelo all'asse minore e si fa passare una nuova scarica, la polarità primitiva è distrutta, soltanto fino ad una certa distanza, da una parte e dall'altra del filo, per fare posto in questa regione a una nuova polarità perpendicolare alla prima. Nella seconda egli fa passare la scarica lungo un filo che attraversa normalmente una placca di acciaio attraverso un foro centrale. Non vi è polarità sensibile, ma, se si taglia la placca di acciaio secondo un diametro, ogni parte mostra una forte polarità. Questa esperienza è analoga alla celebre esperienza del magnete anulare di Gay-Lussac e Welter, fatta nel 1820 ».

l'Académie Royale des Sciences [a]. Avrei ammesso tale ipotesi come la sola possibile fin da quell'epoca, se essa non avesse incontrato l'opposizione di coloro ai quali l'avevo comunicata prima di parlarne all'Académie; per questa opposizione la presentai solamente come un'ipotesi molto probabile, nell'attesa di fare esperienze che potessero decidere la questione. Ne ho tentate parecchie per raggiungere questo scopo; ma avrei voluto, prima di pubblicarle, poter presentare delle esperienze che non lasciassero alcun dubbio e non vi ero ancora giunto quando l'affezione di petto da cui fui tormentato l'anno scorso mi obbligò a sospendere ogni ricerca di questo genere. Tuttavia ne feci una nel mese di luglio 1821, che rese definitiva la mia opinione a quel riguardo, quantunque essa provi soltanto in modo indiretto che le correnti elettriche hanno luogo nei magneti intorno a ciascuna particella. Questa esperienza dimostra infatti direttamente che la prossimità di una corrente elettrica non provoca, per influenza, alcuna eccitazione in un circuito metallico di rame, neanche nelle circostanze più favorevoli a questa influenza [2]. Ecco l'esperienza che feci allora per assicurarmene: formai con un lungo filo di rame *ABCDEF*, rivestito di un nastro, una spirale *BCDE*, le cui spire erano separate le une dalle altre dalla seta di questo nastro; disposi questa spirale, come si vede nella fig. 17, tav. VI, sul piede di legno *hkmn*; le due estremità *A* e *F* di questo filo comunicavano con quelle della pila di dodici terne di un piede quadrato di cui mi sono servito per la maggior parte delle mie esperienze. La parte superiore di questa spirale era attraversata da un

a. Questa Memoria fu letta nelle sedute dell'Académie dell'8 e 15 gennaio 1821.

[2] In realtà questa esperienza non prova affatto tale impossibilità. È strano come Ampère sia andato vicino alla scoperta dell'induzione elettromagnetica, che egli evidentemente intuiva, senza riuscirvi. Avremo occasione di ritornare su questo argomento. Come è noto, l'induzione elettromagnetica fu scoperta da Faraday nel 1831. Vedi anche le ulteriori considerazioni sulla suddetta esperienza, ripetuta un anno dopo, riportate all'articolo quinto.

piccolo tubo di vetro *M*, passante entro le spire, che venivano così a trovarsi alcune davanti e altre dietro a quel tubo; un filo metallico finissimo lo attraversava senza toccarne le pareti interne; esso era attaccato da un capo al braccio *KSOP*, che si faceva salire o discendere a volontà girando il bottone *N* e che si fermava all'altezza conveniente con la vite di pressione *L*; il cerchio mobile *GHI* era sospeso al capo di questo filo, in modo da essere concentrico alla spirale situata nello stesso piano e vicinissimo alle spire di cui essa si componeva. Il piede *hkmn* portava inoltre due piccoli regoli *kp*, *nq*, sui quali si potevano appoggiare i magneti che dovevano agire sul cerchio mobile. Questa disposizione mi è sembrata la più conveniente per eccitare in quel cerchio correnti elettriche per influenza, se ciò fosse stato possibile; ma, esponendolo all'azione di un forte magnete, non ho scorto che esso prendesse alcun movimento, nonostante la grande mobilità di questo genere di sospensione.

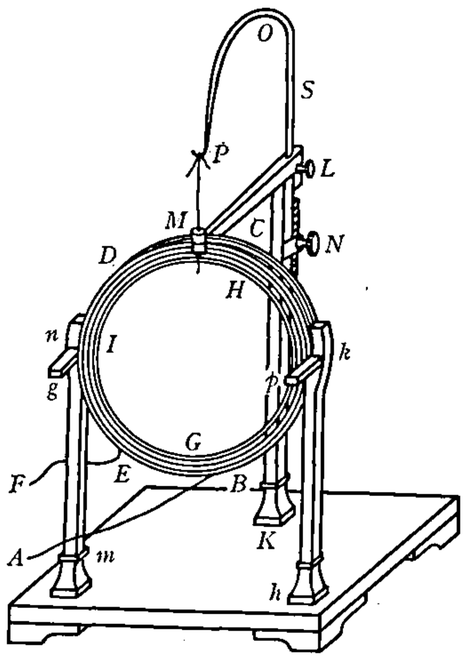


Fig. 17.

Da questa esperienza ho concluso, all'epoca in cui la feci, che le correnti elettriche, di cui ammettevo già l'esistenza intorno ad ogni particella dei magneti, esistevano attorno a queste particelle già prima della magnetizzazione nel ferro, nel nichel e nel cobalto, ma che, trovandosi dirette in ogni sorta di sensi, non ne poteva risultare alcuna azione esterna, poiché le une tendevano ad attirare ciò che le altre respingevano, come capita alla luce, i cui diversi raggi, essendo polarizzati in ogni senso, non presentano alcun segno di polarizzazione. Se è così, la magnetizzazione si verifi-

cherà tutte le volte che l'azione di un magnete o quella di un filo conduttore venga a dare a tutte queste correnti una direzione comune in virtù della quale le loro azioni su un punto situato all'esterno del corpo si sommano invece di distruggersi mutuamente: questa azione produce allora su quelle correnti lo stesso effetto che, nelle mie esperienze, si è visto produrre sulla corrente di una porzione mobile del conduttore, quando questa porzione mobile ruota per prendere la direzione che essa tende a dargli. Si potrebbe pensare che le particelle esercitino sul fluido formato dalla riunione delle due elettricità, in cui esse sono costantemente immerse, l'azione elettromotrice, che produce intorno ad esse correnti elettriche, non soltanto nei corpi suscettibili di essere magnetizzati, ma che la stessa azione sia esercitata dalle particelle di tutti i corpi; e che le correnti che ne risultano intorno a queste particelle ne determinino la temperatura che si metterebbe poi in equilibrio, come lo si spiega comunemente, dimodoché la sola differenza che si trova a questo riguardo tra i corpi suscettibili di magnetizzazione e quelli che non lo sono consisterebbe nella proprietà che avrebbero le particelle dei primi di lasciare spostare le correnti elettriche che circolano intorno ad esse, mentre negli altri corpi le correnti eccitate intorno a ciascuna particella non sarebbero suscettibili di cambiare direzione o lo potrebbero soltanto per opera di una forza superiore a quelle che sono state esercitate fino ad ora su queste correnti.

Se questo modo di concepire le cose fosse fondato, si potrebbe sperare di dare qualche grado di magnetismo a corpi che finora non ne sono sembrati suscettibili, impiegando mezzi più energici per dirigervi le correnti elettriche; si avrebbe così una spiegazione molto semplice di alcune osservazioni, nelle quali si è creduto di riconoscere dei segni di magnetizzazione nella maggior parte dei corpi, e dell'esperienza del sig. Arago sulla magnetizzazione con la pila di Volta di un pezzo di filo di platino, che conservò per qualche istante dopo l'azione del filo conduttore la proprietà di attirare la limatura di ferro.

Il sig. Oersted ha considerato le composizioni e decomposizioni dell'elettricità, che io ho designato sotto il nome di correnti elettriche, come l'unica causa del calore e della luce, ossia delle vibrazioni del fluido diffuso in tutto lo spazio, che si può considerare, nell'ipotesi generalmente adottata di due fluidi elettrici, quasi soltanto come la riunione di questi due fluidi nelle proporzioni in cui essi si saturano mutuamente. Questa opinione del grande fisico, al quale noi dobbiamo le prime esperienze sull'azione che i fili conduttori esercitano sui magneti, si accorda perfettamente con l'insieme dei fenomeni e acquista un nuovo grado di probabilità quando si faccia attenzione ai seguenti fatti:

1) Se l'urto o la pressione di due corpi, di cui almeno uno sia idio-elettrico, produce delle elettricità di specie opposte in quei due corpi e per conseguenza la decomposizione del fluido neutro risultante dalla riunione delle due elettricità, è assai probabile che la stessa decomposizione abbia luogo al momento dell'urto o della pressione dei due corpi conduttori, ma che non la si possa allora constatare dall'osservazione del loro stato elettrico, perché, appena essi sono in stati elettrici differenti, le due elettricità si riuniscono in virtù della conducibilità di questi corpi; questa riunione sarebbe allora la causa del calore che si produce in questo caso scuotendo l'etere circostante, così come la composizione rapida dell'ossigeno e dell'idrogeno scuote l'aria quando una miscela di questi due gas vaganti nell'atmosfera viene a concentrarsi in acqua e produce le vibrazioni dell'aria circostante, alle quali è dovuto il rumore della detonazione.

2) Nella combinazione di due sostanze, l'una elettropositiva e l'altra elettronegativa, vi è in generale una produzione di calore che viene naturalmente spiegata dalla riunione delle due elettricità nel rapporto in cui esse si neutralizzano mutuamente. Per farsi un'idea chiara della maniera in cui si deve fare questa riunione, bisogna osservare che il trasporto delle sostanze elettronegative all'estremità positiva della pila e quello delle sostanze elettropositive all'altra estremità, può significare, conformemente all'opinione

emessa dagli uomini le cui scoperte hanno maggiormente esteso le nostre conoscenze in chimica e in fisica, che le particelle di queste sostanze sono essenzialmente nei due stati elettrici opposti e che le loro proprietà chimiche dipendono, almeno in gran parte, dallo stato elettrico in cui esse si trovano. Poiché nulla può cambiare le proprietà delle sostanze semplici, non si può dubitare che questo stato elettrico non sia loro essenziale, dimodoché una particella di ossigeno, per esempio, non può mai perdere l'elettricità negativa che le è propria, né una particella di idrogeno la sua elettricità positiva. Ma un volume finito di uno di questi due gas o di qualsiasi altro corpo nello stesso caso non può manifestare alcun segno di elettricità, perché quella che è propria ad ogni particella deve, secondo le leggi ordinarie delle azioni elettriche, decomporre il fluido neutro che riempie lo spazio attorno a questa particella, respingere l'elettricità dello stesso nome, attirare l'elettricità di specie opposta e formare così di quest'ultimo una specie di piccola atmosfera tale che la sua azione a distanza, essendo uguale e opposta a quella dell'elettricità propria della particella, non determini alcun effetto osservabile.

Così una bottiglia di Leida caricata all'interno di una specie di elettricità e all'esterno della elettricità opposta, non attira sensibilmente i corpi leggeri a cui la si avvicini e non avrebbe assolutamente alcuna azione su di essi se fosse di un vetro infinitamente sottile e le due elettricità fossero per conseguenza esattamente in equilibrio. Consideriamo dunque una particella di ossigeno negativa e la sua atmosfera positiva come una bottiglia di Leida il cui rivestimento interno sia negativo e l'esterno positivo, mentre una particella di idrogeno può essere paragonata ad una bottiglia di Leida caricata in senso contrario. Tutte le volte che una causa qualunque, quale per esempio l'elevazione di temperatura, metterà in comunicazione l'elettricità positiva libera attorno alle particelle di ossigeno e l'elettricità negativa libera che circonda le particelle di idrogeno, in una mescolanza di questi due gas, queste due elettricità si riuniranno per formare fluido neutro e ne risulterà, secondo quanto

abbiamo detto, il calore e la luce che si sviluppano in questo caso, mentre le particelle dei due gas formeranno dell'acqua; ammettendo, come risulta da altre considerazioni, che due particelle di acqua siano formate da due particelle di idrogeno per una di ossigeno, rimanendo queste particelle sempre nello stato elettrico che è loro essenziale, è evidente che la particella di acqua si comporterà come se non avesse alcuna elettricità, qualora l'elettricità di una particella di idrogeno fosse + 1 e quella di una particella di ossigeno — 2. In questo caso, l'acqua non avrà alcuna azione sul fluido neutro circostante, e non si formerà a spese di questo fluido una atmosfera elettrica intorno alle particelle dell'acqua per stabilire l'equilibrio relativo, poiché esso esiste già fra le due elettricità opposte dei loro elementi; ciò sembra in effetti aver luogo, almeno approssimativamente; ma in altre combinazioni tra due corpi, l'uno elettronegativo e l'altro elettropositivo, in cui il primo, secondo il numero delle particelle che entrano in queste combinazioni, dia una quantità totale di elettricità negativa che non sia uguale alla elettricità positiva dell'altro, la particella del composto che ne risulterebbe si comporterebbe come se avesse essenzialmente una elettricità dello stesso segno di quella delle due elettricità che superi l'altra e uguale alla loro differenza.

Rimanendo questa elettricità nelle particelle del composto, ritenendo intorno ad esse atmosfere elettriche della specie opposta, è evidente che, se le particelle elettronegative dominassero nella combinazione, una parte delle loro atmosfere positive formerebbe l'elettricità della stessa specie delle atmosfere delle particelle del composto elettronegativo e che l'eccesso produrrebbe del fluido neutro con le atmosfere negative delle particelle del corpo elettropositivo; è il caso degli acidi la cui natura elettronegativa è stabilita da molto tempo; nel caso invece in cui le particelle elettropositive fossero preponderanti nella combinazione, l'elettricità negativa delle loro atmosfere resterebbe in parte attorno alle particelle del composto e l'eccesso neutralizzerebbe le atmosfere positive dell'elemento elettronegativo; ciò capita quando il composto è di natura alcalina.

Poiché le particelle degli acidi e degli alcali risultano così circondate di elettricità di natura opposta a quella che è loro propria, ossia le particelle dei primi di atmosfere di elettricità positiva e quelle dei secondi di atmosfere di elettricità negativa, si avrà ancora formazione di fluido neutro quando esse verranno a riunirsi per produrre un sale; quando l'equilibrio risulta stabilito soltanto tra le elettricità proprie delle particelle elementari di cui è composto, si avrà un sale neutro; mentre il sale sarà acido o alcalino, se rimane un eccesso di elettricità negativa o di elettricità positiva nella combinazione, eccesso del resto sempre compensato, per quanto riguarda gli effetti che ne potrebbero risultare ad ogni distanza apprezzabile, da atmosfere di elettricità opposta che si formeranno necessariamente intorno a ciascuna particella del sale.

Questo modo di concepire le cose mi sembra una conseguenza necessaria dell'opinione ammessa da illustri chimici che attribuiscono le proprietà chimiche dei corpi semplici allo stato elettrico delle loro particelle e all'impossibilità che una particella sia in un tale stato, senza respingere, dallo spazio circostante, l'elettricità dello stesso nome e attirare intorno ad essa dell'elettricità opposta; adottando la suddetta opinione non si può fare a meno di ammettere: 1) la riunione di due elettricità tutte le volte che due corpi si combinano, ciò che mi proponevo di stabilire; 2) la produzione di una quantità del fluido neutro risultante da questa riunione tanto più grande quanto maggiore è la differenza tra lo stato elettrico delle loro particelle.

Ma questa digressione mi ha portato troppo lontano dal problema di cui ci stavamo occupando, quello cioè della disposizione delle correnti elettriche nei magneti, non intorno ai loro assi ma intorno a ciascuna delle loro particelle. Dapprima avevo creduto di aver trovato in favore di quest'ultimo modo di concepire le cose una prova che mi sembrava ancora più decisiva di tutte quelle di cui abbiamo parlato fino ad ora, in una esperienza che ho fatto nel mese di dicembre 1821, e che ho comunicato all'Académie des Sciences nella seduta del 7 gennaio scorso. Il sig. Faraday

aveva detto, nella sua Memoria in data 11 settembre 1821, che non era riuscito a fare ruotare attorno ai loro assi né un magnete per l'azione di un filo conduttore, né un filo conduttore per quella di un magnete. Ho voluto verificare ciò che questo grande fisico dice a questo proposito ed ho osservato effetti differenti da quelli che egli enuncia. Ho posto per questo scopo in una provetta piena di mercurio e in posizione verticale un magnete cilindrico, alle due estremità del quale si trovano due cavità con fondo filettato a mo' di dado, allo scopo di avvitare a una di esse un contrappeso di platino tale che faccia immergere il magnete nel mercurio e lo mantenga nella posizione in cui lo avevo messo: la cavità dell'altra estremità, che si eleva al di sopra del mercurio di un sesto della lunghezza del magnete, contiene un po' di mercurio nel quale pesca l'estremità inferiore di un filo di rame verticale comunicante con uno dei poli della pila: questa era dall'altro lato in comunicazione con il mercurio della provetta, in una prima esperienza per mezzo di quattro fili di rame paralleli al primo nella parte della loro lunghezza situata al di sopra di questa provetta, e poi da un solo filo che attraversava il fondo della provetta. Il magnete ha ruotato sul suo asse rapidissimamente nel primo caso, meno rapidamente nel secondo, ma tuttavia ancora abbastanza velocemente per mettere perfettamente in evidenza l'azione che esercitava su di esso la corrente elettrica prodotta dalla pila; questo movimento cessava nel momento in cui la comunicazione veniva interrotta [a]. Ho anche fatto ruotare un conduttore percorso da corrente elettrica disposto precisamente come il magnete dell'esperienza precedente e portante nella sua parte superiore una piccola coppa piena di mercurio per le comunicazioni; questo conduttore ruotava, ma debolmente, per l'azione di una sbarretta magnetizzata; questa azione, nell'esperienza che ho

a. Avendo comunicato la mia esperienza al sig. Faraday, egli mi ha scritto che il giorno dopo aver ricevuto la lettera nella quale io gliene davo notizia, aveva ripetuto questa esperienza ottenendo lo stesso movimento che avevo ottenuto io.

fatto, era infatti troppo debole per vincere inizialmente l'attrito del conduttore e del mercurio ove i due terzi almeno della sua lunghezza erano immersi; bisognava diminuire questo attrito con piccole scosse dando piccoli colpi sulla tavola ove riposava la provetta; si osservava allora l'effetto desiderato, senza che vi potesse essere alcun dubbio sulla sua causa. Avendo constatato questi fatti e attribuendo allora unicamente la rotazione del magnete all'azione del filo conduttore e quella del filo conduttore all'azione del magnete, mi era sembrato che tali fatti fossero decisivi per la soluzione della questione sulla disposizione delle correnti elettriche che io ammetto esistere nei magneti e mostrassero che queste si manifestano necessariamente intorno a ciascuna particella e non possono essere supposte concentriche all'asse; ecco come io ragionavo allora a questo riguardo; nell'esperienza in cui il magnete ruota per l'azione di una porzione di filo conduttore, situato al di sopra di esso nel prolungamento del suo asse, è evidente che, se si cerca, con la formula che io ho dato a questo scopo, il valore dell'azione mutua di due porzioni infinitamente piccole di correnti elettriche, si troverà che questa azione è sempre nulla quando si prevede una di queste due piccole porzioni sul prolungamento dell'asse verticale del magnete e l'altra su una circonferenza orizzontale concentrica a questo asse; infatti uno dei fattori del valore generale dell'azione è il coseno dell'angolo formato da due piani passanti entrambi per la retta che congiunge i punti di mezzo delle due piccole porzioni, e passanti inoltre, l'uno per la linea che rappresenta la direzione di una delle correnti e l'altro per la linea che rappresenta quella dell'altra corrente; ora, uno di questi piani è quello che congiunge l'asse del magnete a un punto della circonferenza, e l'altro è un piano condotto tangenzialmente a questo stesso punto della circonferenza per il punto di mezzo della piccola porzione di corrente elettrica situata sul prolungamento dell'asse del magnete; questi due piani sono evidentemente perpendicolari l'uno all'altro ed essendo retto l'angolo, da essi formato, il coseno di questo angolo è nullo, il che rende nulla l'azione mutua delle due piccole porzioni di correnti elettriche.

Supponendo che tutte le correnti elettriche di un magnete cilindrico fossero concentriche al suo asse, non si avrebbe dunque alcuna azione fra esse e il conduttore diretto secondo il prolungamento dell'asse del magnete, il che mi sembrava contrario alla esperienza che avevo fatto. Ecco perché io avevo concluso che tale supposizione dovesse necessariamente essere respinta; al contrario, quando si ammettono le correnti del magnete verticale sempre in piani orizzontali, ma intorno a particelle di questo magnete, e il suo asse incontra i piani delle piccole circonferenze, descritte da queste correnti, al di fuori di queste piccole circonferenze, se l'azione esercitata da un conduttore situato nel prolungamento dell'asse del magnete verticale è ancora nulla, per la stessa ragione del caso precedente, su due dei loro punti che si trovino alle due estremità di un diametro condotto per il loro centro perpendicolarmente all'asse del magnete, essa, secondo la stessa formula, non è invece nulla sulle due semicirconferenze poste a destra e a sinistra di questo diametro. Si vede facilmente che vi è attrazione su tutti i punti dell'una e repulsione su tutti i punti dell'altra e che, tenendo conto soltanto delle componenti orizzontali di queste attrazioni e repulsioni, poiché le loro componenti verticali non possono spostare il magnete sollevandolo o inclinandolo a causa della stabilità del suo equilibrio di galleggiamento in posizione verticale, tutte queste componenti orizzontali si riuniscono per fare ruotare il magnete intorno al conduttore, nel senso in cui in realtà l'esperienza mostra che esso ruota.

Ma questa prova non deve più essere interpretata nello stesso modo, dopo che alcune nuove esperienze e le riflessioni da queste suggeritemi mi hanno insegnato che il movimento di rotazione del magnete sul suo asse, che io ho ottenuto per primo, e quello della rivoluzione dello stesso magnete intorno ad un filo conduttore verticale, scoperto dal sig. Faraday, sono dovuti assai meno all'azione di questo filo che a quella delle correnti elettriche che si stabiliscono nel mercurio e la cui scomposizione è la causa della rotazione del mercurio nell'esperienza di Sir H. Davy. Non ho

tempo di darvi a questo proposito tutti gli schiarimenti che sono perciò costretto a riservare per una Memoria particolare di cui mi occupo attualmente: non può rimanere del resto alcun dubbio sugli effetti prodotti dalle correnti elettriche del mercurio, poiché ho ottenuto il movimento rettilineo del magnete galleggiante per la sola azione di queste correnti [3].

Ho trovato, nei fatti particolari relativi al genere di azione di cui ci occupiamo, molte altre prove della disposizione delle correnti elettriche intorno a tutte le particelle dei magneti; diverse circostanze si spiegano meglio quando si considerino le cose in questo modo e si ammetta che le correnti esistono nei metalli suscettibili di magnetismo prima della magnetizzazione, e forse in tutti gli altri corpi, ma che esse non possono esercitare azione, se non ricevono una direzione determinata sia da un altro magnete, sia da una corrente voltaica. Da ciò si arguisce immediatamente: 1) che la magnetizzazione non potrebbe cambiare la temperatura del corpo che la subisce, poiché, secondo questa concezione del modo in cui una sbarretta di acciaio riceve le proprietà magnetiche, non si hanno dopo la magnetizzazione più decomposizioni e ricomposizioni di elettricità di quante se ne avessero prima; 2) che la causa che magnetizza un corpo non le comunica la proprietà di esercitare l'azione elettromotrice, il che era sembrato a parecchi fisici difficile da ammettere tanto da costituire una seria obiezione contro la mia teoria, ma che questa causa si limita a dirigere correnti elettriche preesistenti, proprio come noi vediamo nelle mie esperienze che essa dirige una porzione mobile del circuito voltaico; 3) che si può magnetizzare un ago a una distanza molto grande e attraverso corpi non conduttori facendo agire su di esso il filo che comunica con le due estremità della pila, poiché l'esperienza mostra che questo filo agisce nonostante gli ostacoli nel dirigere un conduttore mobile; 4) che si spiega come un filo di acciaio, posto da Sir

[3] Vedi la descrizione di questo esperimento nella parte II di questa stessa sezione, p. 252.

H. Davy parallelamente a un conduttore voltaico vicino, abbia acquistato una magnetizzazione trasversale, come se fosse composto di piccoli magneti perpendicolari alla sua direzione, magnetizzazione che è cessata non appena le comunicazioni di questo conduttore con l'estremità della pila sono state interrotte, mentre un filo di acciaio la cui direzione formi un angolo retto con quella dello stesso conduttore, si magnetizza longitudinalmente, come l'ago di una bussola e conserva indefinitamente la sua magnetizzazione dopo l'interruzione della corrente prodotta dalla pila. È facile vedere in effetti che, secondo le leggi dell'azione mutua di due correnti elettriche, quali io le ho stabilite, le correnti circolari ruotanti nello stesso senso tendono a respingersi e a cambiare mutuamente le loro direzioni quando esse sono in un medesimo piano e che il contrario avviene quando esse sono in piani paralleli e i loro centri si trovano su una retta perpendicolare a questi piani; quest'ultima posizione è quella di una corrente circolare in un piano perpendicolare a quello della fig. 5 [4], p. 273, e proiettato in *a'd'* sul piano di questa figura, relativamente a un'altra corrente simile e ruotante nello stesso senso, proiettata in *ad* sullo stesso piano; questa posizione è quella in cui queste due correnti hanno, a pari distanza, una forza attrattiva più considerevole; se senza cambiare le loro distanze si trasporta la corrente in a''', d''', si avrà la posizione di massima repulsione; vi è dunque, supponendo sempre che i piani di queste due correnti siano paralleli, una posizione intermedia in $a''d''$, per esempio, in cui la loro azione attrattiva o repulsiva diventa nulla; donde è facile concludere che nel caso in cui, come ha fatto l'illustre fisico testé citato, si magnetizza trasversalmente un filo di acciaio ponendolo vicino a un conduttore voltaico in direzione ad esso parallela si deve veder cessare, dal momento in cui la corrente viene interrotta, le proprietà magnetiche che quel filo aveva acquistato in direzione perpendicolare alla sua lunghezza, e in virtù delle quali esso si comporte-

[4] Questa figura, che qui non riportiamo, è uguale alla fig. 5 della parte II.

rebbe come se fosse composto di piccoli magneti perpendicolari a questa lunghezza; mentre, posto trasversalmente al filo conduttore e magnetizzato dall'azione di questo filo, esso conserva indefinitamente i due poli prodotti verso le sue estremità. Effettivamente nei due casi l'azione del filo conduttore deve dare a tutte le correnti, che io suppongo intorno alle particelle dell'acciaio, una direzione tale che, passando i loro piani press'a poco per il filo conduttore, essa sia uguale a quella della corrente del filo, nella parte di ciascuna delle correnti del magnete che si trova dal lato di questo filo; perciò, nel caso della magnetizzazione trasversale, una qualunque di queste correnti si trova evidentemente in una delle posizioni nelle quali si ha attrazione, quali quelle in cui sono poste, nella fig. 5 [5], p. 273, le correnti proiettate in *ad* e in *a'd'* soltanto rispetto alle correnti che sono a lato di essa nello spessore del magnete su una piccola porzione della sua lunghezza, mentre questa corrente è respinta da tutte quelle del resto del magnete. Non deve quindi stupire che la disposizione prodotta dall'azione del conduttore cessi con questa azione, poiché quasi tutte le correnti tendono a dissestarsi mutuamente. Nel caso invece in cui la direzione del filo di acciaio formi un angolo retto con quella del conduttore, la corrente di una particella è respinta soltanto da quelle particelle che si trovano a lato e vicino ad essa; quelle di tutto il resto del magnete sono a tale riguardo nella posizione in cui vi è attrazione; perciò la disposizione stabilita dall'azione del conduttore può conservarsi, come in realtà succede, più facilmente quando questa azione cessa. Tuttavia bisogna sempre supporre che le correnti trovino qualche difficoltà a cambiare la loro direzione intorno alle particelle; altrimenti esse riprenderebbero subito, per la loro azione mutua, direzioni tali che non si avrebbe più alcuna corrente respinta da quelle vicine e le correnti sarebbero per conseguenza dirette in differenti sensi e senza azione esterna. Questa condizione può essere soddisfatta in una infinità di

[5] Questa figura, che qui non riportiamo, è uguale alla fig. 5 della parte II.

modi: per indicarne uno facilmente concepibile si può prendere il caso di otto correnti nei piani delle facce di un ottaedro regolare, diretto in modo che le correnti di due facce vicine abbiano la stessa direzione dal lato dello spigolo in cui si congiungono queste due facce. Quest'ultima considerazione spiega perché le particelle di ferro dolce, le cui correnti cambiano direzione con la massima facilità, non conservano affatto la magnetizzazione che hanno ricevuto, quando la causa che l'ha prodotta venga a cessare.

Si vede anche da quanto precede quale sia la causa della difficoltà che si incontra a magnetizzare, sia pure per poco tempo, una placca di acciaio in modo che i suoi poli siano situati nel mezzo delle due grandi facce di questa placca, come il grande fisico di cui ho citato l'eccellente Memoria ha riconosciuto cercando di magnetizzare placche di acciaio per fare loro imitare l'azione di un filo conduttore piegato a spirale.

I nuovi fatti emersi da questa prima Memoria del sig. Faraday e quello della repulsione provocata in un filo conduttore finissimo e verticale dal mercurio nel quale è immerso con la sua estremità inferiore, fatto che egli ha reso pubblico in una seconda Memoria, costituiscono nuove prove della mia teoria, dalla quale del resto avrebbero potuto essere dedotti anche prima di essere accertati dall'esperienza, poiché risultano immediatamente dalla legge che ho ricavato dalle mie prime esperienze e sulla quale ho fondato quasi tutto ciò che ho fatto in séguito; ossia che le piccole porzioni di due correnti elettriche che percorrono i due lati di un angolo si attirano quando le correnti sono nello stesso senso, cioè quando vanno entrambe avvicinandosi o entrambe allontanandosi dal vertice di questo angolo, mentre si respingono quando percorrono questi due lati in sensi contrari, portandosi l'una verso il vertice dell'angolo e l'altra allontanandosene; queste azioni raggiungono il loro massimo, a pari distanze tra le piccole porzioni delle due correnti, quando il vertice dell'angolo si allontana all'infinito cosicché esse diventano parallele.

L'ultima esperienza che il sig. De La Rive ha pubblicato nel numero di dicembre della « Bibliothèque universelle », tomo XVIII, pp. 276 e 277 nella parte delle Scienze e Arti, e che questo valente fisico considera in disaccordo con la mia teoria, in tutte le circostanze che essa presenta, me ne è sembrata invece una conseguenza del tutto naturale, quando si faccia attenzione alle azioni che esercitano sul filo piegato ad anello non soltanto le correnti del magnete nella parte in cui l'anello [6] lo tocca, ma l'insieme di tutte le correnti di questo magnete. Si vede allora perché i due rami dell'anello si applichino entrambi contro il magnete, sebbene la corrente elettrica li percorra in senso contrario, purché uno lo tocchi fra i suoi poli e l'altro nell'intervallo compreso fra uno dei poli e l'estremità vicina a questo polo, solo caso in cui i due rami sono entrambi attirati dal magnete. Più di un anno fa, in una Memoria letta all'Académie des Sciences l'11 dicembre 1820, avevo mostrato come questo fatto fosse una conseguenza dell'azione di tutte le correnti elettriche del magnete. Io l'avevo già osservato a quell'epoca ma senza annettervi importanza, poiché esso si rifà a quanto disse il sig. Oersted nel suo primo scritto sull'azione mutua dei magneti e dei conduttori voltaici, descrivendo questa azione nel caso in cui un conduttore verticale agisce su un magnete orizzontale. La mia Memoria non è stata stampata; ma il sig. Gilet de Laumont [7] ne ha reso conto nel « Journal des Mines » e, riportandovi i diversi fatti sui quali io mi basavo per sostenere che la mia teoria era preferibile alla spiegazione che ordinariamente si dà ai fenomeni magnetici, egli annovera, in conformità a quanto io avevo detto nella mia Memoria, il cambiamento dell'attrazione in repulsione fra un magnete e un filo congiuntivo le cui direzioni formino un angolo retto, che si verifica quando il filo

[6] La descrizione di questo fenomeno è riportata nel primo capoverso dell'Estratto della lettera di Ampère al prof. De La Rive, del 12 giugno 1822, da noi riportata all'articolo terzo.

[7] François-Pierre Gillet de Laumont (1747-1834), insigne mineralogista francese. Militò prima nell'esercito; poi fu nominato, nel 1784, ispettore delle miniere. Fu uno dei creatori dell'Ecole des mines.

congiuntivo, muovendosi parallelamente a sé medesimo, passa da una posizione compresa nell'intervallo dei due poli del magnete a una posizione al di fuori di quell'intervallo [a]. Mi sembra che non si possa esprimere più chiaramente il fatto in questione.

È anche facilissimo vedere che, quando si considerino le azioni esercitate dalle correnti di tutta la massa di un magnete su un conduttore perpendicolare al suo asse, la risultante di tutte queste azioni decomposta parallelamente all'asse dà una forza che è sempre diretta nello stesso senso e va crescendo man mano che il conduttore si allontana dal centro del magnete per portarsi verso uno dei suoi poli, poiché il numero delle particelle che agiscono nello stesso senso va aumentando. Nell'esperienza del sig. De la Rive a seconda della direzione della corrente del conduttore rispetto alle correnti del magnete, il ramo dell'anello più vicino al centro del magnete vi è attratto, mentre quello che ne è più distante tende ad allontanarsene sempre più; questa repulsione è, per conseguenza, maggiore dell'attrazione e l'anello deve scorrere lungo il magnete allontanandosi dalla sua parte centrale, così come avviene quando si fa l'esperienza, fino al momento in cui uno dei rami dell'anello oltrepassa l'estremità del magnete, il quale viene a trovarsi infilato nell'anello: questo ritorna allora al centro dell'intervallo dei due poli, poiché la sua corrente elettrica, avendo a questo punto la stessa direzione delle correnti del magnete, è attirata da tutti i lati da queste. Non mi diffonderò più a lungo su questo argomento di cui mi propongo di parlare altrove con maggiori particolari. Ho incominciato questa lettera da più di un mese, ma le mie occupazioni mi hanno impedito finora di terminarla; vi prego di accettare le mie scuse per essere stato così a lungo senza scrivervi. Il mio progetto era di rispondere alle diverse obiezioni che sono state fatte contro la mia teoria; avete letto ora una parte di queste risposte; mi rimarrebbero soltanto più da chiarire alcune difficoltà sulle quali non ri-

a. Vedi gli *Annales des Mines*, tomo V, pp. 552 e 553.

tengo necessario soffermarmi perché di facilissima soluzione, nonché l'obiezione, assai più importante, che mi ha posto il sig. Oersted nell'eccellente Memoria inserita nel quaderno di settembre del « Journal de Physique ». Ho già in qualche modo risposto a quest'ultima, così come alle altre difficoltà che altri fisici avevano sollevato in relazione alle circostanze che accompagnano la magnetizzazione dell'acciaio con i diversi procedimenti noti, quando ho affrontato le stesse questioni nelle aggiunte da me fatte a un compendio di tutto ciò che era comparso sull'elettromagnetismo prima dell'aprile scorso; questo compendio [a] è del sig. Babinet [9], professore di Fisica al collegio reale di Saint-Louis, e nelle mie aggiunte si trovano sia la risposta all'obiezione del sig. Oersted sia alcuni particolari sulla magnetizzazione che mi sembrano atti a togliere ogni dubbio che ancora rimanesse sulla causa alla quale io attribuisco le proprietà dei magneti. Riporto qui queste due aggiunte sotto forma di poscritto [10].

Ho l'onore di essere, ecc.

Riapro oggi 27 marzo 1822 la lettera cominciata il 12 gennaio scorso, per comunicarvi un'esperienza che ho ap-

a. Questo compendio è stato inserito nel volume V dell'ultima edizione data dal sig. Riffault [8] della traduzione della Chimica di Thomson; esso è stato pubblicato separatamente presso Méquignon-Marvis, rue de l'Ecole de Médicine, n. 3, Parigi.

[8] Si tratta certamente del Riffaut, curatore del *Supplément à la traduction de la cinquième édition du système de chimie de Thomson*, nel quale era inserito un articolo dal titolo *Exposé de nouvelles découvertes sur le Magnétisme et l'Electricité*, ad opera del Babinet (salvo due passi di Ampère), articolo che, a detta del Joubert, fu in seguito criticato dallo stesso Ampère per le molte inesattezze che conteneva.

[9] Jacques Babinet (1794-1872), matematico e astronomo francese, supplente di Savary al Collège de France, membro dell'Académie e del Bureau des Longitudes. Gli si devono parecchie invenzioni, tra le quali un polariscopio, un igrometro e il goniometro a collimatore per la misura degli indici di rifrazione.

[10] Segue un lungo poscritto nel quale si trattano gli stessi argomenti della lettera a De La Rive del 12 giugno 1822, lettera che riproduciamo integralmente nell'articolo seguente.

pena fatto: per mezzo di un nuovo apparecchio, del quale mi propongo di dare al più presto una descrizione dettagliata, ho reso tanto rapido quanto potevo desiderarlo il movimento di rivoluzione, sempre nello stesso senso, di un conduttore verticale, sia con la sola azione della Terra sia con quella di un conduttore orizzontale piegato a spirale e facente parte dello stesso circuito voltaico, movimento che avevo già ottenuto più di tre mesi fa per entrambi i casi, ma molto lento e difficile da osservare per l'imperfezione dell'apparecchio di cui facevo allora uso.

ARTICOLO TERZO

ESTRATTO DI UNA LETTERA DI AMPÈRE AL PROF. DE LA RIVE [1] SU ESPERIENZE ELETTROMAGNETICHE [a]

Parigi, 12 giugno 1822

Signore,

in occasione della Memoria del sig. Faraday, voi avete aggiunto alle nostre conoscenze sui fenomeni elettrodinamici un fatto nuovo che mi sembra importantissimo per chiarire la teoria di questi fenomeni [b]. Ecco a che cosa voglio alludere: un conduttore voltaico, piegato ad anello, sia appoggiato lateralmente ad un magnete, in modo che uno dei due rami che formano l'anello sia situato fra il centro del magnete e una delle estremità di questo, e l'altro si trovi situato più vicino a tale estremità: il conduttore viene allora ad essere spostato verso l'estremità della sbarretta magnetizzata, raggiunta la quale, ruota, infilandosi nella sbarretta, e ritorna al centro del magnete [2].

. . . . . .

a. Bibliothèque universelle de Sciences et Arts, tomo XX, pp. 185-192; *Recueil d'observations*, p. 252.

b. Vedi *Bibliothèque universelle de Sciences et Arts*, dicembre 1821.

[1] La famiglia De La Rive, originaria di Mondovì, in Piemonte, stabilitasi a Ginevra nei primi anni del sec. XV, diede alla scienza alcuni illustri membri. Quelli che qui ci interessano sono Charles Gaspard (1790-1834), medico e chimico, e suo figlio Auguste (1801-1873), fisico insigne. Dei due De La Rive Ampère fu più tardi ospite e nel loro laboratorio assistè a varie esperienze. Quantunque sia stato in particolare Auguste ad occuparsi dei fenomeni elettromagnetici, la lettera, nella quale non è indicato il nome di battesimo del destinatario, è probabilmente diretta al padre (prof. De La Rive).

[2] Abbiamo già visto la spiegazione del fenomeno data da Ampère all'articolo secondo, p. 210.

In questa lettera mi limiterò ad esporvi un risultato a cui sono giunto molti mesi fa, ma che non ho ancora pubblicato, salvo per l'indicazione che ne ho fatto in una nota unita a *L'Analyse des travaux de l'Académie Royale des Sciences pendant l'année 1821*, pp. 22 e 23 della parte matematica del sig. Delambre, che ha voluto pubblicare questa Nota. Avrete senza dubbio ricevuto questa *Analyse*, che è uscita l'8 aprile scorso. Ecco in che cosa consiste il risultato di cui vi parlo.

Consideriamo anzitutto un magnete cilindrico *DC* (fig. 1) come avente intorno ad ognuna delle sue particelle correnti

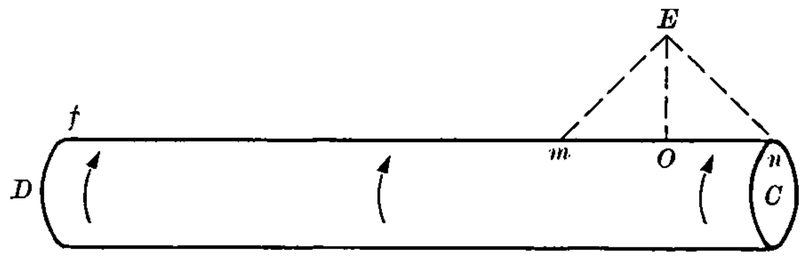


Fig. 1.

elettriche, che secondo la mia teoria verrebbero dirette, dal lato che si vede nella figura, come indicano le frecce, quando l'estremità *D* sia il polo australe e l'estremità *C* il polo boreale.

Supponiamo dapprima, anche se probabilmente le cose non stanno in questo modo, che queste correnti siano tutte della stessa intensità e in piani perpendicolari all'asse del magnete *DC* e supponiamo di avvicinarvi, in una direzione perpendicolare al piano della figura, un filo conduttore la cui proiezione sia in *E*; se la corrente di questo filo conduttore va dallo spazio anteriore al piano della figura a quello posteriore allo stesso piano, essa sarà attirata da tutte le correnti delle particelle del magnete; abbassiamo su questo magnete dal punto *E* la perpendicolare *Eo* e, a partire dall'estremità *n* del magnete, prendiamo $om = on$; scomponiamo, parallelamente all'asse del magnete, le attrazioni esercitate dalle particelle di questo magnete sul filo conduttore proiettato in *E* sul piano della figura; è evidente che

le componenti parallele all'asse *CE*, risultanti delle attrazioni delle particelle situate negli intervalli *om*, *on*, saranno uguali ed opposte, dimodoché esse non tenderanno a produrre in questo filo conduttore alcun movimento parallelo a *CD*; ma rimarranno le componenti delle forze attrattive delle particelle situate nell'intervallo *mf*, che lo faranno muovere verso *f* fino a che esso raggiunga il centro del magnete, punto nel quale dovrà fermarsi dopo aver oscillato da una parte e dall'altra di questo centro. Tutto ciò è stato da voi verificato nell'ingegnosa esperienza sull'anello voltaico galleggiante.

Se la corrente del filo conduttore proiettata in *E* andasse invece dallo spazio posteriore al piano della figura allo spazio anteriore, si avrebbe repulsione fra quel filo e tutte le particelle del magnete; le repulsioni, scomposte parallelamente all'asse delle particelle situate negli intervalli *om*, *on*, si eliderebbero ancora mutuamente e rimarrebbero le repulsioni provenienti dalle particelle dell'intervallo *mf*, che respingerebbero il filo conduttore verso l'estremità del magnete più vicino, come voi avete verificato.

L'azione parallela all'asse del magnete è, in entrambi i casi, tanto più grande quanto più il punto *E* è lontano dal punto di mezzo dell'asse, perché la porzione *mf* che la produce è allora più grande, e quanto più la distanza *mo* alla quale agisce è piccola.

Rappresentiamo ora con *abcd* (fig. 2) la sezione fatta in un magnete con un piano che passa per il suo asse, con *A* l'estremità di questo magnete diretta verso il nord e con *B* quella diretta verso il sud; le correnti di quelle particelle del magnete che si trovano nell'asse dovranno essere in piani perpendicolari a questo asse e le loro direzioni, data la posizione che abbiamo immaginato di dare ai poli del magnete, saranno, nella parte superiore di ciascuna delle sue particelle, quelle che indicano le frecce segnate sull'asse da *A* a *B*. Consideriamo ora le correnti elettriche delle altre particelle formanti delle serie parallele alla serie *AB*; da quanto precede risulta che le porzioni di queste correnti più lontane dall'asse tenderanno, per l'azione di quelle della serie

AB, e successivamente di tutte le serie comprese fra l'asse e la serie che si considera, a portarsi verso il centro del magnete, mentre le porzioni delle stesse correnti che si trovano dal lato dell'asse tenderanno a essere respinte verso l'estremità del magnete più vicina. I piani delle correnti elettriche delle particelle delle serie laterali dovranno dunque, in virtù di questa azione, disporsi in piani tanto più inclinati all'asse del magnete quanto più esse saranno lon-

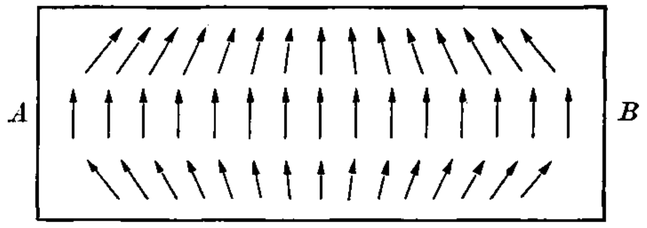


Fig. 2.

tane da questo asse e quanto più si scosteranno dal suo centro; dimodoché queste correnti, nella parte superiore di ogni particella, dovranno prendere in tutta la massa del magnete la direzione segnata dalle frecce della figura.

Secondo i calcoli del sig. Savary, confermati su questo punto dalle esperienze del sig. Faraday sui fili conduttori piegati ad elica, che questo illustre fisico ha indicato nella sua Memoria dell'11 settembre 1821, i punti ai quali egli dà nel magnete il nome dei poli dovrebbero essere situati precisamente alle sue estremità quando si supponga che tutte le correnti elettriche di un magnete siano situate in piani esattamente perpendicolari al suo asse e che abbiano tutte la stessa intensità. Ciò non si verifica per i magneti ordinari, ma soltanto per quelli costruiti con fili di acciaio estremamente fini da un giovane fisico di Parigi [3], già

[3] A. Becquerel, in *Annales de Chimie et de Physique*, tomo XII, p. 113, 1823. A questo proposito il Joubert però osserva: « Contrariamente all'asserzione di Ampère, Becquerel stabilì in quella Memoria, pubblicata un anno più tardi, che la distribuzione del magnetismo in un filo di acciaio di 1/80 di millimetro di diametro segue ancora la legge trovata da Coulomb per i fili di acciaio meno fini ».

Antoine-César Becquerel, fisico francese (1788-1878) fu in particolare studioso di elettrochimica. La sua produzione scientifica è copiosissima e disseminata specialmente nei *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* e negli *Annales de Chimie et de Physique*. Fra l'altro inventò una pila depolarizzante ed eseguì misure sulle correnti termoelettriche.

celebre per le sue belle ricerche sull'elettricità sviluppata dalla pressione; ora è facile vedere che, indipendentemente dal fatto che questo effetto sia prodotto da un'intensità variabile delle correnti, tanto più grande quanto queste correnti sono più vicine al centro del magnete, così come ho supposto dapprincipio, questo stesso effetto è una conseguenza necessaria della inclinazione dei piani delle stesse correnti, nel senso che ho or ora indicato. È altrettanto facile vedere che lo stesso filo conduttore che è attirato

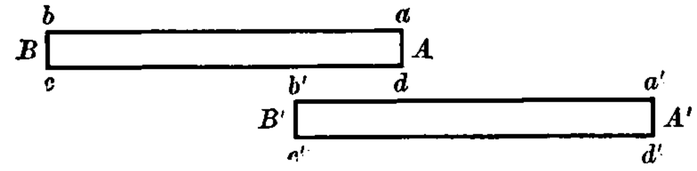


Fig. 3.

nell'intervallo fra questi due poli deve al di là di esso essere respinto; che le due estremità di due magneti che portano nomi contrari devono attirarsi non soltanto quando gli assi dei due magneti sono in linea retta, ma anche quando essi sono nella posizione rappresentata dalla fig. 3. La suddetta inclinazione dei piani delle correnti elettriche dei magneti dà una soluzione più completa di quella della quale mi sono servito nel proscritto della lettera al sig. Van Beck, che avete potuto leggere nell'esemplare del mio *Récueil*, che avete dato al sig. Pictet.

Resta soltanto da vedere perché, nella nuova osservazione che vi deve la fisica, quando i due rami del filo conduttore piegato ad anello non sono applicati contro il magnete, essi scorrano fino a che uno di essi raggiunge la sua estremità; ma è ancora una conseguenza necessaria

del fatto che il ramo più vicino al centro del magnete è attirato verso questo centro e il più lontano ne è respinto con una forza evidentemente più grande della forza attrattiva esercitata sull'altro ramo, essendo queste due forze parallele all'asse del magnete ed essendo la seconda esercitata su un ramo di filo conduttore più lontano dal centro del magnete.

Io sono ecc.

AMPÈRE.

ARTICOLO QUARTO

ESTRATTO DI UNA LETTERA[1] INDIRIZZATA AL SIG. FARADAY[2] DAL SIG. A. M. AMPÈRE

Parigi, 10 luglio 1822

Signore,

sono così mortificato di non aver risposto subito alle varie lettere che mi avete fatto l'onore di scrivermi, che non so come farvi accettare le mie scuse. La corrispondenza che voi avete la bontà di tenere con me mi è invero preziosissima; le vostre scoperte, arricchendo la fisica di fatti nuovi, sono all'origine di quanto ho potuto aggiungere a ciò che avevo scoperto due anni fa sui fenomeni elettrodinamici. Il mio forzato silenzio è dovuto soprattutto al fatto che le quotidiane occupazioni che ho all'Ecole Polytechnique e all'Università non soltanto non mi lasciano quasi neppure un momento da consacrare ad altre attività, ma

[1] Questa lettera fu pubblicata per la prima volta nella *Collection de Mémoires relatifs à la Physique*, 1885, tomo II, p. 293, da una minuta autografa delle carte di Ampère, appartenenti all'Académie che noi riproduciamo da tale volume; la lettera, cominciata a Parigi il 10 luglio 1822, venne ultimata a Clermont il 25 luglio.

[2] Michael Faraday, fisico inglese (1791-1867), uno dei più illustri del secolo. La sua scoperta più importante è probabilmente quella, già accennata, dell'induzione elettromagnetica (1831). Ma Faraday si occupò di molti altri problemi di elettrologia: sono noti fra l'altro la *gabbia di Faraday*, gli effetti magneto-ottici, lo spazio oscuro di Faraday nelle scariche di gas rarefatto, nonché le leggi fondamentali della elettrolisi che portano il suo nome. Faraday è da considerarsi, con Ampère, uno dei fondatori dell'elettrotecnica. La corrispondenza con Ampère riguarda in particolare quanto ha fatto oggetto della Memoria di Faraday intitolata *Memoria sui moti elettromagnetici e sulla teoria del magnetismo*, pubblicata nel « Quarterly Journal of Science », Londra, 1822, tomo XII, p. 76 e nell'*Experimental Researches*, tomo II, p. 127, poi tradotta in francese da A. Riffault e pubblicata con note di Ampère e di Savary negli *Annales de Chimie et de Physique*, 1827, tomo XVIII, p. 337 e nel *Recueil d'Observations électrodynamiques*, p. 135 e infine riportata, riveduta e corretta dal Joubert, nel citato tomo II di *Collection de Mémoires...*, p. 158.

anche mi riducono in uno stato di debolezza che mi rende incapace di scrivere. Mi ero proposto di scrivervi una lunga lettera nella quale avrei esposto tutte le prove, che mi sembravano aumentare di giorno in giorno, in favore del modo in cui ho ricondotto i fenomeni del magnete a quelli che ho scoperto e comunicato a l'Institut nelle sedute del 18 e 25 settembre 1820, circa la mutua azione di due conduttori voltaici, e nella seduta del 30 ottobre 1820, relativamente a quella che la Terra esercita su un conduttore mobile. Purtroppo non ho mai avuto il tempo necessario per redigere questa lettera e mi sento tanto più in colpa verso di voi, a questo riguardo, in quanto voi mi avete sempre risposto subito dopo aver ricevuto le mie lettere, il che mi rende infinitamente obbligato verso di voi e aumenta ancor più il mio vivo rincrescimento per non avervi dimostrato da parte mia la stessa puntualità [3].

. . . . . .

Riguardo ai fenomeni dei quali ci stiamo occupando, mi sembra che la questione consista unicamente nel sapere se ho avuto ragione io nel supporre che le correnti si muovano longitudinalmente nei fili conduttori e trasversalmente nei magneti, oppure se bisogna ammettere, con il sig. Wollaston [4], che esse sono invece longitudinali nei magneti e trasversali nei fili conduttori. Quand'anche le due supposizioni spiegassero ugualmente bene i fenomeni, la mia sarebbe preferibile in quanto si accorda con la teoria di Volta sullo strumento che porta il suo nome, teoria che mostra come le due elettricità debbano portarsi in sensi opposti lungo il conduttore, da un'estremità della pila all'altra, mentre secondo quanto sappiamo sulla natura della pila nulla indica come i fluidi elettrici potrebbero ruotare intorno al conduttore, né perché essi ruoterebbero intorno a questo conduttore in un senso piuttosto che nel senso contrario.

[3] Nel testo a nostre mani è stata omessa una pagina riguardante l'invio di alcune sue Memorie.

[4] William Hyde Wollaston, medico inglese (1766-1848); abbandonò la medicina per gli studi fisici e chimici: scoprì il palladio e il rodio e inventò un procedimento per rendere malleabile il platino; si occupò di elettrologia e di ottica e in quest'ultimo campo costruì il prisma a riflessione che porta il suo nome. Wollaston sosteneva l'ipotesi (magnetismo vorticoso) secondo la quale la corrente elettrica ruota intorno all'asse del filo congiuntivo e le attrazioni fra conduttore e ago magnetico dipendono da polarità nord e sud che queste correnti genererebbero rispettivamente da una parte e dall'altra dell'asse del conduttore. Questa ipotesi era allora accettata da Faraday.

Questa obiezione non ha ragion d'essere nel mio modo di spiegare i fenomeni, poiché io ammetto anzitutto che le correnti preesistenti intorno ad ogni particella del ferro o dell'acciaio vi siano dirette in ogni genere di sensi prima della magnetizzazione, donde segue che la loro azione totale su un punto posto all'esterno è necessariamente nulla. Io ritengo probabile che simili correnti possano attribuirsi alle particelle di tutti i corpi, pur ammettendo che esse rimangono irriducibilmente nella posizione in cui non possono agire al di fuori, quando questi corpi non sono suscettibili di magnetizzazione; al contrario, nel ferro, nel nichel e nel cobalto questa posizione può essere mutata; il cambiamento avviene per l'azione sia di un filo conduttore, sia della Terra, sia di un magnete che orientino queste correnti particellari, proprio come avviene nelle mie esperienze per un conduttore piegato in modo da formare un circuito quasi chiuso; tale azione tende dunque a dirigere tutte le suddette correnti nello stesso senso e queste sono allora in grado di agire al di fuori del corpo magnetizzato; io dimostro, sia con il ragionamento sia con le esperienze fatte con delle eliche, che esse devono, secondo le leggi dell'azione mutua di due correnti elettriche, agire proprio come in effetti fanno i magneti.

Delle due differenze che voi avete notato fra il modo di agire de magneti e quello delle eliche [5], la prima, che si

[5] Le differenze che Faraday notò fra il comportamento di un magnete e quello di un'elica sono le seguenti: 1) il polo di un magnete attira il polo opposto di un ago magnetico in tutte le direzioni, mentre un polo di nome contrario alla faccia dell'elica che si avvicini al centro dell'elica viene respinto un po' prima di raggiungere tale centro, in una posizione cioè in cui il polo sarebbe ancora attratto dal magnete; 2) i poli dell'elica sono situati esattamente alle estremità, ciò che non si verifica per i magneti.

riferisce all'azione di un'elica su un magnete posto nel suo interno, non può costituire un'obiezione a quanto ho testé detto, poiché le correnti di un magnete, esistendo intorno a ciascuna delle sue particelle, non possono mai agire se non su punti situati fuori dai circuiti voltaici che esse formano; l'altra differenza, relativa alla posizione dei punti noti sotto il nome di *poli*, che io avevo in un primo tempo spiegato con una maggiore intensità della elettrizzazione dinamica al centro del magnete, è chiarita più naturalmente e compiutamente da quanto espongo in un lavoro, che non ho ancora pubblicato, ma che è in parte riportato nella *Analyse des travaux de l'Académie royale des Sciences* dell'anno 1821, parte matematica, p. 22. Questa *Analyse* è stata pubblicata nell'aprile scorso. Quanto ai risultati di questo lavoro, mi occorrerebbe più tempo di quanto non ne abbia per esporli particolareggiatamente: essi sono fondati sul fatto che l'azione mutua delle correnti di uno stesso magnete, secondo le leggi di questa azione, deve necessariamente inclinare sul suo asse quelle che si trovano intorno alle particelle situate fuori di questo asse e ciò tanto maggiormente quanto più sono lontane da questo asse e dal centro del magnete, dando loro la posizione rappresentata nella fig. 25 della tav. VI del *Recueil* delle mie Memorie [6].

L'inclinazione delle correnti delle particelle dei magneti non mi serve soltanto per rendermi ragione della differenza che voi avete notato fra la posizione dei poli di un magnete e quelli di un'elica, ma anche a spiegare parecchi fenomeni che presentano i magneti: fra gli altri la disposizione che prende la limatura di ferro sia intorno sia sopra la superficie di un magnete e, in particolare, sugli spigoli delle sue basi, disposizione che non è mai stata spiegata nella teoria ordinaria del magnete, fondata sulla supposizione di due fluidi magnetici; io credo di aver per primo fatto rientrare tale disposizione nelle leggi degli altri fenomeni magnetici, rendendone ragione con l'inclinazione delle particelle dei magneti,

[6] Vedi la fig. 3 dell'articolo precedente.

relativamente agli assi di questi magneti; è vero che un professore di fisica pieno di meriti [7], che sta preparando in questo momento un lavoro sui fenomeni elettrodinamici, ha osservato che questa disposizione poteva anche essere spiegata nella teoria dei due fluidi magnetici, immaginando che, contenendo ogni particella un eccesso di fluido australe a una delle sue estremità e un eccesso di fluido boreale all'altra, l'asse magnetico di questa particella non sia, come si suppone comunemente, parallelo all'asse del magnete, ma inclinato in modo da trovarsi perpendicolare al piano nel quale io mostro che la corrente elettrica della stessa particella deve trovarsi diretta; ciò per la combinazione della causa esterna che ha magnetizzato la sbarretta con l'azione esercitata su questa corrente dalle correnti di tutte le altre particelle della stessa sbarretta, dall'istante in cui ha ricevuto la magnetizzazione. Secondo l'osservazione di questo ottimo fisico non posso più addurre la suddetta disposizione della limatura di ferro intorno ad un magnete e sulla sua superficie come una prova assolutamente irrefutabile della maggior probabilità della mia teoria; è tuttavia un valido argomento in suo favore che, dopo che essa mi ha fornito la prima spiegazione soddisfacente delle circostanze così notevoli che la suddetta disposizione della limatura presenta, si sia in qualche modo cercato di tradurre la mia spiegazione nel linguaggio dell'antica teoria per potersi rendere ragione delle circostanze stesse.

Ecco alcune ragioni che potrei far valere nella supposizione che l'ipotesi, che si è voluta opporre al mio modo di concepire i fenomeni elettrodinamici, potesse sembrare altrettanto soddisfacente quanto la teoria che io ho dato; non mi sarebbe difficile trovarne molte altre di questo genere, ma preferisco limitarmi a quanto mi sembra presentare prove dirette e precise della mia teoria.

1) Come ho già detto nella Notizia letta alla seduta pubblica dell'Académie des Sciences l'8 aprile scorso, una di

[7] Demonferrand, professore di fisica al Collegio Reale di Versailles, scrisse il *Manuel d'Electricité dynamique*, Parigi, 1823.

queste prove risulta dalla completa differenza che si riscontra riguardo al movimento continuo, sempre nello stesso senso, fra i conduttori mobili che formano circuiti quasi chiusi e quelli che non ne formano. La Memoria, che ho letto alla seduta del 10 giugno e che sarà pubblicata prestissimo negli *Annales de Chimie et de Physique*, ha soprattutto per oggetto questo importante punto della fisica elettrodinamica. Anzitutto vi ho stabilito, secondo esperienze precisissime, il fatto nuovo che un conduttore mobile, che possa soltanto ruotare intorno ad un asse verticale passante per il centro di un conduttore fisso circolare ed orizzontale, non presenta per l'azione di quest'ultimo conduttore alcuna tendenza a ruotare sempre nello stesso senso intorno all'asse verticale, quando esso ha le due estremità su questo asse; dimodoché, onde avere per l'azione mutua di due conduttori, l'uno fisso e l'altro mobile, il moto sempre nello stesso senso, occorre che il primo formi un circuito quasi chiuso e che il secondo, al contrario, non faccia neppure la metà del cerchio da un punto fino ad un altro dell'asse e, a maggior ragione, che esso non formi un circuito chiuso.

Poiché, secondo la mia teoria, un magnete agisce come un sistema di circuiti voltaici chiusi, si può sostituire il conduttore fisso con un magnete e si avrà il movimento sempre nello stesso senso, così come voi lo avete ottenuto; ma il conduttore mobile non può mai essere sostituito da un magnete, dimodoché il movimento continuo sempre nello stesso senso non può essere prodotto dall'azione di un magnete su un altro magnete [8].

In séguito a questi fatti, ho determinato il valore numerico del coefficiente del secondo termine della formula che ho dato nel 1820 [9] per esprimere l'azione mutua di due

[8] Per quanto riguarda le rotazioni elettrodinamiche ed elettromagnetiche, vedi la parte II ed in particolare la nostra nota 74 al § 18.

[9] La formula data da Ampère nella Memoria del 4 dicembre 1820 è la seguente: $II' \frac{ds\,ds'}{r^n}$ (sen φ sen φ' cos $\omega + k$ cos φ cos φ'); essa dà l'azione esercitantesi tra due elementi infinitesimi ds, ds', di due correnti I e I' fra loro a distanza r, formanti gli angoli φ e φ' con la retta che congiunge i loro punti di mezzo e giacenti in piani che formano tra loro un angolo ω. Nella stessa Memoria aveva supposto $n = 2$ ritrovando la formula sperimentale di Biot e Savart. Si dedicò allora alla determinazione di k in séguito alla quale ebbe poi la conferma del valore di n. La trattazione completa è contenuta nella *Théorie* (vedi parte II di questa stessa Sezione).

porzioni infinitamente piccole di correnti elettriche; questa formula resta così completamente determinata; ne ho già fatto molte applicazioni e lavoro tutti i giorni per farne altre; spero di giungere a dedurre i valori delle forze, non soltanto quando si tratti di calcolare i fenomeni che esse producono quando un conduttore voltaico agisce su un altro, in tutte le circostanze che presentano le diverse forme e le diverse posizioni che si possono dare a questi conduttori, ma anche quelli delle forze che si esercitano sia fra un filo conduttore ed un magnete, sia fra due magneti. Allora tutte le difficoltà che possono ancora rimanere nella spiegazione dei fenomeni secondo la mia teoria scompariranno completamente; ma già quanto ho finora dedotto da quella formula è sufficiente per basare tale teoria su una prova diretta. Secondo le altre teorie si dovrebbe poter imitare, con sistemi di magneti disposti convenientemente, tutti i fenomeni che presentano i fili conduttori; si potrebbe dunque, facendo agire uno di questi sistemi su un altro, produrre nel secondo il movimento continuo, sempre nello stesso senso, il che è smentito dall'esperienza. Secondo la mia teoria invece il movimento continuo, sempre nello stesso senso, si può avere soltanto quando uno dei circuiti non è chiuso; ora, poiché io ho sempre ammesso che le correnti elettriche delle particelle dei magneti sono completamente chiuse, tale teoria spiega perfettamente la differenza così notevole, mostrata dall'esperienza, fra i magneti e i conduttori voltaici riguardo al movimento continuo, sempre nello stesso senso, che io ho ottenuto facendo agire un conduttore voltaico su un altro conduttore voltaico e che non si può assolutamente produrre facendo agire magneti fra di loro. Non credo che nessuna delle teorie che mi sono state opposte possa rendere ragione in modo

così semplice di questa differenza che è, come vedete, una conseguenza necessaria della mia teoria.

2) Un principio fondamentale ed evidente in fisica è che, essendo l'azione sempre uguale alla reazione, è impossibile che un corpo solido sia mosso in alcun modo da un'azione mutua fra due sue particelle, poiché questa azione produce sulle due particelle due forze uguali che tendono a muovere il corpo in sensi opposti. Donde segue che, quando le particelle di un magnete attraversate da una corrente elettrica che le metta nello stesso stato del filo conduttore agiscono sul polo o su ogni altra parte del magnete, non può risultarne alcun movimento per quel corpo, così come il sistema di un magnete e di un filo conduttore non può muoversi quando essi sono indissolubilmente legati fra loro.

Secondo queste osservazioni, la rotazione di un magnete galleggiante intorno al suo asse deve necessariamente essere spiegata nel modo da me adottato nella Memoria inserita nel quaderno di maggio degli *Annales de Chimie et de Physique* che vi ho mandato ultimamente [10]. Questa Memoria contiene la descrizione di nuove esperienze da me fatte alla fine dell'anno scorso, la spiegazione sia dei fenomeni che ho osservato a quell'epoca, sia di quelli osservati da voi e da altri fisici. Credo che le altre teorie non ne possano fornire spiegazioni così semplici e così dirette, mentre questi diversi fenomeni possono essere tutti enunciati secondo la mia teoria, della quale essi sono una conseguenza necessaria.

. . . . . [11] . .

Vogliate gradire ecc.

[10] Questa spiegazione è riportata nella *Théorie*, alla quale rimandiamo.

[11] Nel citato testo a nostre mani sono state omesse le ultime due pagine che riguardano alcune esperienze del sig. G. De La Rive.

Articolo quinto

Notizia su alcune nuove esperienze relative all'azione mutua di due porzioni di circuito voltaico e alla produzione di correnti elettriche per influenza, e sulle condizioni nelle quali l'azione elettrodinamica deve, secondo la teoria, produrre in un conduttore mobile intorno ad un asse fisso un movimento di rotazione continuo oppure dare a questo conduttore una direzione fissa [1]

di A. Ampère

. . . . . [2].

La terza esperienza aveva per oggetto di verificare se si può produrre una corrente elettrica per influenza di un'altra corrente. Più di un anno fa avevo tentato di farlo, senza successo, con l'apparecchio rappresentato nella fig. 3 [3]; ci sono poi riuscito con un apparecchio assolutamente simile, impiegando l'eccellente magnete a ferro di cavallo del museo di Ginevra, che mi aveva procurato il sig. Pictet [4]. Ecco la descrizione di questa esperienza. Con un lungo filo di rame *ABCDEF*, ricoperto da un nastro, formai una spirale *BCDE* le cui spire erano separate le une dalle altre dalla seta di questo nastro; disposi questa spirale sul piede di legno *hkmn*; le due estremità *A* e *F* del filo comunicavano con quelle della pila. La parte superiore della spirale era attraversata da un piccolo tubo di vetro *M*, passante attraverso le spire che venivano così a trovarsi le une davanti,

[1] Presentata all'Académie Royale des Sciences il 16 settembre 1822. Pubblicata la prima volta nel tomo II della citata *Collection...* a cura del Joubert, da un manoscritto autografo facente parte della collezione delle carte di Ampère appartenente all'Académie des Sciences.

[2] Omettiamo la descrizione delle prime due esperienze contenuta nella *Théorie*, fig. 8 e fig. 1.

[3] Vedi la fig. 1 dell'articolo secondo di questa stessa Sezione.

[4] Professore di Ginevra, amico dei De La Rive.

le altre dietro a questo tubo; un filo metallico finissimo lo attraversava senza toccarne le pareti interne; esso era attaccato da un bottone al braccio *KSOP*, che si faceva salire o scendere a volontà girando il bottone *N* e che si fermava all'altezza conveniente serrando la vite di pressione *L*; il cerchio mobile *GHI* era sospeso al capo del filo, in modo da essere concentrico alla spirale, situato nello stesso piano e vicinissimo alle spire di cui essa era composta. Il piede *hkmn* portava inoltre due piccoli regoli *kp*, *nq*, sui quali si potevano appoggiare i magneti che dovevano agire sul cerchio mobile. Questa disposizione mi era sembrata la più conveniente per eccitare in questo cerchio correnti elettriche per influenza, se ciò fosse stato possibile. Il circuito chiuso posto sotto l'influenza della corrente elettrica della spirale, ma senza alcuna comunicazione con questa, è stato attirato e respinto alternativamente dal magnete, e questa esperienza non lascerebbe, per conseguenza, alcun dubbio sulla produzione di correnti elettriche per influenza, se non si potesse sospettare la presenza di un po' di ferro nel rame di cui è formato il circuito mobile. Non si aveva tuttavia alcuna azione fra questo circuito e il magnete prima che la corrente elettrica percorresse la spirale dalla quale questo era circondato; ecco perché io considero questa esperienza come sufficiente per provare tale produzione; tuttavia mi propongo, per prevenire ogni obiezione, di ripeterla ora con un circuito formato da un metallo non magnetico purissimo. La produzione di correnti elettriche per influenza, fatto di per sé interessantissimo, è d'altronde indipendente dalla teoria generale dell'azione elettrodinamica [5].

. . . . . .

[5] Come già detto, fa stupire come Ampère non sia mai riuscito a scoprire per primo il fenomeno dell'induzione elettromagnetica. Probabilmente era troppo preoccupato di difendere la sua teoria cosicché concentrava tutti i suoi sforzi a tale scopo.

ARTICOLO SESTO

NOTA RELATIVA ALLA MEMORIA DEL SIG. SAVARY [1]

di A. Ampère [2]

Coulomb aveva rappresentato le esperienze che aveva fatto sulla direzione che prende un ago magnetizzato per l'azione di un magnete, ammettendo due poli in ogni particella magnetica e supponendo fra due di queste particelle quattro forze dirette secondo le rette di cui noi abbiamo parlato sopra: tale è la legge dell'azione mutua di due magneti. Il sig. Biot [3] negli *Annales de Chimie et de Physique*,

[1] La Memoria di Savary è stata letta all'Académie des Sciences nella seduta del 3 febbraio 1823, pubblicata sul « Journal de Physique », 1823, tomo XCVI, p. 1 e riportata nel tomo II dello *Collection* all'articolo ventiseiesimo, p. 338.

Di Félix Savary, astronomo e matematico francese (1797-1841), professore all'Ecole Polytechnique, sono particolarmente importanti gli studi sulle orbite delle stelle doppie, che confermarono l'ipotesi di Herschel e Struve, secondo la quale le stelle doppie formano dei sistemi fisici per i quali vale la legge di gravitazione.

[2] Questa *Nota* fa séguito all'analisi della Memoria di Savary, fatta dall'autore stesso e pubblicata nel *Recueil*, p. 334. Ampère ha molte volte espresso l'importanza che egli attribuiva al lavoro di Savary. Il Joubert riferisce fra l'altro di avere preso visione di un frammento, in data 24 novembre 1823, il cui originale è di proprietà della « Société de Physique » nel quale Ampère dice: « Si conoscono i lavori dei signori Demonferrand e Savary sulla coincidenza dei risultati dedotti dalla mia formula con quelli che dà l'esperienza: soprattutto con il lavoro più completo del sig. Savary mi sono aiutato in questa Memoria e devo dichiarare che senza questo ausilio, non avrei potuto trarre dalla mia formula tutte le conseguenze che mi propongo di far conoscere ».

Savary dimostrò tra l'altro l'errore in cui era incorso Biot deducendo che la forza è proporzionale al seno dell'angolo formato dalla direzione della corrente con la congiungente del punto di mezzo dell'elemento di corrente con il punto sul quale si vuole considerare l'azione. Vedremo che su questa discussione si diffonderà Ampère in un paragrafo della *Théorie*.

[3] Jean-Baptiste Biot, fisico francese (1774-1862), professore al Collège de France, studiò la polarizzazione della luce nelle varie sostanze cristalline. Prese pure parte a molte spedizioni scientifiche. Biot fece delle esperienze sull'elettromagnetismo insieme a Savart (Félix Savart, medico

tomo XV, pp. 222-223, ha dato quella dell'azione mutua di un magnete e di un conduttore voltaico rettilineo e indefinito, supponendo anche due poli in ogni particella magnetica e ammettendo che essi fossero portati dall'azione del

e fisico francese (1791-1841), anch'egli professore al Collège de France e conservatore del relativo laboratorio): queste esperienze sono state descritte da Biot nel suo *Précis élémentaire de Physique*, 1823, libro IX (3ª ediz.), intitolato *Sur l'aimantation imprimée aux metaux par l'électricité en mouvement* e riportata pure nel tomo II della *Collection* a pp. 113 e 123. Le esperienze di Biot erano già state comunicate all'Académie il 30 ottobre 1820 (*Action du fil rectiligne*) e il 18 dicembre 1820 (*Action du fil oblique*), ma queste letture non furono mai pubblicate.

Biot e Savart misurarono la durata della oscillazione di un piccolo ago magnetizzato posto a diverse distanze da una « corrente rettilinea indefinita », neutralizzando l'influenza del campo terrestre per mezzo di un magnete ausiliario; essi riscontrarono che la durata di queste oscillazioni varia in ragione inversa della radice quadrata della distanza dal filo; le forze sono per conseguenza in ragione inversa di tale distanza. Più tardi dedussero la legge nota ancor oggi con il nome di legge di Biot e Savart secondo la quale l'intensità del campo magnetico prodotto da una corrente che percorre un filo rettilineo e indefinito in un punto P dello spazio è direttamente proporzionale all'intensità I della corrente che percorre il filo inversamente proporzionale alla distanza r del punto P del filo; $H = \text{cost}\ \frac{I}{r}$; nel sistema di misura *CGS* elettromagnetico si ha: $H = \frac{2I}{r}$ e in unità Giorgi $H = \frac{1}{2}\frac{I}{r}$.

Ecco la descrizione dell'esperienza di Biot e Savart dalle parole stesse del Biot: « La prima cosa che bisognava scoprire era la legge secondo la quale la forza emanata dal filo congiuntivo si indeboliva a diverse distanze dal suo asse. Questa ricerca è stata l'oggetto di un lavoro che ho fatto con il sig. Savart, del quale ho già riferito tante ingegnose scoperte in acustica. Abbiamo preso un ago di acciaio magnetizzato avente la forma di un parallelogrammo cortissimo, quale AB; per renderlo perfettamente mobile, lo abbiamo sospeso in una cappa di vetro ad un semplice filo di bozzolo, dandogli una posizione orizzontale. Poi... lo abbiamo sottratto all'azione del magnetismo terrestre, ponendo una sbarretta magnetizzata $A'B'$ a distanza e direzione tali che essa equilibrasse esattamente questa azione... Ora si sa che le oscillazioni di un tale pendolo, supposto di lunghezza costante, variano di durata secondo l'intensità del peso che lo sollecita, e che questa intensità è inversamente proporzionale ai quadrati dei tempi impiegati dal pendolo per fare uno stesso numero di oscillazioni di piccolissima ampiezza: dunque, se analogamente si paragonano i quadrati di questi tempi per diverse distanze del filo congiuntivo dall'ago, supponendo sempre soddisfatta la condizione di isocronismo, si conosceranno i rapporti delle forze componenti esercitate nei diversi casi dal filo congiuntivo parallelamente alla direzione di equilibrio intorno alla quale l'ago oscilla ».

conduttore in due direzioni opposte, perpendicolarmente ai piani che congiungono questi poli e l'asse del conduttore, in virtù di forze la cui intensità sia inversamente proporzionale alle minime distanze fra questi stessi poli e questo asse. Il sig. Ampère, che ha osservato per primo l'azione mutua di due conduttori, aveva determinato, con esperienze precise, la legge di questa azione, in una Memoria letta all'Académie des Sciences il 10 giugno 1822, provando che la forza che si esercita fra due porzioni infinitamente piccole di correnti elettriche di date intensità, secondo la retta che congiunge i centri, è, secondo queste esperienze, necessariamente proporzionale al differenziale di secondo ordine della radice quadrata della distanza delle due porzioni infinitamente piccole, preso facendo variare separatamente e alternativamente le due estremità di questa distanza nel senso delle due correnti elettriche, e diviso per la radice quadrata della stessa distanza, e provando inoltre che questa forza è repulsiva quando il valore di questo differenziale è positivo e attrattiva nel caso contrario.

Qualunque fosse l'analogia, pur così notevole e completa fra i magneti e le eliche o cilindri elettrodinamici immaginati da Ampère per convalidare la sua opinione sull'identità dell'elettricità e del magnetismo, le tre leggi di cui abbiamo parlato e che rappresentano tre generi di azioni, la prima esercitata fra due magneti, la seconda fra un conduttore voltaico e un magnete, la terza fra due conduttori, erano, dal punto di vista matematico, indipendenti le une dalle altre; ed era inoltre dimostrato che non si può spiegare il complesso dei fenomeni di attrazione e di repulsione che presentano i conduttori voltaici attribuendo le loro proprietà a piccoli magneti [4] che vi produrrebbe l'azione

[4] Biot affermava che « La natura della sua azione (azione di una corrente rettilinea su una particella magnetica) è la stessa di quella di un ago magnetizzato posto sul contorno del filo ». Secondo tale ipotesi, condivisa anche da altri fisici del tempo, le azioni elettrodinamiche sarebbero dovute a tanti minuscoli magneti lungo il conduttore percorso da corrente elettrica; questo diventerebbe perciò una specie di tubo magnetico. Questa ipotesi non trovò conferma nell'esperienza: infatti due anelli

elettrica della pila, comunque li si supponesse disposti, poiché si imprime un movimento di rotazione continuo, sempre nello stesso senso, a una porzione di conduttore che non formi un circuito chiuso o quasi chiuso, per l'azione sia di un circuito chiuso, sia di un magnete, mentre è impossibile produrre questo genere di movimento usando solamente magneti o conduttori solidi [a] formanti circuiti chiusi. Ora è evidente che la legge data da Coulomb potrebbe essere applicata al calcolo dell'azione fra un conduttore e un magnete o di quella fra due conduttori solo considerando, nel primo caso, il conduttore come un raggruppamento di piccoli magneti e adottando, nel secondo, la stessa supposizione nei confronti dei due conduttori; in entrambi i casi si avrebbero soltanto delle azioni espresse in funzione delle distanze dei punti fra i quali si suppone che esse agiscano, e l'accelerazione del movimento di rotazione continua sarebbe impossibile, mentre questa accelerazione, constatata da tante esperienze, risulta egualmente dalla legge del sig. Biot e da quella del sig. Ampère; queste due leggi non potevano dunque essere dedotte da quella di Coulomb.

Neppure la legge del sig. Biot, dando il valore dell'azione mutua fra un conduttore e un magnete, potrebbe condurre a quella del sig. Ampère relativa all'azione fra due conduttori, poiché sarebbe necessario, per poterla applicare a quest'ultimo caso, considerare uno dei due conduttori come un raggruppamento di piccoli magneti sui quali l'altro conduttore agisse conformemente a questa

a. Si intende qui, con questa espressione, che tutte le parti della porzione di conduttore che forma un circuito chiuso o quasi chiuso sono invariabilmente legate fra di loro e non possono cambiare posizione rispettiva; quando questa porzione è composta di due o più pezzi mobili separatamente o essa è formata in tutto o in parte da un liquido conduttore, il movimento di rotazione continua diventa possibile.

tubolari, sottoposti a intensa magnetizzazione, come hanno sperimentato Gay-Lussac e Welter e poi Davy e Ermann, non esercitano alcuna azione mutua.

legge; ora sarebbe impossibile ammettere questa supposizione per uno dei conduttori senza ammetterla per tutti e due, il che avrebbe ricondotto nuovamente tutti i fenomeni elettrodinamici ad azioni mutue fra raggruppamenti di magneti, e sarebbe, per conseguenza, ancora in opposizione diretta con il fatto dell'accelerazione del movimento di rotazione continua.

La legge del sig. Ampère non poteva dunque essere dedotta non solo da quella di Coulomb ma neppure da quella del sig. Biot. Rimaneva da sapere se queste due ultime leggi non avrebbero potuto invece essere dedotte dalla prima: la soluzione di questo problema è il principale oggetto della Memoria del sig. Savary; egli vi dimostra che la legge del sig. Ampère, applicata alle correnti elettriche formanti, nei magneti, dei circuiti chiusi disposti come è stato detto sopra, riproduce le due leggi di Coulomb e del sig. Biot. È un risultato matematico e indipendente da ogni ipotesi: gli altri risultati della Memoria del sig. Savary ne sono delle conseguenze che offrono insieme una nuova verifica di queste stesse leggi e la conferma più completa dell'opinione del sig. Ampère sulla costituzione dei magneti.

Onde farci un'idea esatta del modo in cui le leggi di Coulomb e del sig. Biot risultano da quella del sig. Ampère, bisogna tener presente:

1) che nelle suddette leggi si suppongono delle molecole di due fluidi particolari ai quali si attribuiscono proprietà di attrazione e di repulsione simili a quelle dei due fluidi elettrici, proprietà che non sono dimostrate riguardo a questi ultimi perché si possono separare facendoli passare in corpi differenti, il che non si può fare per i fluidi ipotetici che alcune analogie, più apparenti che concrete, fra i fenomeni magnetici e quelli che presentano i corpi elettrizzati hanno fatto supporre nei magneti. Del resto bisogna supporre questi fluidi di una natura affatto differente da quella dei fluidi elettrici, poiché questi ultimi, finché sono in riposo, non hanno alcuna azione sui magneti;

2) che si ammette, in questo modo di spiegare i fenomeni, che ogni particella di sbarretta magnetizzata contenga

una molecola di fluido australe e una molecola di fluido boreale;

3) che si suppone inoltre che, se si immaginano nella sbarretta delle serie di particelle parallele al suo asse, queste serie agiscano soltanto attraverso le molecole magnetiche di specie opposte che si trovano alle loro due estremità, poiché, nel resto della lunghezza di queste serie, in ogni punto in cui due particelle della sbarretta si toccano si trovano due molecole magnetiche di specie opposta, appartenenti l'una alla prima di queste particelle e l'altra alla seconda, che si neutralizzano mutuamente; mentre, nella teoria del sig. Ampère, invece di questi fluidi di una natura particolare, di cui niente prova l'esistenza, si ammette:

1) che i due fluidi elettrici agiscono in ogni particella della sbarretta seguendo le stesse leggi secondo le quali agiscono nei conduttori voltaici, e che parimenti non esercitano alcuna azione sui corpi contenenti elettricità positiva o negativa in riposo;

2) che, per ricondurre così i fenomeni presentati dai magneti a quelli che l'elettricità produce con il suo movimento nei conduttori voltaici, bisogna che la stessa corrente elettrica che esiste in questi conduttori, nel senso della loro lunghezza, abbia luogo intorno a ciascuna particella di una sbarretta magnetizzata in piani perpendicolari all'asse di questa sbarretta, formando così tanti raggruppamenti di correnti elettriche, da lui denominati *cilindri elettrodinamici*, quante particelle vi sono nella sbarretta;

3) che i cilindri elettrodinamici di tutte le particelle di una stessa serie parallele all'asse della sbarretta formino, con la loro riunione, un solo cilindro, le cui estremità si trovino nei punti in cui, nell'antica ipotesi, si pongono le due molecole magnetiche estreme della serie, le sole di cui si suppone che l'azione si manifesti, a causa della neutralizzazione che si ammette, come abbiamo detto, fra tutte le altre molecole magnetiche.

Non è più necessario allora supporre, fra le molecole magnetiche delle particelle di acciaio di cui si compone una serie parallela all'asse della sbarretta, questa neutralizzazione così difficile da conciliare con la distanza che l'insieme dei fenomeni delle altre branche della fisica obbliga ad ammettere fra queste particelle [a]. Secondo la teoria del sig. Ampère non agiscono più soltanto le molecole situate alle due estremità della serie; l'azione prodotta è l'integrale di quelle che esercitano tutte le parti della lunghezza del cilindro elettrodinamico corrispondente a quella serie; e, se quell'azione sembra la risultante di due forze relative alle due estremità del cilindro, ciò avviene unicamente perché queste estremità sono i limiti dell'integrale.

Perciò, che cosa doveva fare il sig. Savary per dimostrare che le leggi di Coulomb e del sig. Biot sono conseguenze necessarie della formula data dal sig. Ampère per esprimere l'azione mutua di due elementi di correnti elettriche e del modo in cui egli concepisce che queste correnti sono disposte nei magneti? Occorreva dimostrare che, partendo da quella formula, si trova che le estremità di un cilindro elettrodinamico di piccolissimo diametro devono presentare precisamente gli stessi modi di agire che Coulomb e il sig. Biot attribuiscono alle molecole magnetiche, la cui azione è da essi considerata come quella che produrrebbe tutti i fenomeni che si osservano nei magneti.

Invero è proprio questo il risultato dei calcoli del sig. Savary, quando ammette che tutte le correnti elettriche di uno stesso cilindro sono di uguale intensità e che esse sono tutte situate in piani perpendicolari all'asse del cilindro; dimodoché, se le leggi di Coulomb e del sig. Biot rappresentassero esattamente i fenomeni, il sig. Ampère avrebbe avuto torto nell'ammettere che, nei magneti, l'intensità delle correnti di

a. In verità si è cercato di spiegare questa neutralizzazione delle particelle magnetiche intermedie di ogni serie, la cui azione si manifesta soltanto quando si rompe il magnete, con altre considerazioni, alle quali non si può opporre la stessa obiezione, ma che ci sembrano tanto meno soddisfacenti in quanto non sono di natura tale da essere sottoposte ai procedimenti del calcolo integrale, procedimenti ai quali noi crediamo si debbano ricondurre tutti i problemi di questo genere quando ci si voglia fare di essi un'idea chiara.

uno stesso cilindro elettrodinamico possa essere diversa in differenti punti della sua lunghezza e che i piani di queste correnti possano essere inclinati sulla direzione del suo asse, soprattutto verso le estremità di questo asse. Ma, per quanto queste leggi siano abbastanza in accordo con i fenomeni perché si possa ritenere che esse determinino, in generale, il valore delle forze dalle quali esse sono prodotti, i risultati delle esperienze presentano anomalie che indicano o una variazione di intensità nelle correnti elettriche dei magneti, o una inclinazione dei piani di queste correnti sugli assi dei cilindri elettrodinamici formati dalla loro riunione.

Essendo impossibile sapere *a priori* se l'intensità delle correnti vari in uno stesso cilindro elettrodinamico appartenente a un magnete, e se esse, verso le estremità del cilindro al quale appartengono, non siano più in piani perpendicolari al suo asse, non si può né prevedere, né soprattutto calcolare preventivamente queste anomalie: bisogna determinarle esattamente per mezzo di misure sperimentali precise; e soltanto quando questo sarà stato fatto, si dovrà, con il calcolo, vedere quale variazione di intensità o quale legge di inclinazione delle correnti si debbano ammettere per rappresentare esattamente le osservazioni; si dovrà vedere inoltre se sia necessario per questo fare ricorso simultaneamente a quelle due cause di anomalia, o se basti una delle due per rendersi ragione di tutte le differenze osservate fra i risultati delle esperienze e quelli dei calcoli fatti senza tenerne conto.

Abbiamo visto sopra le ragioni fisiche che si oppongono alla possibilità di far derivare dalla legge di Coulomb quella del sig. Biot e quella del sig. Ampère, o di dedurre quest'ultima da quella del sig. Biot, quantunque partendo dalla legge del sig. Ampère si possa sisalire facilmente alle altre due. La Memòria del sig. Savary ne mostra la ragione matematica; essa consiste nel fatto che la formula del sig. Ampère dà il valore dell'azione elementare in espressioni differenziali, che bisogna dapprima integrare per dedurne la legge del sig. Biot e poi sottoporre a una nuova integrazione per arrivare a quella di Coulomb. In entrambi i casi, ognuna

di queste integrazioni si compone di altre due: la prima per passare dall'azione relativa a un elemento a quella che si riferisce a una corrente circolare di diametro piccolissimo; la seconda per avere l'azione relativa a un cilindro elettrodinamico formato da una infinità di correnti circolari. Si hanno 0 e 2π quali limiti della prima, e la determinazione degli integrali definiti non lascia sussistere alcuna traccia della forma delle espressioni differenziali alle quali non si può più, per conseguenza, risalire partendo da una delle leggi espresse dagli integrali. I limiti della seconda integrazione si riferiscono, pure nei due casi, alle due estremità del cilindro; è per questo che le espressioni delle forze e delle somme dei momenti che determinano l'azione totale contengono tutte due termini della stessa forma, ma di segni contrari, dei quali l'uno si riferisce a una delle estremità del cilindro e l'altro è relativo all'altra estremità, come se questa azione, invece di essere composta di una infinità di azioni elementari, fosse composta soltanto di due azioni corrispondenti ciascuna a uno solo di quei termini e propagantisi dalle due estremità secondo una stessa legge, ma in direzioni opposte; il che rivela completamente la vera forma dell'azione elementare, rappresentata dalle espressioni differenziali.

Si vede così perché sia impossibile risalire alla legge del sig. Ampère partendo da una delle altre o alla legge del sig. Biot partendo da quella di Coulomb; nello stesso tempo si vede come dalla legge del sig. Ampère risultino le altre due; ma rimane da esaminare se si possa ritrovare la legge di Coulomb partendo da quella del sig. Biot. Nella Memoria del sig. Savary si trovano tutti i calcoli necessari per risolvere questa questione e per dimostrare che la legge di Coulomb non può essere considerata come una conseguenza di quella del sig. Biot, se non quando si adotti l'opinione del sig. Ampère sulla costituzione dei magneti; donde risulta, a favore di questa opinione, una prova che è fondata sul calcolo e tuttavia è affatto indipendente dalla formula del sig. Ampère e dalle esperienze che ve lo hanno condotto.

Del resto, non è dalla legge che il sig. Biot ha pubblicato negli *Annales de Chimie et de Physique*, tomo XV,

pp. 222-223, ma dalla formulazione molto più generale che egli ne ha dato nella 2ª ediz. del suo *Précis élémentaire de Physique*, tomo II, p. 123, che si può dedurre la legge di Coulomb nel modo che abbiamo indicato. Quando la legge del sig. Biot è così generalizzata, essa non è più in accordo con i calcoli del sig. Savary se non per il valore e la direzione della forza; essa ne differisce relativamente al punto in cui si deve ritenere applicata questa forza. Questo fatto determina una differenza nel valore del momento della rotazione impressa ad un magnete da un elemento di corrente elettrica intorno ad un asse qualunque: ma esso non influisce per nulla su quello del momento totale prodotto dalla riunione di tutti gli elementi di un circuito solido chiuso, poiché i termini che ne risultano scompaiono negli integrali definiti, con i quali quest'ultimo valore è espresso. Il sig. Ampère lo ha dimostrato, partendo dai risultati ottenuti dal sig. Savary, in una Memoria che sta per pubblicare per far séguito a questo *Recueil*; in questa Memoria egli ha anche discusso il caso in cui il circuito sia formato in parte da un conduttore liquido e il caso di una corrente elettrica che non rientri su sé medesima. Le correnti di quest'ultima specie che noi possiamo produrre sono soltanto istantanee; ma a giudicare dai movimenti che si osservano, durante le aurore boreali, negli aghi magnetici, non si tratta dello stesso tipo di quelle alle quali sembra che si debba attribuire questo singolare fenomeno [5].

[5] È nòto che le aurore boreali si preannunciano con una specie di agitazione degli aghi magnetici. Secondo il De La Rive grandi masse di vapore acquoso elettrizzato positivamente sollevantisi dai tropici si dirigono verso le regioni polari; queste correnti di elettricità positiva, neutralizzandosi con l'elettricità negativa della Terra, darebbero luogo alle aurore boreali: vi sarebbe dunque durante l'aurora boreale una corrente elettrica diretta dall'equatore ai poli negli strati alti dell'aria, e dai poli all'equatore nella Terra.

II.

LA GRANDE MEMORIA CONCLUSIVA

Verso la fine del 1825 Ampère, volendo riassumere e riordinare il suo poderoso lavoro in elettrodinamica, presentò all'Académie una lunga Memoria intitolata Memoria sulla teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici unicamente dedotta dall'esperienza, *con aggiunta della seguente annotazione: « nella quale si trovano riunite le Memorie che il sig. Ampère ha comunicato all'Académie Royale des Sciences nelle sedute del 4 e 26 dicembre 1820, 10 giugno 1822, 22 dicembre 1823, 12 settembre e 28 novembre 1825 ». Questa Memoria venne inclusa nel tomo VI della II serie delle* Mémoires de l'Académie des Sciences; *senonché questo volume, pur portando la data del 1823* (sic) *venne pubblicato soltanto nel 1827. Ampère però la fece stampare nel 1826 in un volume a parte presso l'editore Didot sotto il titolo* Teoria dei fenomeni elettrodinamici unicamente dedotta dall'esperienza. *Non sappiamo per qual motivo sia stato tolto l'aggettivo « matematica ». Invero i due testi sono assolutamente identici, persino nella numerazione delle pagine e delle figure. Differiscono soltanto nell'Appendice, costituita da* Note, *in quanto nel volume del 1826 vi è una* Nota *in più e qualche modifica nelle altre* Note. *Per la versione abbiamo utilizzato questo volume, dopo averlo confrontato con il testo pubblicato, a cura del Joubert, nella* Collection de Mémoires Relatifs à la Physique, *tomo III, 1885, e con quello pubblicato nel 1958, a cura del Bauer, ricalcante quello delle* Mémoires de l'Académie.

Questa grande Memoria conclusiva di Ampère, oltre a riassumere tutta la sua opera in elettrodinamica e in elettromagnetismo, è un capolavoro di fisica matematica. Maxwell, che pure ne ha criticato alcune impostazioni e ne ha tratto conclusioni non sempre conformi alle idee di Ampère, l'ha giudicata « perfetta nella forma, inattaccabile nel rigore ».

Interessantissime sono le prime pagine che servono da premessa programmatica del lavoro e intendono giustificare il titolo « unicamente dedotta dall'esperienza »: abbiamo visto nella nostra Introduzione *entro quali limiti cotesta asserzione sia stata in realtà realizzata, anche se l'Autore era sinceramente persuaso di averla attuata. Queste prime pagine sono anche una specie di atto di fede nella meccanica newtoniana dalla quale tutto il lavoro prende le mosse e sulla quale esso si appoggia.*

Segue la descrizione delle esperienze che stabiliscono i quattro casi di equilibrio, dai quali Ampère deduce, nei paragrafi seguenti, la formula fondamentale delle azioni elettrodinamiche, che poi applica a diversi casi particolari. Importanti, anche per le conseguenze pratiche, sono le dimostrazioni dell'equivalenza della spira percorsa da corrente con una lamina magnetica e di quella del solenoide con un magnete. Per poter dimostrare la prima, Ampère risolve un importante problema di analisi (come già abbiamo accennato nella parte I della Sezione I, note 10 e 11): trasformare un integrale doppio esteso ad una superficie curva in un integrale semplice esteso al contorno di quella superficie (teorema di Stokes, dal nome del fisico-matematico che ne fece più tardi la generalizzazione).

Interessantissime sono le argomentazioni in favore della sua teoria dei magneti secondo la quale il magnetismo è dovuto a correnti circolanti intorno alle molecole dei corpi magnetizzati, concezione che, come abbiamo avuto più volte occasione di accennare, ripudiata dai suoi contemporanei e dai fisici dell'epoca seguente, è ora pienamente confermata, quasi nei termini stessi della teoria di Ampère. Su queste argomentazioni Ampère ritorna più volte nel corso della Memoria e talvolta con accenni polemici e appassionati. Ma forse più notevole ancora è il fatto che egli concluda sempre dicendo che, per quanto fondata

sia la sua ipotesi, egli se ne è servito soltanto come strumento di lavoro, cosicché tutte le sue deduzioni, in particolare la formula fondamentale, ne sono indipendenti e possono accordarsi pure con qualsiasi altra spiegazione presente o futura che non sia in contrasto con i fatti; nello stesso modo in cui, egli dice, « l'espressione dell'attrazione universale dedotta dalle leggi di Keplero non dipende affatto dalle ipotesi che alcuni autori hanno tentato di fare... » o « ... la teoria del calore riposa realmente su fatti generali dati immediatamente dall'osservazione e l'equazione dedotta da questi fatti, essendo confermata dai risultati... dell'esperienza, deve essere riconosciuta come quella che esprime le vere leggi della propagazione del calore... » qualunque cosa si possa pensare « dell'una piuttosto che dell'altra delle spiegazioni proposte » (pp. 250-251).

Gli ultimi paragrafi sono dedicati all'esame critico dei moti elettrodinamici scoperti da Faraday, dai De La Rive, da Arago, e da Ampère stesso verificati; esame che tende a confutare le complicate spiegazioni date in proposito e a dimostrare invece che essi sono spiegabili con tutta facilità mediante le sue leggi delle azioni elettrodinamiche. Preoccupato unicamente di raggiungere questo scopo, Ampère non si è accorto che in questa esperienza erano già contenuti embrionalmente il principio dell'induzione elettromagnetica e il fondamento dei motori e dei generatori elettrici.

La lettura completa di questa lunga Memoria può essere giudicata pesante da chi non abbia dimestichezza con lo strumento dell'analisi matematica, maneggiato da Ampère con grande naturalezza e profuso con abbondanza e, come abbiamo detto, non senza genialità; ma è possibile, dando per scontati gli sviluppi matematici, rendersi conto del filo logico del discorso di Ampère per giungere alla determinazione della formula fondamentale delle azioni elettrodinamiche e gustare tutte le altre considerazioni, esposte con uno stile perfetto, anche se talvolta, per un suo estremo desiderio di precisione, un po' prolisso e contorto.

Dopo questa Memoria esistono di Ampère soltanto tre scritti di argomento elettrodinamico; anzi uno di questi, la lettera del 16 agosto 1825 al dott. Gherardi, è stata scritta contempo-

raneamente alla grande Memoria, ed in quella citato (§ *24, nota 93*), *ma è da riallacciarsi agli altri due scritti posteriori: la* Memoria sull'azione mutua di un conduttore voltaico e di un magnete, *letta all'Accademia di Bruxelles il 26 ottobre 1826 e una successiva lettera al dott. Gherardi del principio del 1827:* Supplemento alla Memoria sull'azione mutua di un conduttore voltaico e di un magnete. *Si tratta di lavori a carattere specialmente polemico e che in sostanza non aggiungono più nulla di nuovo, sebbene non vi manchino considerazioni interessanti: perciò, sia pure con un certo rammarico, dobbiamo, per mancanza di spazio, rinunciare a riportarle. L'occasione di questi spunti polemici era venuta da alcune esperienze che il dott. Leopoldo Nobili*[1] *aveva descritto nella « Antologia di Firenze »* (*agosto, ottobre, dicembre 1824*) *presentandole come obiezioni alla teoria di Ampère. Il dott. Gherardi*[2] *aveva cercato di confutare quelle obiezioni in una Memoria intitolata* Osservazioni sopra alcune esperienze elettromagnetiche del sig. cavaliere Leopoldo Nobili (« *Nuova Collezione di opuscoli scientifici* », *Bologna, 1825, quad. I*). *Ampère in questi scritti chiarisce alcune sue affermazioni, che erano state male interpretate, circa le rotazioni elettrodinamiche, risponde alle suddette obiezioni, istituisce nuovamente un confronto fra le tre ipotesi sulle forze elementari* (*soli elementi magnetici, elementi magnetici ed elementi elettrici, solo elementi elettrici*), *già sviluppato nel § 20 della grande Memoria. Notevole il seguente passo, che sembra precorrere la teoria dei campi elettrici di Faraday: « ... i fili conduttori e soprattutto la pila debbono essere considerati non come una linea semplice formante un circuito chiuso, ma come molte linee chiuse passanti per tutti i punti di ciascuna sezione trasversale del filo e allontanantesi le une dalle altre quando giungono alla pila per attraversare successivamente le piastre di rame e di zinco nei diversi punti della superficie di queste piastre... ».*

[1] Ampère scrive « De Nobili », ma non vi è dubbio che si tratti di Leopoldo Nobili.

[2] Dott. Silvestro Gherardi, autore di una traduzione del *Manuel d'Electricité dynamique* di Demonferrand.

Ritornando alla Teoria, *che qui traduciamo integralmente, osserviamo che tanto il testo delle* Mémoires de l'Académie, *quanto quello del volume del 1826 constano di circa duecento pagine scritte di séguito senza alcuna suddivisione; il volume del 1826 porta però al termine una specie di indice-sommario con riferimento alle pagine di inizio dei singoli argomenti. Noi abbiamo ritenuto opportuno, per rendere più comoda la lettura, riportare i singoli titoli di questo indice-sommario all'inizio del relativo argomento suddividendo così il testo in paragrafi numerati. Ancora per facilitare la consultazione abbiamo numerato alcune formule.*

TEORIA MATEMATICA DEI FENOMENI ELETTRODINAMICI, UNICAMENTE DEDOTTA DALL'ESPERIENZA

(Lavoro nel quale sono raccolte le Memorie che Ampère ha comunicato all'Académie Royale des Sciences, nelle sedute del 4 e 26 dicembre 1820, 10 giugno 1822, 22 dicembre 1823, 12 settembre e 28 novembre 1825).

1. *Esposizione della via da seguire nella ricerca delle leggi dei fenomeni naturali e delle forze che li producono.*

I lavori di Newton[1] hanno segnato nella storia delle scienze non soltanto l'epoca della più importante scoperta che l'uomo abbia fatto sulle cause dei grandi fenomeni della natura, ma anche l'epoca nella quale lo spirito umano si è aperto una nuova via nelle scienze che hanno per oggetto lo studio di questi fenomeni.

Fino allora se ne erano ricercate le cause quasi esclusivamente nell'impulso di un fluido sconosciuto che trascinerebbe le particelle materiali secondo la direzione delle proprie particelle; ovunque si vedesse un moto di rivoluzione si immaginava l'esistenza di un vortice[2] nello stesso senso.

[1] Per un profilo del sommo fisico e fisico-matematico inglese Isaac Newton (1642-1727), celebre specialmente per la teoria della gravitazione universale, vedi il volume di questa stessa collezione: NEWTON, *Princìpi matematici della filosofia naturale*, a cura di Alberto Pala. Sue opere principali sono: *Philosophiae naturalis principia mathematica* tradotto nel volume citato e *Optiks*. Per quanto dice qui Ampère vedi anche la successiva nota 5.

[2] Descartes, come del resto tutti gli scienziati del suo tempo, non riusciva ad ammettere azioni a distanza. Pertanto immaginò che tutto lo spazio fosse interamente occupato da un fluido materiale dotato di movimento circolare, cosicché ogni trasmissione di moto avverrebbe per contatto. Per esempio i pianeti sarebbero fatti ruotare intorno al Sole dal cielo che li contiene; i satelliti a loro volta sarebbero trasportati da un vortice con centro nel pianeta a cui appartengono. Newton confutò

Newton ci ha insegnato che questo genere di movimento deve, come tutti quelli che ci offre la natura, essere ricondotto, per mezzo del calcolo, a forze agenti sempre fra due particelle materiali secondo la retta che le congiunge, in modo che l'azione esercitata da una di queste particelle sull'altra sia uguale ed opposta a quella che quest'ultima esercita nello stesso tempo sulla prima e che per conseguenza, qualora si immaginino le due particelle legate indissolubilmente fra loro, non possa risultare, dalle loro mutue azioni, alcun movimento. Egli espresse questa legge, che oggi è confermata da tutte le osservazioni, da tutti i calcoli, nell'ultimo dei tre assiomi che pose all'inizio dei *Philosophiae naturalis principia mathematica* [3]. Ma non sarebbe bastato essersi elevato a questa alta concezione, occorreva trovare la legge secondo la quale queste forze variano con la posizione rispettiva delle particelle fra cui si esercitano, o, ciò che è lo stesso, esprimerne il valore per mezzo di una formula.

Newton fu ben lontano dal pensare che una simile legge potesse essere inventata partendo da considerazioni astratte più o meno plausibili. Egli stabilì che tale legge dovesse essere dedotta dai fatti osservati, o meglio da quelle leggi empiriche che, come quelle di Keplero [4], sono soltanto i ri-

la teoria cartesiana dei vortici, dimostrando che essa non si accorda con le osservazioni quantitative effettuate sui tempi periodici del moto dei pianeti. Per il pensiero e le opere di Descartes vedi i volumi di questa stessa collezione: DESCARTES, *Opere*, a cura di Gianni Micheli.

[3] Questo assioma (Legge III) è stato enunciato in questi termini: « Ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria; ossia, le azioni di due corpi sono sempre uguali fra loro e dirette verso parti opposte » (« Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuas semper esse aequales et in partes contrarias dirigi »). Esso è dato da Newton nel capitolo *Assiomi o leggi del movimento* che precede il Libro I dei *Principia*.

[4] Johannes Kepler (nato a Weil nel Württemberg nel 1575, morto a Ratisbona nel 1630) si occupò di ottica, di astronomia, di matematica. Nella sua opera più importante, *Astronomia nova, seu phisica coelestis tradita commentariis de motibus stellae Martis ex observationibus G. V. Tychonis Brahe* (1609), formulò le sue prime due famose leggi sul moto dei pianeti: 1) i pianeti si muovono lungo orbite ellittiche di cui il Sole occupa uno dei fuochi; 2) in ogni orbita le aree descritte dal vettore che congiunge il centro del Sole con quello del pianeta sono proporzionali ai tempi. Nel 1618 giunse alla enunciazione della terza legge: i quadrati dei tempi periodici impiegati dai diversi pianeti a descrivere le loro orbite sono proporzionali ai cubi dei semi-assi maggiori delle loro orbite.

sultati generalizzati di un gran numero di osservazioni particolari.

Osservare dapprima i fatti, variarne le circostanze quanto più è possibile, accompagnare questo primo lavoro con misure precise per stabilire leggi generali fondate unicamente sull'esperienza e dedurre dalle leggi così ottenute, indipendentemente da ogni ipotesi sulla natura delle forze che producono i fenomeni, il valore matematico di queste forze, cioè la formula che le rappresenta, questa è la via che ha seguìto Newton [5]. Essa è stata, in generale, adottata in Francia dagli scienziati ai quali la fisica deve gli immensi progressi che ha fatto in questi ultimi tempi, ed è pure quella che mi è servita di guida in tutte le mie ricerche sui fenomeni elettrodinamici. Per stabilire le leggi di questi fenomeni ho consultato unicamente l'esperienza e ne ho dedotto la sola formula che può rappresentare le forze alle quali sono dovuti; non ho fatto alcuna ricerca sulle cause a cui attribuire tali forze, persuaso che ogni ricerca di questo genere debba essere preceduta dalla conoscenza puramente sperimentale delle leggi e dalla determinazione, dedotta uni-

[5] È fondamentale a questo riguardo la seguente dichiarazione di Newton, verso la fine dello Scolio Generale al termine dei *Principia*: « In verità non sono ancora riuscito a dedurre dai fenomeni la ragione di queste proprietà della gravità, e non invento ipotesi. Qualunque cosa, infatti, non deducibile dai fenomeni va chiamata *ipotesi*; e nella filosofia *sperimentale* non trovano posto le ipotesi sia metafisiche, sia fisiche, sia delle qualità occulte, sia meccaniche. In questa filosofia le proposizioni vengono dedotte dai fenomeni e sono rese generali per induzione. In tal modo divennero note l'impenetrabilità, la mobilità e l'impulso dei corpi, le leggi del moto e la gravità. Ed è sufficiente che la gravità esista di fatto, agisca secondo le leggi da noi esposte, e spieghi tutti i movimenti dei corpi celesti e del nostro mare » (pp. 795-796 della citata edizione dei *Principia*). Queste « regole del filosofare » (ossia norme che devono guidare la ricerca fisica) rappresentano una svolta decisiva rispetto alla concezione comune degli scienziati del tempo, per esempio di Descartes, per il quale l'ipotesi esplicativa dei fenomeni è più importante di qualsiasi osservazione e deduzione.

camente da queste leggi, del valore delle forze elementari, la cui direzione è necessariamente quella della retta condotta fra i punti materiali fra i quali esse si esercitano. Perciò ho evitato di parlare delle idee che potevo eventualmente avere sulla natura della causa delle forze che emanano dai conduttori voltaici, se non nelle note che accompagnano l'*Exposé sommaire des nouvelles expériences électromagnétiques faites par différents physiciens, depuis le mois de mars 1821*, che ho letto nella seduta pubblica dell'Académie des Sciences l'8 aprile 1822; si può vedere quanto ho detto in proposito in quelle note alla p. 215 del mio *Recueil d'Observations électrodynamiques* [6]. Sembra che questa via, la sola che possa

[6] Riteniamo utile riportare integralmente il passo richiamato completato dalle righe che lo precedono: « Al tempo in cui mi occupavo di queste idee, il sig. Fresnel [cfr. nota 69, p. 368] mi comunicò le sue belle esperienze sulla luce, dalle quali egli ha dedotto le leggi che determinano tutte le circostanze dei fenomeni dell'ottica. Rimasi colpito dall'accordo fra le considerazioni sulle quali egli si basava e quelle che si erano presentate alla mia mente sulla causa delle attrazioni e repulsioni elettrodinamiche. Dal complesso di quei fenomeni Fresnel deduceva che il fluido diffuso in tutto lo spazio deve essere il risultato della riunione delle due elettricità, che esso è pressoché incompressibile e passa attraverso tutti i corpi come l'aria attraverso una garza; deduceva inoltre che i movimenti eccitati in questo fluido vi si propagano a causa di una specie di sfregamento degli strati già in movimento su quelli che non lo sono ancora. Da tutto ciò era naturale pensare che la corrente elettrica di un filo conduttore faccia in parte comunicare il suo movimento al fluido neutro circostante e in parte sfreghi contro di esso, in modo da dare origine a una reazione del fluido sulla corrente; questa reazione non potrebbe tendere a spostare la corrente finché la differenza di velocità fosse uguale da tutti i lati della corrente elettrica; dovrebbe tendere a muoverla dalla parte in cui la differenza di velocità, e per conseguenza la reazione, fosse minima, cioè dal lato in cui un'altra corrente spingesse il fluido dello spazio nello stesso senso; la spingerebbe invece dal lato opposto a quello in cui la velocità fosse più grande a causa dell'esistenza di un'altra corrente elettrica tendente a spingere lo stesso fluido in senso contrario; cosicché le due correnti agirebbero l'una sull'altra, secondo che siano dirette nello stesso senso o abbiano direzioni opposte. Queste considerazioni conducono ad ammettere l'attrazione fra correnti che vanno nello stesso senso e la repulsione fra quelle che sono dirette in senso contrario, conformemente ai risultati dell'esperienza; tuttavia io non mi sono mai nascosto che, in mancanza di mezzi per calcolare tutti gli effetti dei movimenti del fluido, tali considerazioni erano troppo vaghe per servire di base a una legge la cui esattezza potesse essere constatata da esperienze dirette e precise. Per questo

condurre a risultati indipendenti da ogni ipotesi, non sia stata preferita dai fisici del resto dell'Europa, come invece lo è stata da quelli francesi; e l'illustre scienziato [7], che per primo ha visto i poli di una calamita trasportati dall'azione di un filo conduttore in direzioni perpendicolari a quelle di questo filo, è venuto alla conclusione che la materia elettrica ruotasse intorno al filo e spingesse i poli nel senso del suo moto, proprio come Descartes [8] faceva ruotare la materia dei suoi vortici nel senso delle rivoluzioni planetarie. Guidato dai princìpi della filosofia newtoniana, io ho invece ricondotto il fenomeno osservato da Oersted, come si è fatto con tutti i fenomeni dello stesso genere che ci mostra la natura, a forze agenti sempre secondo la retta che congiunge le due particelle fra le quali queste si esercitano; e ho stabilito che la stessa disposizione o lo stesso movimento dell'elettricità esistente nel filo conduttore si verifica anche intorno alle particelle dei magneti, non certo per farli agire per impulso a mo' di un vortice, ma per calcolare, secondo la mia formula, le forze che si sviluppano fra queste particelle e quelle di un conduttore o di un altro magnete, secondo le rette che congiungono due a due le particelle di cui si considera la mutua azione, e per mostrare che i risultati del calcolo sono completamente verificati: 1) dalle esperienze che io ho fatto e da quelle dovute al Pouillet [9] sulla determinazione precisa delle posizioni in cui

mi sono limitato a presentare questa ipotesi come un fatto unicamente fondato sull'osservazione e mi sono occupato soltanto della costruzione di un apparecchio per mezzo del quale essa potesse essere verificata da misure talmente esatte da non lasciare alcun dubbio al riguardo ».

[7] Oersted: vedi nota 3 dell'art. primo, parte prima di questa stessa Sezione, p. 162.

[8] Vedi nota 2.

[9] Claude S. Pouillet, fisico francese (1791-1868). Con Herschel fu uno dei primi ad occuparsi di astrofisica e inventò il suo « pireliometro ». In elettrologia perfezionò il galvanometro, strumento con il quale fece interessanti ricerche sui circuiti derivati, partendo dall'osservazione di Marianini (1825) che la corrente elettrica si suddivide in tutti i conduttori, qualunque sia la loro natura, contrariamente a quanto riteneva Volta. Pouillet fu pure il primo a servirsi del mercurio come campione di resi-

deve trovarsi un conduttore mobile per rimanere in equilibrio quando sia sottoposto all'azione di un altro conduttore o di un magnete; 2) dall'accordo di questi risultati con le leggi che Coulomb [10] e Biot [11] hanno dedotto dalle loro esperienze, il primo circa l'azione mutua di due magneti, il secondo circa quella di un magnete e di un conduttore.

Il principale vantaggio delle formule così determinate in modo immediato da alcuni fatti generali dati da un numero di osservazioni sufficientemente grande perché non se ne possa contestare la certezza, è quello di rimanere indipendenti tanto dalle ipotesi, con le quali i loro autori possono essersi aiutati nella ricerca di queste formule, quanto dalle ipotesi che possono esservi sostituite in séguito. L'espressione dell'attrazione universale dedotta dalle leggi di Keplero non dipende affatto dalle ipotesi che alcuni autori hanno tentato di fare per attribuirle una causa meccanica. La teoria del calore riposa realmente su fatti generali dati immediatamente dall'osservazione; e l'equazione dedotta da questi fatti, essendo confermata dall'accordo dei risultati che se ne traggono con i dati dell'esperienza, deve essere riconosciuta come quella che esprime le vere leggi della

stenza, concetto che fu poi adottato nel fissare i campioni ufficiali dell'ohm. Notissimo il suo trattato *Eléments de physique expérimentale* che ebbe diverse edizioni.

[10] Charles-Auguste de Coulomb, fisico francese (1736-1806); ufficiale del Genio, costruì importanti fortificazioni. La sua fama è però essenzialmente legata alla legge, che porta il suo nome, sulle attrazioni e repulsioni delle masse elettriche e delle masse magnetiche. Egli giunse alla formulazione di questa legge da misure effettuate mediante la sua sensibilissima bilancia di torsione, apparecchio che egli aveva ideato in un primo tempo per le sue ricerche sulla torsione dei metalli. Come è noto, la legge di Coulomb si esprime con la formula

$$f = \frac{1}{k_0}\frac{mm'}{r^2}$$

nella quale r rappresenta la distanza fra le due masse considerate; m, m', k_0 rappresentano in elettrostatica le masse elettriche e la costante dielettrica ε_0 nel vuoto e in magnetostatica le masse magnetiche e la permeabilità μ_0 nel vuoto. In mezzi omogenei qualunque $k_0 = \varepsilon_0\varepsilon_r$ e $k_0 = \mu_0\mu_r$ rispettivamente per l'elettrostatica e la magnetostatica, essendo ε_r e μ_r costante dielettrica relativa del mezzo e permeabilità relativa del mezzo.

[11] Vedi nota 2, p. 112 e nota 3, p. 229.

propagazione del calore, tanto da coloro che la attribuiscono ad un irraggiamento di molecole calorifiche, quanto da quelli che per spiegare questo stesso fenomeno ricorrono alle vibrazioni di un fluido diffuso nello spazio; occorre soltanto che i primi mostrino come l'equazione in parola risulti dal loro modo di vedere e che i secondi la deducano dalle formule generali dei movimenti vibratori; ciò non perché aggiungano qualcosa alla certezza di quella equazione, ma soltanto affinché le loro rispettive ipotesi abbiano diritto di esistere. Il fisico che non si è pronunciato a questo riguardo ammette tale equazione come la rappresentazione esatta dei fatti, senza preoccuparsi se essa possa risultare dall'una piuttosto che dall'altra delle spiegazioni proposte; e se nuovi fenomeni e nuovi calcoli verranno a dimostrare che gli effetti del calore possono realmente essere spiegati soltanto nel sistema delle vibrazioni, il grande fisico [12] che per primo ha dato quella equazione e che per applicarla al particolare oggetto delle sue ricerche ha creato nuovi metodi di integrazione, continuerà ad essere l'autore della teoria matematica del calore, così come Newton è l'autore della teoria dei movimenti planetari, anche se quest'ultima fu completamente dimostrata più dai lavori dei suoi successori che dai suoi.

La stessa cosa deve dirsi della formula con la quale io ho rappresentato l'azione elettrodinamica. Qualunque sia la causa fisica alla quale si vogliano attribuire i fenomeni prodotti da tale azione, la formula che ho ottenuto rimarrà sempre l'espressione dei fatti. Se si giungerà a dedurla da una delle considerazioni per mezzo delle quali si sono spiegati tanti altri fenomeni, come quelle sulle attrazioni in ragione inversa del quadrato della distanza, o su quelle che diventano insensibili ad ogni distanza apprezzabile delle particelle

[12] Jean-Baptiste-Joseph Fourier, matematico francese (1768-1830), professore all'Ecole Polytechnique e all'Ecole Normale: seguì Napoleone in Egitto. Fu membro dell'Académie. Per quanto riguarda l'argomento citato da Ampère è particolarmente importante la sua opera *Théorie analytique de la chaleur* (1822). In matematica è noto per lo sviluppo della serie trigonometrica o serie di Fourier.

fra le quali si esercitano, oppure sulle vibrazioni di un fluido diffuso nello spazio, ecc., si farà certamente un passo avanti in questa parte della fisica; ma questa ricerca, della quale non mi sono ancora occupato quantunque ne riconosca tutta l'importanza, non cambierà per nulla i risultati del mio lavoro, poiché, per essere aderente ai fatti, occorrerà sempre che l'ipotesi adottata si accordi con la formula che li rappresenta in modo così completo [13].

Da quando ho verificato che due conduttori voltaici agiscono l'uno sull'altro, ora attirandosi, ora respingendosi, ed ho distinto e descritto le azioni che essi esercitano nelle differenti posizioni nelle quali possono trovarsi l'uno rispetto all'altro, ed ho accertato l'uguaglianza dell'azione che è esercitata da un conduttore rettilineo e di quella di un conduttore sinuoso, qualora quest'ultimo si allontani dalla direzione del primo solo di distanze estremamente piccole ed inoltre termini negli stessi punti da una parte e dall'altra [14], ho cercato di esprimere con una formula il valore della forza attrattiva o repulsiva di due loro elementi, o parti infinitamente piccole, allo scopo di poterne dedurre, mediante i noti metodi di integrazione, l'azione che si manifesta fra due porzioni di conduttori di tale forma e posizione.

L'impossibilità di sottoporre direttamente all'esperienza porzioni infinitamente piccole del circuito voltaico obbliga necessariamente a partire da osservazioni fatte su fili conduttori di grandezza finita, osservazioni che devono soddisfare le seguenti due condizioni: essere suscettibili di una grande precisione ed essere atte a determinare il valore dell'azione mutua di due porzioni infinitamente piccole di questi fili. Ciò può ottenersi con due metodi: il primo

[13] Le pagine che precedono, di carattere introduttivo, formavano il preambolo di una Memoria, datata 24 novembre 1823, il cui manoscritto autografo appartiene alla Société de Physique. Questa Memoria contiene in modo incompleto ed imperfetto i principali risultati relativi all'azione di un circuito chiuso su un elemento di corrente, risultati che sono poi stati pubblicati nella Memoria del 22 dicembre 1823.

[14] Vedi la Memoria del 18 settembre 1820 (nella parte prima di questa Sezione, art. primo) e la descrizione delle esperienze al § 2 della presente Memoria.

consiste nel misurare con la massima esattezza alcuni valori dell'azione mutua di due porzioni di grandezza finita, disponendole, l'una rispetto all'altra, successivamente a differenti distanze e in differenti posizioni, poiché è evidente che qui l'azione non dipende soltanto dalla distanza; bisogna in séguito fare un'ipotesi sul valore dell'azione mutua di due porzioni infinitamente piccole, dedurre il valore dell'azione che deve risultare per i conduttori di grandezza finita sui quali si è operato e modificare l'ipotesi fino a quando i risultati del calcolo si accordino con quelli dell'osservazione. È questo il procedimento che in un primo tempo mi ero proposto di seguire, come ho spiegato nei particolari in una Memoria letta all'Académie des Sciences il 9 ottobre 1820 [a]; quantunque ci conduca alla verità soltanto attraverso la via indiretta delle ipotesi, esso non è per questo meno prezioso, poiché è spesso il solo che possa essere impiegato nelle ricerche di questo genere. Un membro dell'Académie, i cui lavori hanno abbracciato tutte le branche della fisica [16], lo ha descritto in modo completo nella *Notice sur l'aimantation imprimée aux métaux par l'électricité en mouvement*, che egli ci ha letto il 2 aprile 1821, definendolo un procedimento quasi di divinazione, che è il termine di quasi tutte le ricerche fisiche [b].

Ma esiste un altro metodo per raggiungere più direttamente lo stesso scopo ed è quello che ho adottato in séguito e che mi ha condotto ai risultati che desideravo; esso consiste nel verificare, per mezzo dell'esperienza, che un conduttore mobile resta esattamente in equilibrio sotto forze uguali, o momenti di rotazione uguali, quando queste forze e questi momenti sono prodotti da porzioni di conduttori fissi le cui

a. Questa Memoria non è stata pubblicata a parte, ma i principali risultati sono stati inseriti in quella che ho pubblicato nel 1820, nel volume XV degli *Annales de chimie et de physique* [15].

b. Vedere il « Journal des savants », aprile 1822, p. 233.

[15] Vedi parte prima, art. primo di questa Sezione.

[16] Biot. Cfr. nota 2, p. 112 e nota 3, p. 229.

forme e dimensioni possono variare in modo qualsiasi, sotto condizioni determinate dall'esperienza, senza che l'equilibrio venga turbato, e nel concludere direttamente dal calcolo quale debba essere il valore dell'azione mutua di due porzioni infinitamente piccole, affinché l'equilibrio sia in effetti indipendente da ogni cambiamento di forma o di grandezza compatibile con quelle condizioni [17].

Quest'ultimo procedimento può essere usato soltanto quando la natura dell'azione che si studia conduca a casi di equilibrio indipendenti dalla forma dei corpi; esso ha perciò un campo di applicazioni più ristretto di quello di cui ho parlato prima; ma, poiché con i conduttori voltaici si verificano situazioni nelle quali si ha questo genere di equilibrio, è naturale che tale metodo sia da preferire ad ogni altro, essendo più diretto, più semplice, e suscettibile di un'esattezza maggiore quando le esperienze siano fatte con convenienti precauzioni. D'altronde, per quanto riguarda l'azione esercitata da questi conduttori, si ha una ragione ancora più decisiva per seguire questo secondo metodo nelle ricerche relative alla determinazione delle forze che la producono: l'eccessiva difficoltà delle esperienze nelle quali ci si proponga, ad esempio, di misurare queste forze dal numero delle oscillazioni di un corpo sottoposto alle loro azioni. Questa difficoltà proviene dal fatto che, quando si fa agire un conduttore fisso su una porzione mobile del circuito voltaico, le parti dell'apparecchio necessarie per metterla in comunicazione con la pila agiscono su questa porzione mobile contemporaneamente al conduttore fisso, alterando così i risultati dell'esperienza. Credo tuttavia di essere riuscito a superarla in un apparecchio previsto per misurare l'azione mutua di due conduttori, l'uno fisso e l'altro mobile, dal numero delle oscillazioni del conduttore mobile e facendo

[17] Ampère applica cioè il « metodo di riduzione a zero », che è stato largamente usato, e lo è tuttora, nel campo delle misure elettriche di laboratorio. Questo gli consentì di superare la difficoltà, particolarmente sentita ai suoi tempi per la mancanza di mezzi tecnici adeguati, di effettuare misure quantitative di sufficiente esattezza e di aggirare l'altro grave ostacolo costituito dalla incostanza della corrente generata dalle pile.

variare la forma di quello fisso. Descriverò questo apparecchio nel corso della presente Memoria [18].

In realtà non si incontrano gli stessi ostacoli quando si misura nello stesso modo l'azione di un filo conduttore su un magnete; ma questo metodo non può essere impiegato quando si tratta della determinazione delle forze che due conduttori voltaici esercitano l'uno sull'altro, determinazione che deve essere il primo obiettivo delle nostre ricerche nello studio dei nuovi fenomeni. È evidente, in effetti, che, se l'azione di un filo conduttore su un magnete fosse dovuta a una causa diversa da quella che provoca l'azione tra due conduttori, le esperienze fatte sulla prima non potrebbero dirci nulla sulla seconda; e che, se i magneti devono le loro proprietà a correnti elettriche circolanti intorno a ciascuna delle loro particelle, bisognerebbe, per trarre conseguenze certe relative all'azione esercitata su queste correnti da quella del filo conduttore, sapere *a priori* se tali correnti hanno la stessa intensità verso la superficie e nell'interno del magnete, oppure conoscere la legge secondo la quale varia questa intensità; occorrerebbe inoltre sapere se i piani di queste correnti sono dappertutto perpendicolari all'asse della sbarra magnetizzata, come avevo supposto in principio, o se la mutua azione delle correnti di uno stesso magnete dà loro una posizione tanto più inclinata rispetto a tale asse quanto più ne sono distanti e quanto più si distaccano dalla sua parte centrale, come ho concluso a causa della differenza che si nota fra la posizione dei poli di un magnete e quella dei punti che godono delle stesse proprietà in un filo conduttore avvolto ad elica [a].

a. Ritengo opportuno inserire qui la seguente nota, che è estratta dall'analisi dei lavori dell'Académie durante l'anno 1821, pubblicata l'8 aprile 1822 (vedere la parte matematica di questa analisi a pp. 22 e 23).

« La differenza principale fra il modo di agire di un magnete e quello di un conduttore voltaico avente una parte avvolta ad

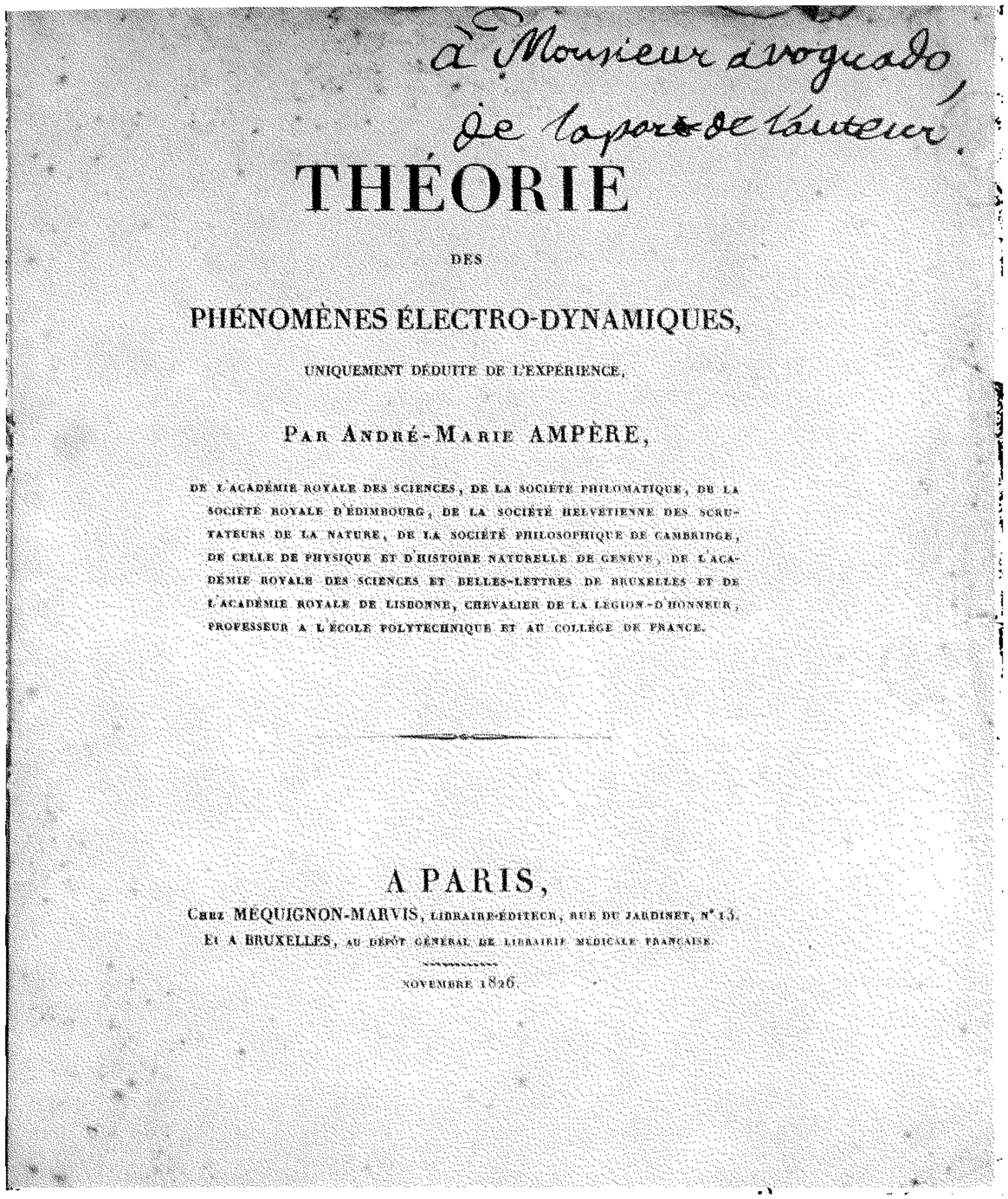
[18] Ampère sostituì poi in realtà questo apparecchio con quello per i casi di equilibrio, di cui al § 2.

2. *Descrizione delle esperienze per mezzo delle quali si verifica l'esistenza di quattro casi di equilibrio, che dànno altrettante leggi sull'azione alla quale sono dovuti i fenomeni elettrodinamici.*

I diversi casi di equilibrio che io ho verificato con esperienze precise dànno immediatamente altrettante leggi che

elica intorno all'altra, consiste nel fatto che i poli del primo non sono posti esattamente alle sue estremità ma un poco più verso il centro del magnete, mentre i punti che presentano le stesse proprietà nell'elica si trovano esattamente alle estremità di quest'elica; ciò deve avvenire quando l'intensità delle correnti del magnete vada diminuendo dal centro verso le estremità. Ma il sig. Ampère ha in séguito ravvisato un'altra causa che potrebbe determinare questo effetto. Dopo avere dedotto dalle sue nuove esperienze che le correnti elettriche di un magnete esistono intorno ad ognuna delle sue particelle, gli è stato facile vedere che non è necessario supporre, come aveva fatto in un primo tempo, che i piani di queste correnti siano dappertutto perpendicolari all'asse del magnete; la loro azione mutua deve tendere a dare a questi piani una posizione inclinata rispetto all'asse, soprattutto verso le sue estremità, in modo che i poli, invece di essere esattamente situati in queste estremità, come dovrebbero essere, secondo i calcoli dedotti dalle formule date dal sig. Ampère, qualora si suppongano tutte le correnti della medesima intensità e giacenti in piani perpendicolari all'asse, devono avvicinarsi al centro del magnete di una parte della sua lunghezza tanto più grande quanto più grande è il numero delle correnti giacenti in piani così inclinati e quanto più grande è la loro inclinazione, ossia quanto più grande è lo spessore del magnete rispetto alla sua lunghezza; il che è conforme alla esperienza. Nei fili conduttori avvolti ad elica in cui una parte ritorna lungo l'asse per distruggere l'effetto della parte delle correnti di ogni spira che agisce come se fossero parallele a questo asse, le due condizioni che, secondo quanto abbiamo or ora detto, non si manifestano necessariamente nei magneti, esistono invece necessariamente; invero si osserva che le eliche hanno dei poli simili a quelli dei magneti, ma situati esattamente alle loro estremità, come vuole il calcolo ».

Si vede da cotesta nota che, fin dall'anno 1821, avevo tratto dai fenomeni presentati dai magneti le seguenti conclusioni: 1) considerando ogni particella di una sbarra magnetizzata come un magnete, gli assi di questi magneti elementari devono essere



Frontespizio della prima edizione della *Théorie des phénomènes electro-dynamiques*, con dedica autografa di Ampère ad Amedeo Avogadro.

conducono direttamente all'espressione matematica della forza che due elementi di conduttori voltaici esercitano l'uno sull'altro, prima facendo conoscere la forma di questa espressione, poi determinandone i coefficienti numerici costanti, in un primo tempo incogniti, che essa contiene; nello stesso modo in cui le leggi di Keplero dimostrano in primo luogo che la forza che mantiene i pianeti nelle loro orbite tende costantemente verso il centro del sole; poi che detta forza per uno stesso pianeta varia in ragione inversa del quadrato della sua distanza da tale centro, infine che il coefficiente costante che ne rappresenta l'intensità ha lo stesso valore per tutti i pianeti. I casi di equilibrio che ho verificato sono quattro: il primo dimostra l'uguaglianza dei valori assoluti dell'attrazione e della repulsione prodotte facendo passare alternativamente, in due sensi opposti, la stessa corrente in un conduttore fisso di cui non si mutino né la posizione né la distanza rispetto al corpo sul quale agisce. Questa uguaglianza risulta dalla semplice osservazione che due porzioni uguali di uno stesso filo conduttore, ricoperte

non già paralleli all'asse del magnete intero come si supponeva allora, ma situati in direzioni inclinate rispetto a questo asse e in direzioni determinate dalla loro mutua azione; 2) questa disposizione è una delle cause per cui i poli dell'intero magnete non sono posti alle sue estremità, ma fra le estremità e il centro del magnete. Entrambe queste asserzioni sono oggi completamente dimostrate dai risultati che il sig. Poisson [19] ha dedotto dalle formule con le quali egli ha rappresentato la distribuzione nei magneti delle forze che emanano da ciascuna delle loro particelle. Tali formule si fondano sulla legge di Coulomb: pertanto esse non cambiano per nulla anche se si adotta il mio modo di spiegare i fenomeni magnetici, poiché quella legge è una conseguenza della mia formula, come si vedrà nel séguito della presente Memoria.

[19] Siméon-Denis Poisson, matematico, fisico e astronomo francese (1781-1840), professore all'Ecole Polytechnique e alla Sorbona, è considerato il fondatore della teoria matematica della magnetostatica. Si occupò pure di elettrostatica, dell'elasticità dei corpi (coefficienti di Poisson), della capillarità, della teoria matematica del calore, di meccanica razionale, di calcolo delle probabilità.

di seta per impedirne la comunicazione, entrambe rettilinee o attorcigliate insieme in modo da formare l'una intorno all'altra due eliche aventi tutte le parti uguali, quando siano percorse dalla stessa corrente elettrica, l'una in un senso e l'altra in senso contrario, non esercitano alcuna azione né su un conduttore mobile, né su un magnete. La si può verificare anche per mezzo del conduttore mobile che si vede alla fig. 9 della tav. I del volume XVIII degli *Annales de chimie et de physique* relativa alla descrizione di uno dei miei apparecchi elettrodinamici e che è qui rappresentato (fig. 1). A tale scopo si pone, un po' al di sotto della parte inferiore *dee'd'* del conduttore e in una direzione qualsiasi, un conduttore rettilineo orizzontale *AB*, più volte ripiegato a mo' di bobinetta allungata, in modo che il centro della sua lunghezza e del suo spessore giaccia sulla verticale che passa per i punti *x* e *y*, attorno ai quali può liberamente ruotare il conduttore mobile. Si vede allora che questo conduttore rimane nella posizione nella quale lo si pone; il che prova che vi è equilibrio fra le azioni esercitate dal conduttore fisso sulle due porzioni uguali ed opposte di circuito voltaico *bcde*, *b'c'd'e'*, che differiscono tra loro soltanto perché in una la corrente elettrica va avvicinandosi al conduttore fisso *AB*, mentre nell'altra se ne allontana, e ciò qualunque sia l'angolo formato dalla direzione di quest'ultimo conduttore con il piano del conduttore mobile: ora, se si considerano dapprima le due azioni esercitate fra ciascuna di queste porzioni di circuito voltaico e la metà del conduttore *AB* più vicina, e in séguito le due azioni fra ciascuna di quelle e la metà più lontana dello stesso conduttore, si vedrà facilmente: 1) che l'equilibrio in parola può sussistere solo in quanto vi sia equilibrio separatamente fra le prime due azioni e fra le altre due; 2) che, se una delle prime due è attrat-

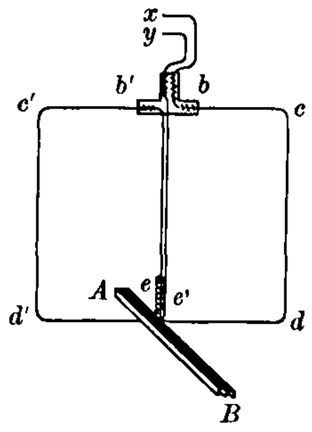


Fig. 1.

tiva, in quanto i lati dell'angolo acuto formato dalle porzioni di conduttori fra le quali si manifesta sono percorsi dalla corrente elettrica nel medesimo senso, l'altra sarà repulsiva, perché si manifesterà fra i due lati dell'angolo uguale opposto al vertice, che sono percorsi dalla stessa corrente in senso contrario, per cui, affinché vi sia equilibrio fra di loro, occorrerà in primo luogo che queste due prime azioni, tendenti a fare ruotare il conduttore mobile, l'una in un senso e l'altra nel senso opposto, siano uguali fra loro; poi, che le altre due azioni, l'una attrattiva e l'altra repulsiva, esercitantesi fra i lati dei due angoli ottusi opposti al vertice e supplementari di quelli di cui abbiamo prima parlato, siano pure uguali fra loro. È superfluo osservare che queste azioni sono realmente la somma dei prodotti ottenuti moltiplicando le forze che agiscono su ciascuna porzione infinitamente piccola del conduttore mobile per la loro distanza dalla verticale intorno alla quale esso può liberamente ruotare; ma poiché le distanze da questa verticale delle porzioni infinitamente piccole corrispondenti delle due branche *bcde*, *b'c'd'e'*, sono sempre uguali fra loro, l'uguaglianza dei momenti rende necessaria quella delle forze.

Il secondo dei tre[20] casi generali di equilibrio è stato da me osservato alla fine dell'anno 1820; esso consiste nell'uguaglianza delle azioni esercitate su un conduttore rettilineo mobile da due conduttori fissi situati a uguali distanze dal primo, l'uno rettilineo, l'altro piegato e contorto, quali che siano le sinuosità formate da quest'ultimo. Ecco la descrizione dell'apparecchio con cui ho verificato l'uguaglianza delle due azioni mediante due esperienze suscettibili di grande precisione, i cui risultati sono stati da me comunicati all'Académie, nella seduta del 26 dicembre 1820.

I due regoli verticali di legno, *PQ*, *RS* (fig. 2), portano, entro scanalature praticate nelle due superfici che risultano

[20] Tutti i testi consultati portano effettivamente « il secondo dei *tre* casi », mentre poco prima Ampère aveva parlato di quattro; probabilmente egli non considera come « generale » la quarta esperienza, per mezzo della quale egli trovò il valore dei coefficienti incogniti.

affacciate, l'uno un filo rettilineo *bc*, l'altro un filo *kl* formante, per tutta la sua lunghezza, e in un piano perpendicolare al piano in cui giacciono gli assi dei due regoli, piegamenti e

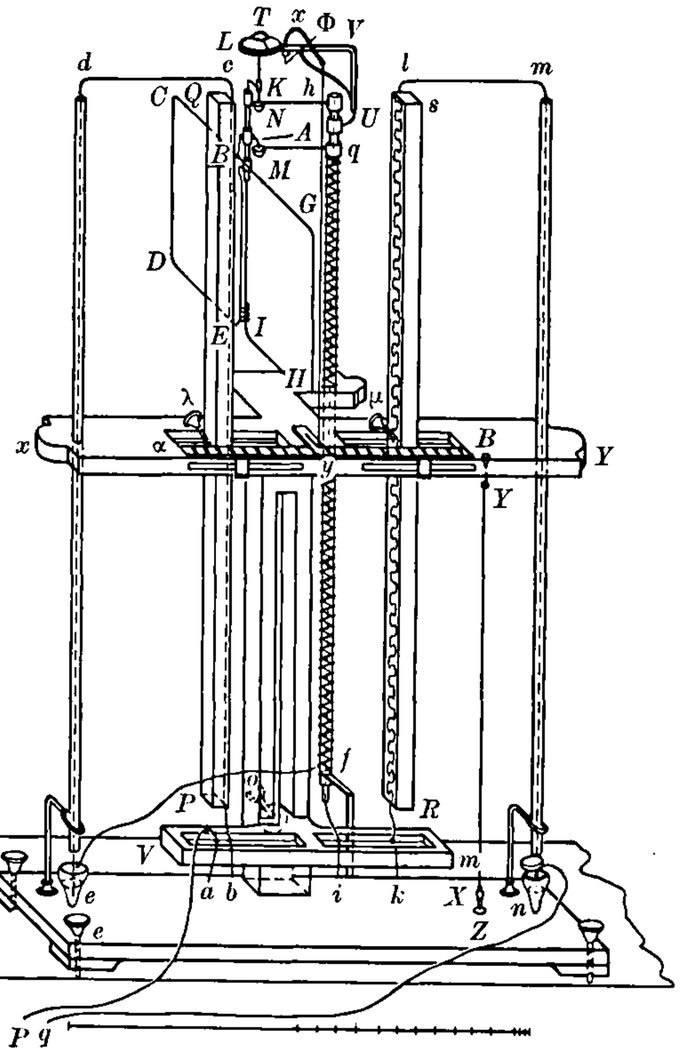


Fig. 2.

ripiegamenti, come quelli che si vedono nella figura lungo il regolo *RS*, tali però che il filo in ogni punto si allontani solo di pochissimo dal centro della scanalatura.

Questi due fili sono destinati a fare da conduttori a due porzioni di una stessa corrente, che si fa agire per repulsione sulla parte *GH* di un conduttore mobile, composto di due

circuiti rettangolari quasi chiusi ed uguali *BCDE*, *FGHI*, che sono percorsi in sensi contrari dalla corrente elettrica affinché le azioni che la Terra esercita su questi due circuiti si elidano naturalmente [21]. Alle due estremità del conduttore mobile vi sono due punte *A* e *K* che pescano nelle coppe *M* e *N*, piene di mercurio, e che sono saldate ai due bracci di rame *gM*, *hN*. Questi bracci sono in comunicazione, attraverso le scatolette di rame *g* e *h*, l'uno con un filo di rame *gfe*, avvolto ad elica intorno al tubo di vetro *hgf*, l'altro con un filo rettilineo *hi* che passa nell'interno del tubo stesso e termina nella vaschetta *ki*, ricavata in un pezzo di legno *vw* che si fissa all'altezza che si vuole, contro il montante *z* per mezzo della vite di pressione *o*. Secondo l'esperienza di cui ho parlato, la porzione del circuito composta dall'elica *gf* e dal filo rettilineo *hi* non può esercitare alcuna azione sul conduttore mobile. Affinché la corrente elettrica passi nei conduttori fissi *bc* e *kl*, si prolungano i fili che costituiscono questi conduttori in *cde*, *lmn*, entro due tubi di vetro [a] fissati alla traversa *xy* e si fanno terminare il primo nella coppa *e*, il secondo nella coppa *n*. Disposte così le cose, si mette del mercurio in tutte le coppe e nelle due vaschette *ba*, *ki*, e si immerge il reoforo positivo *pa* nella vaschetta *ba*, anch'essa ricavata nel pezzo di legno *vw*, e il reoforo negativo *qn* nella coppa *n*. La corrente percorre tutti i conduttori dell'apparecchio nell'ordine seguente *pabcdefgMABCDEFGHIKNhiklmnq*; la corrente sarà perciò ascendente nei due conduttori fissi e discendente nella parte *GH* del conduttore mobile che è sottoposta alla loro azione e che si trova a metà dell'intervallo fra i due conduttori fissi nel piano che passa per i loro assi. Questa parte *GH* è perciò respinta

a. Questi tubi servono ad impedire la flessione dei fili che vi sono contenuti, mantenendoli a distanze uguali dai due conduttori *bc*, *kl*, affinché le loro azioni su *GH*, che diminuiscono quelle dei conduttori *bc*, *kl*, le diminuiscano in uguale misura.

[21] Questa disposizione è stata chiamata da Maxwell *la bilancia di Ampère* e da questi *sistema astatico*. Cfr. nota 19, p. 188.

da *bc* e *kl*; ne segue che, se l'azione di questi due conduttori è la stessa a uguali distanze, *GH* deve fermarsi a metà dell'intervallo che li separa; ed è ciò che effettivamente si verifica.

È opportuno osservare che: 1) essendo gli assi dei due conduttori fissi a uguali distanze da *GH*, non si può dire a rigore che la distanza sia la stessa per tutti i punti del conduttore *kl*, a causa dei piegamenti e dei ripiegamenti che questo conduttore forma. Ma poiché questi piegamenti e ripiegamenti sono in un piano perpendicolare al piano che passa per *GH* e per gli assi dei conduttori fissi, è evidente che la differenza di distanza che ne risulta è la minima possibile; essa è tanto minore della metà della larghezza della scanalatura *RS*, quanto questa metà è minore dell'intervallo fra i due regoli, poiché questa differenza è al massimo uguale alla differenza che si ha fra il raggio e la secante di un arco, la cui tangente sia uguale alla metà della larghezza della scanalatura, e che appartenga a un cerchio di diametro uguale all'intervallo fra i due regoli; 2) se si scompone ogni porzione infinitamente piccola del conduttore *kl*, come si scomporrebbe una forza in due altre piccole porzioni che ne siano le proiezioni, l'una sull'asse verticale del conduttore, l'altra su rette orizzontali condotte per tutti i suoi punti nel piano ove si trovano i piegamenti e i ripiegamenti che esso forma, la somma delle prime, quando si attribuisca segno negativo a quelle che, avendo direzione opposta alla direzione delle altre, devono produrre un'azione in senso contrario, sarà uguale alla lunghezza di questo asse; cosicché l'azione totale, risultante da tutte queste proiezioni, sarà la stessa di quella di un conduttore rettilineo uguale all'asse, ossia uguale a quella del conduttore *bc* situato dall'altra parte alla stessa distanza da *GH*; l'azione delle seconde sarà nulla sullo stesso conduttore mobile *GH*, poiché i piani innalzati perpendicolarmente sui punti di mezzo di ciascuna di esse passeranno evidentemente per la direzione di *GH*. La risultante di queste due serie di proiezioni produce dunque necessariamente su *GH* un'azione uguale a quella di *bc*; e poiché l'esperienza prova che il conduttore sinuoso *kl* produce anch'esso un'azione uguale a quella di *bc*, qualunque forma abbiano i suoi piegamenti e ripiegamenti, ne segue che esso agisce, in ogni caso, come la risultante delle due serie di proiezioni; il che può avvenire indipendentemente dal modo in cui è piegato e ripiegato, soltanto se ciascuna delle parti di questo conduttore agisce separatamente come la risultante delle sue due proiezioni.

Affinché l'esperienza descritta dia la massima esattezza, è necessario che i due regoli siano perfettamente verticali ed esattamente alla stessa distanza dal conduttore mobile. Per soddisfare queste condizioni, si munisce la traversa *xy* di una graduazione $\alpha\beta$ e si fissano i regoli con due staffe η e ϑ e due viti di pressione λ, μ; il che permette di allontanarli o di avvicinarli, mantenendoli sempre a uguale distanza dal centro della graduazione $\alpha\beta$. L'apparecchio è costruito in modo che i due regoli siano perpendicolari alla traversa *xy*; questa è resa orizzontale per mezzo delle viti che si vedono ai quattro angoli dello strumento e del filo a piombo *XY*, al quale fa riscontro una punta *Z*, situata sul basamento in posizione tale che, quando risulta allineata con *XY*, la traversa *xy* è perfettamente livellata.

Per rendere il conduttore *ABCDEFGHIK* mobile intorno a una retta verticale situata a uguale distanza dai conduttori *bc* e *kl*, lo si sospende a un filo metallico finissimo fissato al centro di un pernetto *T*, che può ruotare su sé stesso senza che varii la distanza da quei due conduttori; questo pernetto è al centro di un piccolo quadrante *O*, su cui l'indice *L* indica la posizione nella quale si deve fermare affinché la parte *GH* del conduttore mobile si trovi, senza che il filo subisca torsione, nel punto di mezzo dell'intervallo fra i due conduttori fissi *bc*, *kl*; questo allo scopo di poter rimettere immediatamente l'ago nella debita posizione, ogni volta che si voglia ripetere l'esperienza. Si verifica che *GH* sia effettivamente a uguale distanza da *bc* e *kl*, per mezzo di un altro filo a piombo $\psi\omega$ fissato a un braccio di rame $\varphi\chi\psi$, portato, come il quadrante *O*, dal supporto *UVO*, entro il quale questo braccio $\varphi\chi\psi$ può ruotare intorno all'asse del pernetto φ in cui il braccio stesso termina; ciò rende facile

far corrispondere la punta ω del filo a piombo alla linea di mezzo $\gamma\delta$ della graduazione $\alpha\beta$. Quando il conduttore è nella posizione conveniente, le tre verticali $\psi\omega$, *GH* e *CD* giacciono nel medesimo piano: si può facilmente assicurarsene ponendo l'occhio in questo piano davanti a $\psi\omega$.

Il conduttore mobile si trova così posto preventivamente nella posizione in cui deve aversi equilibrio fra le repulsioni dei due conduttori fissi, se tali repulsioni sono esattamente uguali: si provocano allora coteste repulsioni immergendo nel mercurio della vaschetta *ba* e della coppa *n* i fili *ap*, *nq*, che comunicano con le due estremità della pila, e si vede che il conduttore *GH* rimane nella stessa posizione, nonostante la grande mobilità di questo genere di sospensione. Se invece si sposta, anche di pochissimo, l'indice *L*, portando in tal modo *GH* in una posizione nella quale non sia più a uguale distanza dai conduttori fissi *bc*, *kl*, si vede *GH* muoversi non appena si stabiliscano le comunicazioni con la pila, allontanandosi dal conduttore più vicino. Proprio in questo modo io ho verificato, all'epoca in cui ho costruito tale apparecchio, l'uguaglianza delle azioni dei due conduttori fissi, mediante esperienze ripetute più volte con tutte le necessarie precauzioni affinché non potesse più restare alcun dubbio sul loro risultato.

Si può anche dimostrare la stessa legge con un'esperienza molto semplice; basta, per questo, prendere un filo di rame rivestito di seta, avente una porzione rettilinea e l'altra avvolta intorno alla prima in modo che formi qualsiasi sinuosità senza però scostarsene; l'isolamento è assicurato dalla seta che le ricopre. Si verifica allora che un'altra porzione di filo conduttore non ha alcuna azione sull'insieme delle prime due; e poiché ciò avverrebbe parimenti sull'insieme di due fili rettilinei percorsi in sensi contrari da una medesima corrente elettrica (in séguito all'esperienza con la quale si verifica nel modo più semplice il primo caso di equilibrio), si deduce che l'azione di una corrente sinuosa è esattamente uguale a quella di una corrente rettilinea compresa fra le stesse estremità, poiché tanto l'una quanto l'altra di queste due azioni fanno equilibrio all'azione di una

stessa corrente rettilinea della stessa lunghezza, ma diretta in senso contrario [22].

Il terzo caso di equilibrio è quello in cui un circuito chiuso di forma qualsiasi non può mettere in movimento una qualsiasi porzione di un filo conduttore formante un arco di cerchio, il cui centro sia in un asse fisso, perpendicolare al piano del cerchio a cui l'arco appartiene, asse intorno al quale il conduttore sia libero di ruotare.

Su una base *TT'* a forma di tavola (fig. 3) si innalzano due colonne, *EF*, *E'F'*, legate tra loro da due traverse *LL'*, *FF'*; fra queste due traverse è mantenuto in posizione verticale un asse *GH*. Le due estremità *G*, *H* dell'asse, terminanti con due punte aguzze, entrano nei due fori conici praticati l'uno nella traversa inferiore *LL'*, l'altro all'estremità di una vite *KZ*, portata dalla traversa superiore *FF'*, che è destinata a tenere premuto l'asse *GH* senza però forzarlo. In *C* è solidalmente fissato a questo asse un ponticello *QO*, la cui estremità *O* presenta una cerniera nella quale è impegnato, nel suo punto di mezzo, un arco di cerchio *AA'*, formato da un filo metallico, che rimane sempre in posizione

[22] Il Joubert, riportando questo testo di Ampère all'art. trentesimo della *Collection*, annota, relativamente al secondo caso di equilibrio, questo commento: «il sig. J. Bertrand ha mostrato (*Journal de Physique*, tomo III, p. 297, 1874) che il teorema delle "correnti sinuose" preso da Ampère come uno dei quattro teoremi fondamentali, di cui si serve per stabilire la sua formula, è una conseguenza dell'ipotesi che l'azione di due elementi è diretta secondo la retta che li congiunge e del teorema, fornito dal terzo caso di equilibrio, che l'azione di una corrente chiusa su un elemento di corrente è sempre normale all'elemento. Supponiamo, aggiunge il sig. Bertrand, che Ampère avesse verificato ed enunciato prima quest'ultimo teorema e che, con il solo ragionamento, ne avesse dedotto il teorema delle correnti sinuose; egli avrebbe potuto dire: se l'azione di due elementi è, come mi sembra verosimile, diretta secondo la retta che li congiunge, bisogna necessariamente che un conduttore sinuoso eserciti la stessa azione di un conduttore rettilineo che segua la stessa direzione. Il fatto che l'esperienza abbia confermato in séguito questa previsione avrebbe potuto essere considerato, con ragione, come una validissima prova a favore dell'ipotesi che è servita per arrivarvi. L'ordine in cui le verità sono state scoperte e l'epoca nella quale la loro mutua dipendenza è stata segnalata non cambia affatto il loro grado di probabilità».

orizzontale e che ha per raggio la distanza del punto O dall'asse GH. Questo arco è equilibrato da un contrappeso Q, allo scopo di diminuire l'attrito dell'asse GH nei fori conici nei quali sono poste le sue estremità.

Sotto l'arco AA' sono poste due vaschette M, M' piene di mercurio, in modo che la superficie del mercurio, alzandosi

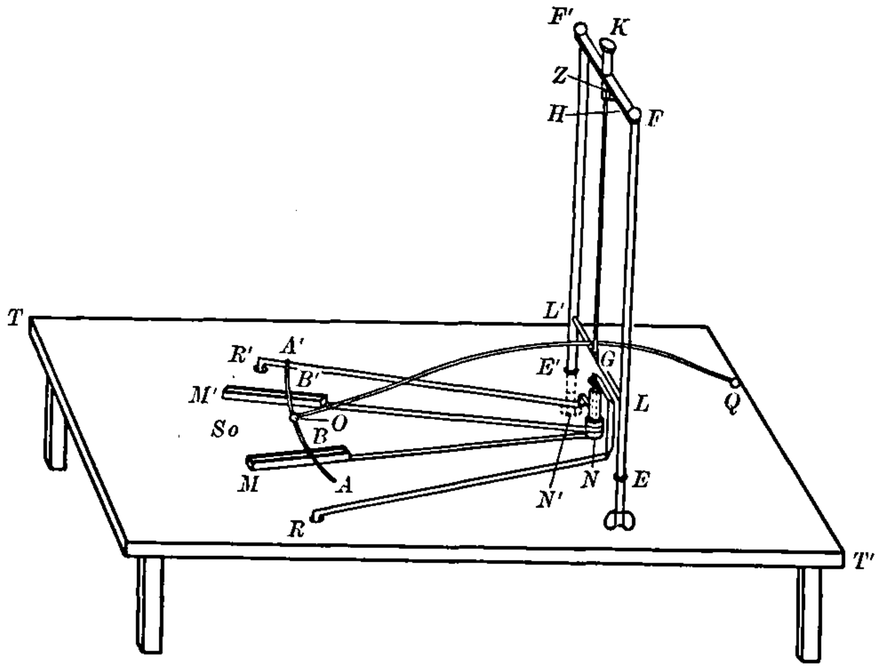


Fig. 3.

al di sopra dei bordi, venga a toccare l'arco AA' in B e B'. Queste due vaschette comunicano, per mezzo dei conduttori metallici MN, $M'N'$, con le coppette P, P', piene di mercurio. La coppetta P e il conduttore MN che la congiunge alla vaschetta M sono fissati ad un asse verticale che è introdotto nella tavola in modo che possa ruotare liberamente. La coppetta P', alla quale è attaccato il conduttore $M'N'$, è attraversata da quello stesso asse, attorno al quale essa può ruotare indipendentemente dall'altra. Essa ne è isolata da un tubo di vetro che circonda l'asse e da una rondella di vetro U che la separa dal conduttore della vaschetta M; si possono disporre i conduttori MN, $M'N'$ in modo da formare l'angolo che si vuole.

Altri due conduttori IR, $I'R'$, fissati alla tavola, si immergono rispettivamente nelle coppette P, P' e le mettono in comunicazione con le cavità R, R' ricavate nella tavola e riempite di mercurio. Infine una terza cavità S, anch'essa piena di mercurio, si trova fra le prime due.

Ecco come si utilizza questo apparecchio. Si immerge uno dei reofori, ad esempio il reoforo positivo, nella cavità R e il reoforo negativo nella cavità S che si mette in comunicazione con la cavità R' per mezzo di un conduttore curvilineo di forma qualsiasi. La corrente segue il conduttore RI, passa nella coppa P, di qui nel conduttore NM, nella vaschetta M, nel conduttore $M'N'$, nella coppa P', nel conduttore $I'R'$ e infine dalla cavità R' nel conduttore curvilineo che comunica con il mercurio della cavità S nella quale è immerso il reoforo negativo.

Con questa disposizione il circuito voltaico totale è formato:

1) dall'arco BB' e dai conduttori MN, $M'N'$;

2) da un circuito composto dalle parti RIP, $P'I'R'$ dell'apparecchio, dal conduttore curvilineo che va da R' a S e dalla pila stessa.

Quest'ultimo circuito deve esercitare la stessa azione di un circuito chiuso, poiché è interrotto soltanto dallo spessore del vetro che isola le due coppe P, P': basterà quindi osservare la sua azione sull'arco BB' per verificare, con l'esperienza, l'azione di un circuito chiuso su un arco, nelle diverse posizioni che si possono dare a ognuno di essi.

Quando, per mezzo della cerniera O, si mette l'arco AA' in posizione tale per cui il suo centro sia fuori dell'asse GH, detto arco si muove e scivola sul mercurio delle vaschette M, M' per opera dell'azione della corrente curvilinea chiusa che va da R' a S. Se invece il suo centro è nell'asse, rimane immobile; se ne deduce che le due porzioni del circuito chiuso che tendono a farlo ruotare in sensi contrari intorno all'asse esercitano su quest'arco momenti di rotazione, il cui valore assoluto è uguale; e ciò qualunque sia l'estensione della parte BB' determinata dall'apertura dell'angolo dei conduttori MN e $M'N'$. Perciò, se si prendono successiva-

mente due archi BB' che differiscano poco l'uno dall'altro, dato che il momento di rotazione è nullo per ciascuno di essi, esso sarà pure nullo per la loro piccola differenza e quindi per qualsiasi elemento di circonferenza il cui centro sia nell'asse. Ne segue che la direzione dell'azione esercitata dal circuito chiuso sull'elemento passa per l'asse ed è necessariamente perpendicolare all'elemento.

Quando l'arco è posto in modo che il suo centro sia sull'asse, le porzioni di conduttore MN, $M'N'$ esercitano sull'arco BB' azioni repulsive uguali e opposte, cosicché non ne può risultare effetto alcuno; e poiché non vi è movimento, si può essere certi che non vi è alcun momento di rotazione prodotto dal circuito chiuso.

Quando l'arco AA' si muove nell'altra posizione, nella quale in un primo tempo l'avevamo supposto, le azioni dei conduttori MN e $M'N'$ non sono più uguali: si potrebbe credere che il movimento sia dovuto soltanto a questa differenza; ma, secondo che si avvicini o si allontani il circuito curvilineo che va da R' a S, il moto aumenta o diminuisce, il che rende indubitabile che il circuito chiuso entra sostanzialmente nel fenomeno osservato.

Poiché questo risultato si ha per qualsiasi lunghezza dell'arco AA' si avrà pure per ogni suo elemento. Possiamo da questo trarre la conseguenza generale che l'azione di un circuito chiuso, o di un insieme di circuiti chiusi qualsiasi, su un elemento infinitamente piccolo di una corrente elettrica, è perpendicolare a questo elemento [23].

Mi rimane ora da parlare di un quarto caso di equilibrio, per mezzo del quale si può giungere alla determinazione dei coefficienti costanti che entrano nella mia formula, senza ricorrere, come avevo fatto in un primo tempo, alle esperienze nelle quali agiscono fra loro un magnete e un filo conduttore. Ecco lo strumento con cui si può fare questa determinazione fondandosi unicamente sull'osservazione di quanto avviene fra due fili conduttori di cui si esamina l'azione mutua.

[23] Vedi anche la Nota II dell'Appendice.

Nella tavola MN (fig. 4) è praticata una cavità A, riempita di mercurio, da cui parte un conduttore fisso $ABCDEFG$ formato da una bandella di rame avente la porzione CDE circolare e le parti CBA e EFG isolate l'una dall'altra dalla seta che le ricopre. In G questo conduttore è saldato a un tubo di rame, sormontato da una coppa I,

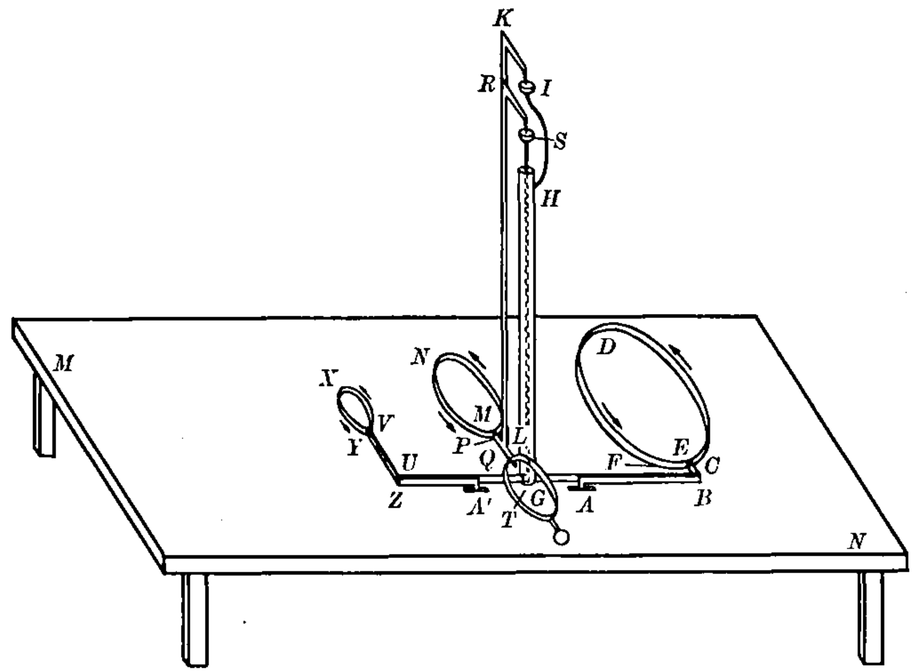


Fig. 4.

che comunica con il tubo attraverso il supporto HI dello stesso metallo. Dalla coppa I parte un conduttore mobile $IKLMNPQRS$ la cui porzione MNP è circolare; esso è ricoperto di seta nelle parti MLK e PQR allo scopo di isolarle l'una dall'altra ed è tenuto orizzontale mediante un contrappeso a fissato su una circonferenza formata intorno al tubo GH da un prolungamento bcg della bandella di rame del conduttore mobile. La coppa S è sostenuta da un'asta ST, avente lo stesso asse di GH, da cui è isolata da una sostanza resinosa che si fa colare dentro il tubo. Il piede dell'asta ST è saldato al conduttore fisso $TUVXYZA'$, che esce dal tubo GH da un'apertura sufficientemente ampia in modo che la resina lo isoli completamente in questo spazio,

come avviene per l'asta ST lungo tutto il tubo GH. Questo conduttore all'uscita dal tubo è rivestito di seta per impedire che la porzione TUV comunichi con YZA'. La porzione VXY è circolare e l'estremità A' pesca in una seconda cavità ricavata nella tavola e piena di mercurio.

I centri O, O', O'' [24] delle tre parti circolari sono allineati; i raggi dei cerchi che esse formano stanno fra loro in proporzione geometrica continua. Si colloca dapprima il conduttore mobile in modo che le distanze OO', $O'O''$ siano nello stesso rapporto dei termini consecutivi della suddetta proporzione; i cerchi O e O' formano così un sistema simile a quello formato dai cerchi O' e O''. Si immerge il reoforo positivo in A e il reoforo negativo in A'; la corrente percorre successivamente i tre cerchi di centro O, O', O'': essi si respingono due a due perché la corrente va in sensi opposti nelle parti vicine.

Scopo dell'esperienza che si esegue con questo strumento è mostrare che il conduttore mobile resta in equilibrio nella posizione nella quale il rapporto tra OO' e $O'O''$ è uguale a quello fra i raggi di due cerchi consecutivi e che, se si sposta il conduttore da tale posizione, esso vi ritorna dopo qualche oscillazione intorno alla stessa [25].

3. *Ricerca della formula che esprime l'azione mutua di due elementi di conduttori voltaici.*

Spiegherò ora come da questi casi di equilibrio si deduce rigorosamente la formula con la quale ho rappresentato l'azione mutua di due elementi di corrente voltaica, mo-

[24] I centri O, O', O'', non indicati nella figura, sono rispettivamente quelli dei cerchi CDE, MNP, VXY.

[25] La descrizione di questa esperienza è stata presentata all'Académie il 25 novembre 1825, ma a tale epoca non era ancora stata eseguita, come è detto alla fine della presente Memoria. Il Joubert osserva che non risulta che questa esperienza sia stata fatta neppure in séguito e nota che del resto sarebbe stato assai difficile attuarla almeno sotto la forma indicata da Ampère. Il sig. Felici (*Il nuovo cimento*, tomo XI, p. 243) l'ha resa più semplice e nello stesso tempo più precisa, ponendo i cerchi verticalmente con i loro centri su una stessa orizzontale.

strando che la forza data da tale formula è la sola agente secondo la retta che congiunge i punti di mezzo degli elementi [26] che possa accordarsi con i dati dell'esperienza. Anzitutto è evidente che l'azione mutua di due elementi di correnti elettriche è proporzionale alla loro lunghezza; infatti, supponendoli divisi in parti infinitamente piccole, uguali ad una loro misura comune, tutte le attrazioni o repulsioni di queste parti necessariamente si sommano, dato che possono essere considerate come dirette secondo una stessa retta. Inoltre questa stessa azione deve essere proporzionale alle intensità delle due correnti. Per esprimere numericamente l'intensità di una corrente qualsiasi si è seguìto il seguente metodo: si è scelta un'altra corrente arbitraria come termine di paragone; si sono presi due elementi uguali in ciascuna di queste correnti; si è cercato il rapporto delle azioni che essi esercitano alla stessa distanza su un medesimo elemento di un'altra corrente, nella posizione parallela e in quella perpendicolare alle rette che congiungono il suo punto di mezzo con i punti di mezzo degli altri due elementi. Tale rapporto sarà la misura di una delle intensità, prendendo l'altra come unità [27].

Indichiamo con i e i' i rapporti delle intensità delle due correnti date alla intensità della corrente presa come unità, e con ds, ds' le lunghezze degli elementi che si considerano in ognuna di esse; la loro azione mutua, quando sono perpendicolari alla linea che congiunge i loro punti di mezzo, paralleli fra di loro e posti all'unità di distanza l'uno dal-

[26] Come abbiamo già accennato, secondo Newton ogni azione attrattiva o repulsiva fra due particelle elementari deve essere diretta secondo la retta che ne congiunge i centri. Ampère accetta questa proposizione come un dato certo, non come una semplice ipotesi.

[27] Mancava ancora una misura ufficiale per l'intensità di corrente e d'altronde era stato soltanto Ampère a definire con esattezza la corrente elettrica. Con l'artificio descritto egli aggira inoltre le gravi difficoltà già accennate in altra occasione, derivanti dalla mancanza di uno strumento sufficientemente preciso per la misura della corrente elettrica e dalla incostanza delle correnti generate dalle pile. Come abbiamo visto nell'art. primo, parte prima di questa Sezione, Ampère fu tuttavia il primo a ideare questo strumento e a chiamarlo *galvanometro*.

l'altro, sarà espressa da $ii'\mathrm{d}s\mathrm{d}s'$; attribuiremo il segno + quando le due correnti, avendo lo stesso senso, si attirano e il segno — nel caso contrario.

Se si volesse rapportare l'azione dei due elementi al peso, si prenderebbe per unità di forza il peso dell'unità di volume di una sostanza qualsiasi. In tal caso però la corrente presa come unità non sarà più arbitraria; essa dovrebbe essere tale che l'attrazione fra due suoi elementi $\mathrm{d}s$, $\mathrm{d}s'$, posti come sopra detto, possa sostenere un peso che stia all'unità di peso come $\mathrm{d}s\mathrm{d}s'$ sta a 1. Determinata questa corrente, il prodotto $ii'\mathrm{d}s\mathrm{d}s'$ designerà il rapporto fra l'attrazione di due elementi di intensità qualunque sempre nella stessa posizione, e il peso che si è scelto quale unità di forza [28].

Ciò posto, consideriamo due elementi comunque situati; la loro azione mutua dipenderà dalle loro lunghezze, dalle intensità delle correnti di cui fanno parte, e dalla loro posizione rispettiva. Questa posizione può essere determinata per mezzo della lunghezza r della retta che congiunge i loro punti di mezzo, degli angoli ϑ e ϑ' che formano, con lo stesso prolungamento di questa retta, le direzioni dei due elementi presi nel senso delle loro rispettive correnti e infine dell'angolo ω formato dai piani condotti per ciascuna di queste direzioni e per la retta che congiunge i punti di mezzo degli elementi.

La considerazione delle diverse attrazioni o repulsioni osservate nella natura mi portava a pensare che la forza, della quale cercavo l'espressione, agisse inoltre in ragione inversa della distanza; per maggiore generalità, la supposi in ragione inversa della potenza n^{esima} di questa distanza,

[28] « L'unità di intensità così definita è l'unità elettrodinamica, rapportata all'unità di peso, per esempio al grammo, preso come unità di forza; essa è dunque uguale all'unità assoluta (C.G.S.) moltiplicata per $\sqrt{g}$ ($g = 981$). D'altra parte si sa che l'unità elettromagnetica (C.G.S.), più comunemente impiegata, è uguale all'unità elettrodinamica moltiplicata per $\sqrt{2}$ e vale 10 ampere. L'unità definita nel testo vale dunque $10\sqrt{\frac{981}{2}} = 221{,}4$ ampere » (Joubert).

essendo n una costante da determinare. Rappresentando con ρ la funzione, incognita, degli angoli ϑ, ϑ', ω ottenni $\frac{\rho\, ii'\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}s'}{r^n}$ come espressione generale dell'azione di due elementi $\mathrm{d}s$, $\mathrm{d}s'$ di due correnti di intensità i, i'. Mi rimaneva da determinare la funzione ρ; a tale scopo ho considerato dapprima due elementi ad, $a'd'$ (fig. 5) paralleli fra loro, perpendicolari alla retta che congiunge i loro punti di mezzo e posti a una distanza qualsiasi r l'uno dall'altro; la loro azione, per quanto ho detto precedentemente, è espressa da $\frac{ii'\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}s'}{r^n}$: ho supposto che ad restasse fisso e che $a'd'$ fosse trasportato parallelamente a sé stesso, in modo che il suo punto di mezzo rimanesse sempre alla stessa distanza da quello di ad; poiché ω è sempre nullo, il valore della loro azione mutua deve dipendere soltanto dagli angoli, sopra indicati con ϑ, ϑ', i quali, in questo caso, sono fra loro uguali o supplementari secondo che le correnti sono direttе nello stesso senso o in sensi opposti: ho così trovato per detto valore $\frac{ii'\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}s'\, \varphi(\vartheta, \vartheta')}{r^n}$. Chiamando k la costante positiva o negativa alla quale si riduce $\varphi(\vartheta, \vartheta')$ quando l'elemento $a'd'$ è in $a'''d'''$ sul prolungamento di ad, e diretto nello stesso senso, ottenni $\frac{kii'\, \mathrm{d}s\, \mathrm{d}s'}{r^n}$ come espressione dell'azione di ad su $a'''d'''$; in questa espressione la costante k rappresenta il rapporto tra l'azione di ad su $a'''d'''$ e l'azione di ad su $a'd'$, rapporto indipendente dalla distanza r, dalle intensità i, i' e dalle lunghezze $\mathrm{d}s$, $\mathrm{d}s'$ dei due elementi che si considerano [29].

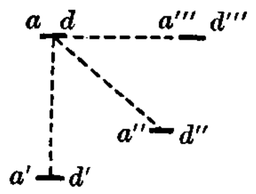


Fig. 5.

[29] A questo proposito osserva giustamente il Joubert che a stretto rigore nulla prova: 1) che la funzione della distanza sia della forma $\frac{1}{r^n}$; 2) che questa forma sia la stessa tanto se l'elemento occupa la posizione ad, quanto se esso occupa la posizione $a'''d'''$ (fig. 5) e che per conseguenza si abbia fra le azioni esercitate nei due casi un rapporto

Questi valori dell'azione elettrodinamica nei due casi più semplici bastano per trovare la forma generale della funzione ρ, partendo dall'esperienza che mostra che l'attrazione di un elemento rettilineo infinitamente piccolo è uguale a quella di un altro elemento sinuoso qualsiasi, terminante alle stesse estremità del primo, e dal seguente teorema che sto per dimostrare: una porzione infinitamente piccola di una corrente elettrica non esercita alcuna azione su un'altra porzione infinitamente piccola di una corrente situata in un piano che passi per il suo punto di mezzo e che sia perpendicolare alla sua direzione. Infatti le due metà del primo elemento producono sul secondo azioni uguali, l'una attrattiva e l'altra repulsiva, perché in una di queste metà la corrente va avvicinandosi e nell'altra allontanandosi dalla perpendicolare comune. Ora queste due forze uguali formano un angolo che tende a 180° quanto più l'elemento tende a zero. La loro risultante è dunque infinitamente piccola in rapporto a dette forze e per conseguenza deve essere trascurata nel calcolo. Ciò posto, siano (fig. 6) $Mm = $ $= ds$ e $M'm' = ds'$ due elementi di correnti elettriche i cui punti di mezzo siano in A e A'; facciamo passare il piano $MA'm$ per la retta AA' che li congiunge e per l'elemento Mm. Sostituiamo alla porzione di corrente ds, che percorre questo elemento, la sua proiezione $Nn = ds \cos\vartheta$ sulla retta AA' e la sua proiezione $Pp = ds \operatorname{sen}\vartheta$ sulla perpendicolare innalzata in A a questa retta nel piano $MA'm$; poi sostituiamo alla porzione di corrente che percorre $M'm'$ la sua proiezione $N'n' = ds' \cos\vartheta'$ sulla retta AA' e la sua proiezione $P'p' = ds' \operatorname{sen}\vartheta'$ sulla perpendicolare ad AA' condotta per

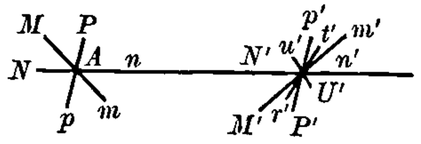


Fig. 6.

costante k indipendente dalla distanza. Nella Nota I in appendice alla presente Memoria, Ampère dà un metodo più generale in cui non si suppone più *a priori* che l'azione varii in ragione inversa di una potenza della distanza.

il punto A' su AA' nel piano $M'Am'$; infine in luogo di quest'ultima consideriamo la sua proiezione $T't' = ds' \operatorname{sen}\vartheta' \cos\omega$ sul piano $MA'm$ e la sua proiezione $U'u' = ds' \operatorname{sen}\vartheta' \operatorname{sen}\omega$ sulla perpendicolare a questo piano condotta per il punto A'; in séguito alla legge sopra enunciata, l'azione dei due elementi ds e ds' sarà uguale a quella dell'insieme delle due porzioni di correnti $ds \cos\vartheta$ e $ds \operatorname{sen}\vartheta$ sull'insieme delle tre porzioni $ds' \cos\vartheta'$, $ds' \operatorname{sen}\vartheta' \cos\omega$, $ds' \operatorname{sen}\vartheta' \operatorname{sen}\omega$; poiché quest'ultima ha il suo punto di mezzo nel piano MAm a cui è perpendicolare, non vi saranno azioni fra questa e le due porzioni $ds \cos\vartheta$, $ds \operatorname{sen}\vartheta$, che giacciono in tale piano. Parimenti, e per la stessa ragione, non potranno aversi azioni fra le porzioni $ds \cos\vartheta$, $ds' \operatorname{sen}\vartheta' \cos\omega$, né fra le porzioni $ds \operatorname{sen}\vartheta$, $ds' \cos\vartheta'$, poiché, immaginando di far passare per la retta AA' un piano perpendicolare al piano $MA'm$, $ds \cos\vartheta$ e $ds' \cos\vartheta'$ si trovano in questo piano e le porzioni $ds' \operatorname{sen}\vartheta' \cos\omega$ e $ds \operatorname{sen}\vartheta$ sono perpendicolari ad esso e hanno i loro punti di mezzo in questo stesso piano. L'azione dei due elementi ds e ds' si riduce quindi alla risultante delle due azioni rimanenti, ossia dell'azione mutua di $ds \operatorname{sen}\vartheta$ e di $ds' \operatorname{sen}\vartheta' \cos\omega$ e di quella di $ds \cos\vartheta$ e di $ds' \cos\vartheta'$; essendo entrambe queste azioni dirette lungo la retta AA' che congiunge i punti di mezzo delle porzioni di correnti fra le quali si esercitano, basta sommarle per avere l'azione mutua dei due elementi ds e ds'. Ora le porzioni $ds \operatorname{sen}\vartheta$ e $ds' \operatorname{sen}\vartheta' \cos\omega$ giacciono in uno stesso piano e sono entrambe perpendicolari alla retta AA'; la loro azione mutua lungo questa retta è dunque, secondo quanto abbiamo or ora visto, uguale a

$$\frac{ii'\, ds\, ds' \operatorname{sen}\vartheta \operatorname{sen}\vartheta' \cos\omega}{r^n}$$

e quella delle due porzioni $ds \cos\vartheta$ e $ds' \cos\vartheta'$, diretta lungo la stessa retta AA', avrà il valore

$$\frac{ii'\, k\, ds\, ds' \cos\vartheta \cos\vartheta'}{r^n}\ ; \qquad [*]$$

di conseguenza l'azione reciproca dei due elementi ds, ds' è necessariamente espressa da

$$\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^n}(\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\vartheta'\cos\omega + k\cos\vartheta\cos\vartheta').\ ^{30}\quad [**]$$

Si può semplificare questa formula introducendovi l'angolo ε dei due elementi al posto di ω; infatti, considerando il triangolo sferico di lati ϑ, ϑ', ε, si ha

$$\cos\varepsilon = \cos\vartheta\cos\vartheta' + \operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\vartheta'\cos\omega\ ;$$

donde

$$\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\vartheta'\cos\omega = \cos\varepsilon - \cos\vartheta\cos\vartheta'\ ;$$

sostituendo nella formula precedente e facendo $k - 1 = h$, essa diventa

$$\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^n}(\cos\varepsilon + h\cos\vartheta\cos\vartheta')\ ;$$

è bene osservare che questa cambia segno quando una sola delle correnti, per esempio quella dell'elemento ds, prende una direzione diametralmente opposta a quella che aveva, poiché in questo caso cos ϑ e cos ε cambiano di segno e cos ϑ' resta con segno invariato. Questo valore dell'azione mutua di due elementi è stato dedotto soltanto sostituendo le proiezioni di un elemento all'elemento stesso; è però facile convincersi che la formula ha valore nel caso più generale in cui si sostituisca a un elemento un contorno poligonale qualsiasi, e per conseguenza un arco qualunque di curva terminante agli stessi estremi, purché tutte le dimensioni del poligono o della curva siano infinitamente piccole.

Invero siano ds_1, ds_2, ... ds_m i diversi lati del poligono infinitamente piccolo sostituito a ds; la direzione AA' potrà sempre essere considerata come quella delle linee che congiungono i centri rispettivi di questi lati con A'.

[30] Questa è la famosa formula fondamentale di Ampère sulle azioni elettrodinamiche: essa fu comunicata nella Memoria del 4 dicembre 1820. In tale formula sono ancora incognite n e k: Ampère le determinerà in séguito, come vedremo tra breve.

Siano ϑ_1, ϑ_2, ...ϑ_m gli angoli che essi fanno rispettivamente con AA' e ε_1, ε_2, ...ε_m quelli che essi formano con $M'm'$; indicando, come d'uso, con Σ una somma di termini della stessa forma, la somma delle azioni dei lati ds_1, ds_2, ... ds_m su ds' sarà

$$\frac{ii'\,ds'}{r^n}(\Sigma ds_1\cos\varepsilon_1 + h\cos\vartheta'\Sigma ds_1\cos\vartheta_1).$$

Ma $\Sigma ds_1\cos\varepsilon_1$ è la proiezione del contorno poligonale sulla direzione di ds', ed è perciò uguale alla proiezione di ds sulla stessa direzione, ossia a ds cos ε; parimenti $\Sigma ds_1\cos\vartheta_1$ è uguale alla proiezione di ds su AA' che è ds cos ϑ; l'espressione dell'azione esercitata su ds' dal contorno poligonale terminante alle estremità di ds sarà dunque

$$\frac{ii'\,ds'}{r^n}(ds\cos\varepsilon + h\,ds\cos\vartheta\cos\vartheta')$$

che è uguale a quella che esprime l'azione di ds su ds'.

Questo risultato, essendo indipendente dal numero dei lati ds_1, ds_2, ...ds_m, si verificherà pure per un arco infinitamente piccolo di una curva qualsiasi.

Analogamente si potrebbe dimostrare che l'azione di ds' su ds può essere sostituita da quella che una curva infinitamente piccola qualsiasi, avente gli stessi estremi di ds', eserciterebbe su ciascuno degli elementi della piccola curva che abbiamo prima sostituito a ds e per conseguenza su questa stessa piccola curva. Perciò la formula che abbiamo trovato esprime che un elemento curvilineo qualunque produce lo stesso effetto della porzione infinitamente piccola di corrente rettilinea avente gli stessi estremi, e ciò qualunque sia il valore delle costanti n e h. L'esperienza con la quale ho verificato questo risultato non può quindi servire a determinare quelle costanti.

Ricorreremo allora agli altri due casi di equilibrio, dei quali già abbiamo parlato. Prima, però, trasformeremo l'espressione precedente sull'azione di due elementi di cor-

renti voltaiche, introducendovi i differenziali parziali della distanza dei due elementi [31].

Siano x, y, z, le coordinate del primo punto, e x', y', z', quelle del secondo; avremo

$$\cos\vartheta = \frac{x-x'}{r}\,\frac{dx}{ds} + \frac{y-y'}{r}\,\frac{dy}{ds} + \frac{z-z'}{r}\,\frac{dz}{ds}$$

$$\cos\vartheta' = \frac{x-x'}{r}\,\frac{dx'}{ds'} + \frac{y-y'}{r}\,\frac{dy'}{ds'} + \frac{z-z'}{r}\,\frac{dz'}{ds'}\,;$$

inoltre

$$r^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2\,;$$

da cui, prendendo successivamente i coefficienti differenziali parziali rispetto a s e s', si avra

$$r\,\frac{dr}{ds} = (x-x')\,\frac{dx}{ds} + (y-y')\,\frac{dy}{ds} + (z-z')\,\frac{dz}{ds}$$

$$r\,\frac{dr}{ds'} = -(x-x')\,\frac{dx'}{ds'} - (y-y')\,\frac{dy'}{ds'} - (z-z')\,\frac{dz'}{ds'}$$

e quindi

$$\cos\vartheta = \frac{dr}{ds}\,, \qquad \cos\vartheta' = -\frac{dr}{ds'}\,.$$

Per avere il valore di $\cos\varepsilon$, osserveremo che

$$\frac{dx}{ds}\,,\ \frac{dy}{ds}\,,\ \frac{dz}{ds} \quad\text{e}\quad \frac{dx'}{ds'}\,,\ \frac{dy'}{ds'}\,,\ \frac{dz'}{ds'}$$

sono i coseni degli angoli che ds e ds' formano con i tre assi, e perciò

$$\cos\varepsilon = \frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'} + \frac{dy}{ds}\cdot\frac{dy'}{ds'} + \frac{dz}{ds}\cdot\frac{dz'}{ds'}\,.$$

[31] La trasformazione in oggetto è stata data da Ampère, per la prima volta, nella Memoria del 10 giugno 1822.

Differenziando rispetto a s' l'equazione precedente che dà $r\,\frac{dr}{ds}$, si trova

$$r\,\frac{d^2r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} = -\frac{dx}{ds}\cdot\frac{dx'}{ds'} - \frac{dy}{ds}\cdot\frac{dy'}{ds'} - \frac{dz}{ds}\cdot\frac{dz'}{ds'} = -\cos\varepsilon\,.$$

Se, nella formula che rappresenta l'azione mutua di due elementi ds, ds', si sostituiscono al posto di $\cos\vartheta$, $\cos\vartheta'$, $\cos\varepsilon$, i valori che abbiamo ora ottenuto, osservando che $1 + h = k$, detta formula diventerà

$$-\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^n}\left(r\,\frac{d^2r}{ds\,ds'} + k\,\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right),$$

espressione che si può mettere sotto la forma

$$-\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^n}\cdot\frac{1}{r^{k-1}}\cdot\frac{d\left(r^k\,\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}\,,$$

oppure finalmente

$$ii'\,r^{1-n-k}\,\frac{d\left(r^k\,\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}\,ds\,ds'\,.$$ [32]

Inoltre a quest'ultima espressione si potrebbe anche dare la forma seguente

$$-\frac{ii'}{1+k}\,r^{1-n-k}\,\frac{d^2\,(r^{1+k})}{ds\,ds'}\,ds\,ds'\,. \qquad [***]$$

4. *Relazione, ricavata dal terzo caso di equilibrio, fra le due costanti incognite che compaiono nella formula.*

Esaminiamo ora quanto si può dedurre dal terzo caso di equilibrio, di cui abbiamo parlato, che dimostra che

[32] Davanti a questa espressione è stato omesso il segno —, ma si tratta evidentemente di un refuso tipografico.

la componente dell'azione di un circuito chiuso qualsiasi su un elemento, lungo la direzione di questo elemento, è sempre nulla, qualunque sia la forma del circuito. Chiamando ds' l'elemento in parola, l'azione di un elemento ds del circuito chiuso su ds' sarà, per quanto precede,

$$-ii'\,ds'\cdot r^{1-n-k}\,\frac{d\left(r^k\frac{dr}{ds'}\right)}{ds}\,ds\,, \qquad [****]$$

ovvero, sostituendo $\frac{dr}{ds'}$ con $-\cos\vartheta'$,

$$ii'\,ds'\,r^{1-n-k}\,\frac{d\,(r^k\cos\vartheta')}{ds}\,ds\,;$$

la componente di tale azione secondo ds' si otterrà moltiplicando questa espressione per $\cos\vartheta'$, e sarà

$$ii'\,ds'\,r^{1-n-k}\cos\vartheta'\,\frac{d\,(r^k\cos\vartheta')}{ds}\,ds\,.$$

L'integrale di questo differenziale, esteso a tutto il circuito s, darà la componente tangente totale e dovrà essere nullo qualunque sia la forma del circuito stesso. Integrando per parti, dopo avere messo l'espressione sotto la forma

$$ii'\,ds'\,r^{1-n-2k}\,r^k\cos\vartheta'\,\frac{d\,(r^k\cos\vartheta')}{ds}\,ds\,,$$

avremo

$$\frac{1}{2}\,ii'\,ds'\,[r^{1-n}\cos^2\vartheta' - (1-n-2k)\int r^{-n}\cos^2\vartheta'\,dr]\,.$$

Il primo termine $r^{1-n}\cos^2\vartheta'$ ai limiti scompare. Per quanto riguarda l'integrale $\int r^{-n}\cos^2\vartheta'\,dr$, è assai facile immaginare un circuito chiuso per il quale esso non si riduca a zero. Infatti, se si taglia questo circuito con superfici sferiche molto avvicinate aventi per centro il punto di mezzo dell'elemento ds', i due punti nei quali ciascuna di queste sfere taglia il circuito dànno lo stesso valore per r e valori uguali e di segno contrario per dr; ma i valori di $\cos^2\vartheta'$ potranno

essere differenti e ci sarà un'infinità di modi per far sì che i quadrati di tutti i coseni relativi ai punti situati da uno stesso lato fra i punti estremi del circuito siano minori di quelli relativi ai corrispondenti punti dell'altro lato; in questo caso l'integrale non si annullerà; e, poiché l'espressione suddetta deve essere nulla, qualunque sia la forma del circuito, bisogna che il coefficiente $1-n-2k$ sia nullo, il che ci dà una prima relazione fra n e k: $1-n-2k=0$ [33].

Prima di cercare una seconda equazione per determinare queste due costanti, proveremo che k è negativo e che, per conseguenza, $n=1-2k$ è maggiore di 1; a tale scopo ricorreremo a un fatto facilmente verificabile con l'esperienza, ossia che un conduttore rettilineo indefinito attrae un circuito chiuso, quando la corrente elettrica di questo circuito è diretta nello stesso senso di quella del conduttore nella parte che è più vicina al circuito, e lo respinge nel caso contrario.

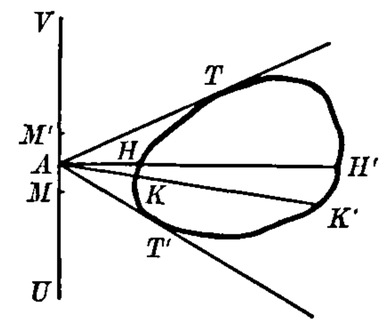


Fig. 7.

Sia UV (fig. 7) il conduttore rettilineo indefinito; per maggior semplicità supponiamo che il circuito chiuso $THKT'K'H'$ sia nello stesso piano del filo conduttore UV, e cerchiamo l'azione esercitata da un elemento qualsiasi MM' di quest'ultimo. Dal punto di mezzo A di questo elemento tiriamo dei raggi vettori a tutti i punti del circuito e cerchiamo l'azione esercitata dall'elemento sul circuito, perpendicolarmente a UV.

La componente perpendicolare a UV dell'azione esercitata da $MM'=ds'$ su un elemento $KH=ds$ si otterrà moltiplicando l'espressione di tale azione per $\operatorname{sen}\vartheta'$; essa sarà dunque, osservando che $1-n-2k=0$,

$$ii'\,ds'\operatorname{sen}\vartheta'\,r^k\,\frac{d\,(r^k\cos\vartheta')}{ds}\,ds$$

[33] Nella Memoria del 10 giugno 1822 Ampère deduceva questa soluzione per altra via, più complicata.

ovvero

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds'\, \text{tang}\, \vartheta' \frac{d\,(r^{2k} \cos^2 \vartheta')}{ds}\, ds\,,$$

espressione che deve essere integrata per tutta l'estensione del circuito. L'integrazione per parti darà

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds'\, (r^{2k}\, \text{sen}\, \vartheta' \cos \vartheta' - \int r^{2k}\, d\vartheta')\,.$$

Poiché il primo termine scompare ai limiti, rimane soltanto

$$-\frac{1}{2}\, ii'\, ds' \int r^{2k} d\vartheta'\,.$$

Considerando ora i due elementi KH, $K'H'$ compresi fra gli stessi due raggi consecutivi, $d\vartheta'$ sarà uguale da una parte e dall'altra, ma dovrà essere preso con segno contrario; cosicché, ponendo $AH = r$, $AH' = r'$, si ha, per l'azione risultante dai due elementi,

$$-\frac{1}{2}\, ii'\, ds' \left[\int (r'^{2k} - r^{2k})\, d\vartheta'\right],$$

nella quale espressione supponiamo che r' sia maggiore di r. Il termine di questo integrale che risulta dall'azione della parte THT' convessa verso UV prevarrà su quello che corrisponde all'azione della parte concava $TH'T'$ se k è negativo; avverrà il contrario se k è positivo, mentre non si avrà alcuna azione se k è nullo. Poiché questi stessi risultati si verificano per tutti gli elementi di UV, ne consegue che la parte convessa verso UV avrà, sul movimento del circuito, influenza maggiore della parte concava se $k < 0$, uguale se $k = 0$, minore se $k > 0$. Ora l'esperienza prova che la parte convessa verso UV ha influenza maggiore: si ha dunque $k < 0$, e perciò $n > 1$, essendo $n = 1 - 2k$.

Se ne deduce la notevole conseguenza che le parti di una stessa corrente rettilinea si respingono; infatti se si pone $\vartheta = 0$, $\vartheta' = 0$, la formula [34] che dà l'attrazione di due elementi

[34] La formula [*] di p. 275.

diventa $kii' \dfrac{ds\, ds'}{r^n}$; e poiché essa è negativa, essendolo k, si ha repulsione. Ho verificato questa conclusione per mezzo della seguente esperienza. Si prende un vaso di vetro PQ (fig. 8) [35] diviso, mediante il diaframma MN, in due scomparti uguali che si riempiono di mercurio; vi si colloca un filo di rame ricoperto di seta $ABCDE$, i cui bracci AB, ED, posti parallelamente al diaframma MN, galleggiano sul mercurio con il quale comunicano le estremità nude A ed E dei bracci stessi. Mettendo i reofori nelle capsule S e T, il cui mercurio comunica con quello del vaso PQ attraverso i pezzi di conduttori hH e kK, si stabiliscono due correnti, ciascuna delle quali ha per conduttore una parte di mercurio e una parte solida; qualunque sia la direzione della corrente, si vede che i due fili AB, ED si muovono sempre parallelamente al diaframma MN allontanandosi dai punti H e K, il che denota una repulsione per ciascun filo fra la corrente che si è stabilita nel mercurio e il suo prolungamento nel filo stesso [36]. A seconda del senso della corrente il movimento del filo di rame è più o meno facile, poiché, in un caso, l'azione esercitata dal globo (terrestre) sulla porzione BCD di questo filo si aggiunge all'effetto ottenuto, mentre nell'altro caso lo diminuisce e deve essere ad esso sottratta.

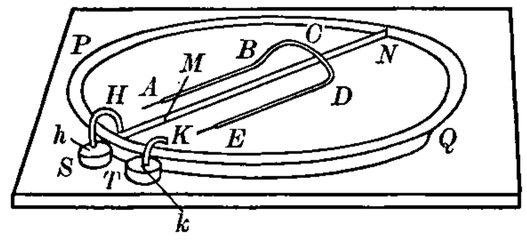


Fig. 8.

[35] Questa esperienza è stata fatta da Ampère a Ginevra nel laboratorio dei De La Rive nell'agosto o nel settembre del 1822.

[36] In realtà ciò non prova che vi sia repulsione fra due elementi di corrente situati in linea retta in prosecuzione l'uno dell'altro, ma soltanto che un circuito percorso da corrente tende ad aumentare l'area da esso abbracciata (cfr. SARTORI, *Ampère*, Brescia, 1946, p. 96).

5. *Formule generali che rappresentano l'azione di un circuito voltaico chiuso o di un sistema di circuiti chiusi su un elemento di corrente elettrica.*

Esaminiamo ora l'azione esercitata da una corrente elettrica formante circuito chiuso o da un sistema di correnti formanti anch'esse circuiti chiusi su un elemento di corrente elettrica.

Prendiamo come origine delle coordinate il punto di mezzo A' (fig. 9) dell'elemento che si è scelto $M'N'$ e chiamiamo con λ, μ, ν gli angoli che esso forma con i tre assi. Sia MN un elemento qualunque della corrente che forma un circuito chiuso, o di una delle correnti che formano parimenti i circuiti chiusi di cui si compone il sistema che si considera; se chiamiamo ds' e ds gli elementi $M'N'$, MN, r la distanza AA' dei loro punti di mezzo e ϑ' l'angolo della corrente $M'N'$ con AA', la formula che abbiamo precedentemente trovato per esprimere l'azione mutua dei due elementi, sostituendo $\frac{dr}{ds}$ con $-\cos\vartheta'$, diventerà

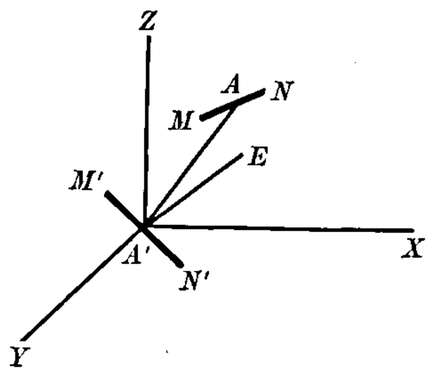


Fig. 9.

$$ii'\,ds'r^k\,\frac{d\,(r^n\cos\vartheta')\,ds}{ds}\,.$$ [37]

[37] A causa di evidenti refusi, il testo originale si deve leggere come segue: ... « sostituendo $\frac{dr}{ds'}$ con $-\cos\vartheta'$ diventerà

$$ii'ds'r^k\,\frac{d\,(r^k\cos\vartheta')\,ds}{ds}\,\text{»}$$

La formula sulla quale opera Ampère è quella che noi abbiamo indicato con [****] a p. 280.

Gli angoli che AA' forma con i tre assi hanno per coseni $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{z}{r}$ e perciò si ha

$$\cos\vartheta' = \frac{x}{r}\cos\lambda + \frac{y}{r}\cos\mu + \frac{z}{r}\cos\nu\,;$$

sostituendo questo valore a $\cos\vartheta'$ e moltiplicando per $\frac{x}{r}$, troveremo come espressione della componente secondo l'asse delle x

$$ii'\,ds'r^{k-1}x\,d(r^{k-1}\,x\cos\lambda + r^{k-1}\,y\cos\mu + r^{k-1}\,z\cos\nu)\,;$$

poiché il segno « d » si riferisce unicamente (all'infuori del fattore ds') ai differenziali presi facendo variare solo s, quest'espressione può anche essere scritta così

$$ii'ds'\left[\cos\lambda\, r^{k-1}x\,d(r^{k-1}x) + \frac{x\cos\mu}{y}\,r^{k-1}y\,d(r^{k-1}y) + \frac{x\cos\nu}{z}\,r^{k-1}z\,d(r^{k-1}z)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\,ii'ds'\left[\cos\lambda\,d(r^{2k-2}x^2) + \frac{x}{y}\cos\mu\,d(r^{2k-2}y^2) + \frac{x}{z}\cos\nu\,d(r^{2k-2}z^2)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\,ii'ds'\left[d\,\frac{x^2\cos\lambda + xy\cos\mu + xz\cos\nu}{r^{n+1}} - \frac{y^2\cos\mu}{r^{n+1}}\,d\,\frac{x}{y} - \frac{z^2\cos\nu}{r^{n+1}}\,d\,\frac{x}{y}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\,ii'ds'\left[d\,\frac{x\cos\vartheta'}{r^n} + \frac{xdy - ydx}{r^{n+1}}\cos\mu - \frac{zdx - xdz}{r^{n+1}}\cos\nu\right],$$

sostituendo $2k-2$ con il suo valore $-n-1$.

Se si rappresentano con r_1, x_1, ϑ'_1, con r_2, x_2, ϑ'_2 i valori di r, x, ϑ' ai due estremi dell'arco s e con X la risultante secondo l'asse delle x di tutte le forze esercitate dagli elementi di quest'arco su ds', si avrà

$$X = \frac{1}{2}\,ii'ds'\left[\frac{x_2\cos\vartheta'_2}{r_2^n} - \frac{x_1\cos\vartheta'_1}{r_1^n} + \cos\mu\int\frac{xdy - ydx}{r^{n+1}} - \cos\nu\int\frac{zdx - xdz}{r^{n+1}}\right].$$

Se questo arco forma un circuito chiuso, r_2, x_2, ϑ'_2 saranno uguali a r_1, x_1, ϑ'_1 ed il valore di X si ridurrà a

$$X = \frac{1}{2}\,ii'\,ds'\left[\cos\mu\int\frac{xdy - ydx}{r^{n+1}} - \cos\nu\int\frac{zdx - xdz}{r^{n+1}}\right].$$

Indicando con Y e con Z le forze secondo gli assi delle y e delle z risultanti dall'azione degli stessi elementi su ds', si troverà, con un calcolo analogo,

$$Y = \frac{1}{2} ii' \, ds' \left[\cos\nu \int \frac{y dz - z dy}{r^{n+1}} - \cos\lambda \int \frac{x dy - y dx}{r^{n+1}} \right]$$

$$Z = \frac{1}{2} ii' \, ds' \left[\cos\lambda \int \frac{z dx - x dz}{r^{n+1}} - \cos\mu \int \frac{y dz - z dy}{r^{n+1}} \right];$$

ponendo

$$\int \frac{y dz - z dy}{r^{n+1}} = A \,, \quad \int \frac{z dx - x dz}{r^{n+1}} = B \,, \quad \int \frac{x dy - y dx}{r^{n+1}} = C,$$

si avrà

$$X = \frac{1}{2} ii' \, ds' \, (C \cos\mu - B \cos\nu) \,,$$

$$Y = \frac{1}{2} ii' \, ds' \, (A \cos\nu - C \cos\lambda) \,,$$

$$Z = \frac{1}{2} ii' \, ds' \, (B \cos\lambda - A \cos\mu) \,.$$

Moltiplicando la prima di queste equazioni per A, la seconda per B e la terza per C, si trova $AX + BY + CZ = 0$. Se si immagina di fare passare per l'origine una retta $A'E$, che formi con gli assi degli angoli i cui coseni siano rispettivamente

$$\frac{A}{D} = \cos\xi_1 \,, \quad \frac{B}{D} = \cos\eta_1 \,, \quad \frac{C}{D} = \cos\zeta_1 \,;$$

ponendo, per brevità

$$\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} = D \,,$$

essa sarà perpendicolare alla risultante R delle tre forze X, Y, Z, la quale forma con gli assi degli angoli i cui coseni sono

$$\frac{X}{R} \,, \quad \frac{Y}{R} \,, \quad \frac{Z}{R} \,,$$

poiché, per l'equazione precedente, si ha

$$\frac{A}{D} \cdot \frac{X}{R} + \frac{B}{D} \cdot \frac{Y}{R} + \frac{C}{D} \cdot \frac{Z}{R} = 0 \,.$$

Bisogna notare che la retta così determinata è del tutto indipendente dalla direzione dell'elemento $M'N'$; invero essa è dedotta immediatamente dagli integrali A, B, C, i quali dipendono soltanto dal circuito chiuso e dalla posizione dei piani coordinati e sono le somme delle proiezioni sui piani coordinati delle aree dei triangoli che hanno come vertice il punto di mezzo dell'elemento ds' e come basi i diversi elementi dei circuiti chiusi s, aree divise per la potenza $n + 1$ del raggio vettore r [38]. La risultante, essendo perpendicolare a questa retta $A'E$, che chiamerò direttrice, si trova, qualunque sia la direzione dell'elemento, nel piano innalzato nel punto A' perpendicolarmente a $A'E$; a questo piano darò il nome di piano direttore. Se si fa la somma dei quadrati di X, Y, Z, si otterrà come valore della risultante dell'azione del circuito unico o dell'insieme dei circuiti considerati

$$R = \frac{1}{2} Dii' \, ds' \, [(\cos\zeta_1 \cos\mu - \cos\eta_1 \cos\nu)^2 + (\cos\xi_1 \cos\nu - \cos\zeta_1 \cos\lambda)^2 + (\cos\eta_1 \cos\lambda - \cos\xi_1 \cos\mu)^2]^{\frac{1}{2}}$$

o, chiamando ε l'angolo dell'elemento ds' con la direttrice,

$$R = \frac{1}{2} Dii' ds' \operatorname{sen} \varepsilon \,. \quad [39]$$

Si può facilmente determinare la componente di questa azione in un piano dato, passante per l'elemento ds' e facente

[38] Interessante la nota del Joubert a questo punto: « Risultato capitale al quale Ampère è giunto nel 1823, in séguito al lavoro di Savary. Lo si trova esposto per la prima volta nella Memoria datata 24 novembre 1823. In uno dei brogliacci di Ampère che si riferiscono a quell'epoca si legge questa frase buttata là in mezzo al calcolo: " Le mie tre grandi cose: le attrazioni, le proiezioni, le aree " ».

[39] Esprimendo le correnti in unità C.G.S. elettromagnetiche si dovrebbe scrivere $R = DII' \, ds' \operatorname{sen} \varepsilon$.

un angolo φ con il piano condotto per ds' e per la direttrice. Infatti, essendo la risultante perpendicolare a quest'ultimo piano, la sua componente sul piano dato sarà

$$R \operatorname{sen} \varphi \quad \text{ossia} \quad \frac{1}{2} Dii' ds' \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} \varphi .$$

Ma $\operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} \varphi$ è uguale al seno dell'angolo ψ formato dalla direttrice con il piano dato; ciò si deduce immediatamente dall'angolo triedro formato da ds', dalla direttrice e dalla sua proiezione sul piano dato. La componente in questo piano avrà quindi come espressione

$$\frac{1}{2} Dii' ds' \operatorname{sen} \psi . \qquad [*]$$

Tale espressione può essere messa sotto un'altra forma osservando che ψ è il complemento dell'angolo formato dalla direttrice con la normale al piano in cui si considera l'azione. Perciò, chiamando con ξ, η, ζ gli angoli che quest'ultima retta forma con i tre assi, si ha

$$\operatorname{sen} \psi = \frac{A}{D} \cos \xi + \frac{B}{D} \cos \eta + \frac{C}{D} \cos \zeta$$

e l'espressione dell'azione diventa

$$\frac{1}{2} ii' ds' (A \cos \xi + B \cos \eta + C \cos \zeta)$$

o ancora

$$\frac{1}{2} Uii' ds'$$

ponendo

$$U = A \cos \xi + B \cos \eta + C \cos \zeta .$$

Si vede che questa azione è indipendente dalla direzione dell'elemento nel piano che si considera. La chiameremo con il nome di azione esercitata in questo piano; poiché tale azione rimane la stessa anche quando si diano successivamente all'elemento diverse direzioni in uno stesso piano, concluderemo che, se l'azione che la Terra esercita su un conduttore mobile in un piano fisso fosse prodotta da correnti elettriche formanti circuiti chiusi le cui distanze dal conduttore fossero così grandi da essere considerate come costanti durante il movimento del conduttore nel piano, essa avrebbe sempre lo stesso valore nelle diverse posizioni prese successivamente dal conduttore; infatti, rimanendo le azioni esercitate su ciascun elemento, di cui esso è composto, sempre costanti e sempre perpendicolari agli elementi stessi, la loro risultante non potrà variare né in grandezza né nella sua direzione rispetto al conduttore. Questa direzione cambierà invece nel piano fisso, poiché segue il movimento del conduttore; è invero quanto si osserva per un conduttore mobile in un piano orizzontale, che venga diretto successivamente verso diversi azimut.

6. *Esperienza per mezzo della quale si verifica una conseguenza di queste formule.*

Si può verificare il suddetto risultato con la seguente esperienza [40]: in un disco di legno $ABCD$ (fig. 10) si scava un canale circolare $KLMN$ nel quale si pongono due vasi di rame KL, MN della stessa forma, che occupino ciascuno quasi la mezza circonferenza del canale, in modo però che rimangano fra di loro due intervalli KN, LM, che si riempiono con un mastice isolante. A ciascun vaso è saldata una delle lamine di rame PQ, RS, incastrate nel disco, che portano le coppe X, Y, destinate a mettere in comunicazione, attraverso il mercurio che contengono, i vasi KL, MN con i reofori di una pila molto forte; nel disco è incastrata un'altra lamina TO, che porta la coppa Z, nella quale si mette pure un po' di mercurio; questa lamina TO

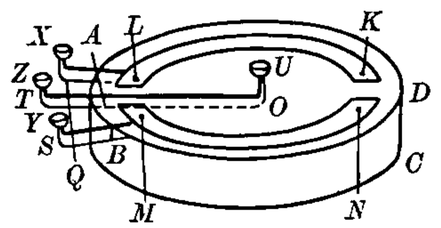


Fig. 10.

[40] La descrizione di questa esperienza è stata comunicata nella Memoria del 22 dicembre 1823 ed è stata pubblicata negli *Annales de Chimie et de Physique*, tomo XXVI, p. 139, 1824.

è saldata, al centro O del disco, a un'asta verticale, sulla quale è saldata una quarta coppa U il cui fondo è munito di un pezzo di vetro o di agata per rendere più mobile l'equipaggio a croce di S. Andrea, di cui parleremo fra poco ed i cui bordi sono sufficientemente alti per poter essere in comunicazione con il mercurio che si mette nella coppa. In questa coppa si introduce la punta V che serve da perno alla croce di S. Andrea $FGHI$ (fig. 11), i cui bracci EG, EI sono uguali fra loro e sono saldati in G e in I alle lamine gxh, iyf, che pescano nell'acqua acidulata dei vasi KL e MN quando la punta V riposa sul fondo della coppa U e sono fissate, con le loro estremità h, f, ai bracci EH, EF, senza tuttavia essere in comunicazione con loro. Queste due lamine sono uguali e simili e piegate ad arco di cerchio di circa 90°. Quando si immergono i reofori, l'uno nella coppa Z, l'altro in una delle due coppe X o Y, la corrente passa soltanto attraverso uno dei bracci della croce di S. Andrea, che si vede allora ruotare sulla punta V per l'azione della Terra; tale rotazione avviene dall'est all'ovest, passando per il sud, quando la corrente va dalla circonferenza verso il centro, e in senso contrario quando la corrente va dal centro alla circonferenza, conformemente alla spiegazione che ho dato di questo fenomeno (vedi nel mio *Recueil d'Observations électrodynamiques*, alla p. 284). Ma, quando si immergono i reofori nelle coppe X e Y, poiché la corrente percorre in senso inverso i due bracci EG, EI, l'equipaggio rimane immobile in qualunque posizione sia stato messo, ad esempio quando un braccio sia parallelo e l'altro perpendicolare al meridiano magnetico, e questo anche quando, battendo leggermente sul disco $ABCD$, si aumenti, per le piccole scosse che ne risultano, la mobilità dello strumento. Piegando un po' i bracci dell'equipaggio intorno al punto E, si possono ottenere differenti angoli, ma il risultato dell'esperienza è sempre lo stesso. Ne segue evidentemente che la forza, con la quale la Terra agisce su una porzione di conduttore perpendicolarmente alla sua direzione per muoverla in un piano orizzontale e, per conseguenza, in un piano di posizione data rispetto al sistema delle correnti terrestri, è la stessa, qualunque sia la direzione in questo piano della porzione di conduttore; questo è appunto il risultato del calcolo che si intendeva verificare.

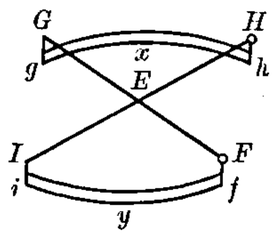


Fig. 11.

È opportuno notare che l'azione delle correnti dell'acqua acidulata sui loro prolungamenti nelle lamine gh, if non turba in alcun modo l'equilibrio dell'apparecchio; si vede infatti facilmente che l'azione in parola tende a far ruotare la lamina gh intorno alla punta V nel senso hxg, e la lamina if del senso fyi, e che, data l'uguaglianza in queste lamine, si hanno due momenti di rotazione uguali e di segno contrario che si elidono.

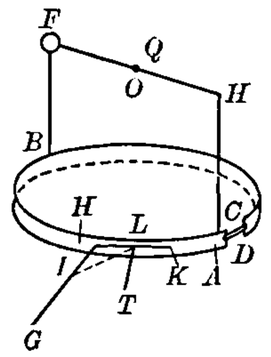


Fig. 12.

È noto che l'esperienza per mezzo della quale si verifica tale azione è dovuta al sig. Savary [41]; essa può essere eseguita più comodamente sostituendo la spirale di filo di rame dell'apparecchio, di cui egli si è servito in un primo tempo, con una lamina circolare dello stesso metallo. Questa lamina ABC (fig. 12) forma un arco di cerchio quasi uguale a una circonferenza intera; ma le sue estremità A e C sono fra loro separate da un pezzo D di sostanza isolante. Si mette una delle sue estremità, ad esempio A, in comunicazione con uno dei reofori per mezzo della punta O che si pone nella coppa S (fig. 13) piena di mercurio; questa è congiunta, per mezzo del filo metallico STR alla coppa R nella quale passa uno dei reofori. La punta O (fig. 12) comunica con l'estremità A per mezzo del filo di rame AEQ il cui prolungamento QF sostiene in F la lamina ABC mediante un anello di sostanza isolante, che circonda in quel punto il filo di rame. Quando la punta O poggia sul fondo della coppa S (fig. 13), la lamina ABC (fig. 12) pesca nell'acqua acidulata conte-

[41] Vedi nota 1, p. 229.

nuta nel vaso di rame *MN* (fig. 13) che comunica con la coppa *P*, ove si porta l'altro reoforo. Si vede allora la lamina suddetta ruotare nel senso *CBA* e, purché la pila sia sufficientemente forte, il senso del movimento si mantiene sempre uguale anche quando si invertono le comunicazioni con la pila, scambiando reciprocamente i due reofori della coppa *P* e della coppa *R*; questo prova che il movimento non è dovuto all'azione della Terra ma soltanto

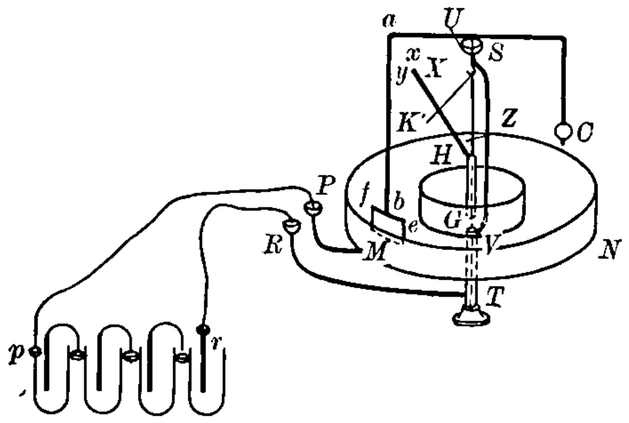


Fig. 13.

all'azione che le correnti dell'acqua acidulata esercitano sulla corrente della lamina circolare *ABC* (fig. 12); questa azione è sempre repulsiva, perché, se *GH* rappresenta una delle correnti dell'acqua acidulata che si prolunga in *HK* nella lamina *ABC*, qualunque sia il senso di questa corrente, essa percorrerà evidentemente uno dei lati dell'angolo *GHK* avvicinandosi al vertice *H* e l'altro allontanandosene. Affinché si manifesti il movimento che si osserva in questo caso, occorre però che la repulsione fra due elementi, l'uno in *I* e l'altro in *L*, avvenga secondo la retta *IL*, obliqua rispetto all'arco *ABC*, e non secondo la perpendicolare *LT* all'elemento situato in *L*; infatti una forza diretta secondo questa perpendicolare non potrebbe imprimere alcun movimento di rotazione alla parte mobile dell'apparecchio, poiché la direzione di tale perpendicolare incontra la verticale condotta per il punto *O*, attorno alla quale detta parte mobile può ruotare.

Ho detto che, quando ci si vuole assicurare che il movimento di questo apparecchio non è prodotto dall'azione della Terra, verificando che esso continua a manifestarsi nello stesso senso se si invertono le comunicazioni con la pila scambiando i reofori delle coppe, bisogna usare una pila che sia molto forte; infatti è impossibile, con la descritta disposizione di conduttore mobile, impedire che la Terra agisca sul filo verticale *AE* per portarlo all'ovest quando la corrente è ascendente, all'est quando la corrente è discendente, e sul filo orizzontale *EQ*, per farlo ruotare intorno alla verticale passante per il punto *O*, nel senso diretto est, sud, ovest quando la corrente va da *E* a *Q* avvicinandosi al centro di rotazione, e nel senso inverso ovest, sud, est quando la corrente va da *Q* a *E* allontanandosi dal centro stesso [a]. La prima di dette azioni è poco sensibile, almeno fin che si dà al filo verticale *AE* soltanto la lunghezza necessaria per la stabilità del conduttore mobile sulla punta *O*; ma la seconda azione è determinata dalle dimensioni dell'apparecchio; e poiché essa cambia di senso quando si invertono le comunicazioni con la pila, in una delle disposizioni di comunicazioni si somma con l'azione esercitata dalle correnti dell'acqua acidulata, mentre nell'altra ne

a. Vedasi, su questi due generi di azioni esercitate dal globo terrestre, quanto è detto nel mio *Recueil d'Observations électrodynamiques*, pp. 280, 284 [42].

[42] Ecco il passo citato, tratto dalla *Memoria sull'azione che esercita il globo terrestre su una parte mobile del circuito voltaico*, del sig. De La Rive figlio (letta alla Società di Fisica e Storia Naturale di Ginevra il 4 settembre 1822):

« Si trova che l'azione che la corrente fissa *EO* esercita su correnti mobili, siano esse verticali o orizzontali, è assolutamente uguale a quella che il globo terrestre esercita su simili correnti; per conseguenza quest'ultima può essere attribuita a correnti elettriche dirette dall'Est all'Ovest sul globo, ma con un'intensità molto più considerevole verso l'equatore magnetico, in modo che si possa sostituire la corrente *EO* delle figg. 9 e 10 con una corrente diretta dall'Est all'Ovest in questo equatore e che produca gli effetti osservati sulle correnti mobili situate nell'emisfero settentrionale della superficie della Terra. Poiché la supposizione della corrente diretta sul globo dall'Est all'Ovest all'equatore magnetico spiega i due fatti generali, rende ragione per conseguenza di tutti i fatti particolari ».

viene sottratta; perciò il movimento osservato è sempre più rapido in un caso che nell'altro; tale differenza è tanto più sensibile quanto più la corrente della pila è debole, poiché, nella misura in cui la sua intensità diminuisce, essendo l'azione elettrodinamica, a parità di altre condizioni, proporzionale al prodotto delle intensità delle due porzioni di corrente che agiscono l'una sull'altra, l'azione fra le correnti dell'acqua acidulata e quelle della lamina ABC diminuisce come il quadrato della loro intensità, mentre, dato che l'intensità delle correnti terrestri rimane invariata, la loro azione sulle correnti della lamina diminuisce soltanto proporzionalmente all'intensità di queste. Nella disposizione di comunicazioni con la pila, nella quale queste azioni sono opposte, l'azione del globo, man mano che l'energia della pila diminuisce, tende sempre più a distruggere l'azione delle correnti dell'acqua acidulata e, quando l'energia della pila fosse divenuta piccolissima, si vedrebbe l'apparecchio fermarsi e poi ruotare in senso contrario. L'esperienza condurrebbe così a una conclusione opposta a quella che si voleva dimostrare, poiché, essendo l'azione della Terra diventata preponderante, si potrebbe non riconoscere l'esistenza dell'azione delle correnti dell'acqua acidulata. Del resto la prima di queste azioni è sempre nulla sulla lamina circolare ABC, perché, agendo la Terra come un sistema di correnti chiuse, la forza che essa esercita su ogni elemento è perpendicolare alla direzione di questo elemento e quindi passa per la verticale condotta nel punto O; per conseguenza non può tendere a far ruotare intorno a questa il conduttore mobile.

7. *Applicazione delle formule precedenti a un circuito circolare.*

Applichiamo ora, a titolo di esempio, le formule precedenti al caso in cui il sistema si riduca ad una sola corrente circolare chiusa.

Quando il sistema è composto da una sola corrente che percorre una circonferenza di raggio qualsiasi m, il calcolo si semplifica prendendo come piano delle xy il piano con-

dotto per l'origine delle coordinate, ossia per il punto di mezzo A dell'elemento ab (fig. 14), parallelamente al piano del cerchio; e come piano delle xz quello condotto perpendicolarmente al piano del cerchio per l'origine stessa e per il centro O.

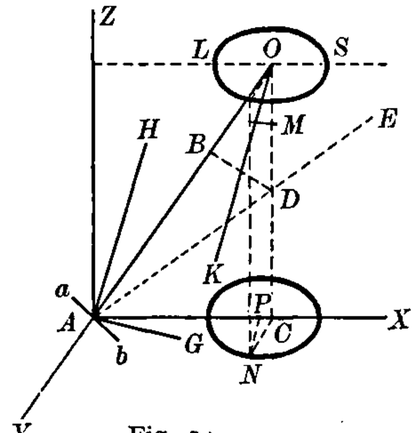


Fig. 14.

Siano p e q le coordinate del centro O; supponiamo che il punto C sia la proiezione di O sul piano delle xy, N la proiezione di un punto qualunque M del cerchio, e chiamiamo ω l'angolo ACN; se si abbassa NP perpendicolarmente a AX, le tre coordinate x, y, z del punto M saranno MN, NP, AP, e si troveranno facilmente come loro valori:

$$z = q \quad , \quad y = m \operatorname{sen} \omega \quad , \quad x = p - m \cos \omega \, .$$

Le quantità che avevamo indicato con A, B, C, rispettivamente uguali a

$$\int \frac{y\mathrm{d}z - z\mathrm{d}y}{r^{n+1}} \, , \quad \int \frac{z\mathrm{d}x - x\mathrm{d}z}{r^{n+1}} \, , \quad \int \frac{x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x}{r^{n+1}} \, ,$$

diventeranno

$$A = -mq \int \frac{\cos \omega \mathrm{d}\omega}{r^{n+1}}$$

$$B = \quad mq \int \frac{\operatorname{sen} \omega \mathrm{d}\omega}{r^{n+1}}$$

$$C = \quad mp \int \frac{\cos \omega \mathrm{d}\omega}{r^{n+1}} - m^2 \int \frac{\mathrm{d}\omega}{r^{n+1}} \, .$$

Se si integrano per parti i due termini che contengono sen ω e cos ω, ponendo mente che

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 = q^2 + p^2 + m^2 - 2mp \cos \omega \, ,$$

si ha

$$dr = \frac{mp\,\text{sen}\,\omega d\omega}{r}\,;$$

se si sopprimono i termini che sono nulli perché questi integrali debbono essere estesi da $\omega = 0$ a $\omega = 2\pi$ e se si mettono i valori di A, B, C così trovati nell'espressione di U

$$U = A\cos\xi + B\cos\eta + C\cos\zeta\,,$$

si otterrà

$$U = m\left[(n+1)\,(p^2\cos\zeta - pq\cos\xi)\int\frac{\text{sen}^2\,\omega d\omega}{r^{n+3}} - \cos\zeta\int\frac{d\omega}{r^{n+1}}\right].$$

Ora l'angolo ξ può essere espresso in funzione di ζ; infatti, chiamando h la perpendicolare OK abbassata dal centro O sul piano bAG rispetto al quale si calcola il valore di U, si avrà $h = q\cos\zeta + p\cos\xi$, e quindi il valore di U diventerà

$$U = m^2\left\{(n+1)\,[(p^2+q^2)\cos\zeta - hq]\int\frac{\text{sen}^2\,\omega d\omega}{r^{n+3}} - \cos\zeta\int\frac{d\omega}{r^{n+1}}\right\}.$$

8. *Semplificazione di queste formule quando il diametro del circuito circolare sia piccolissimo.*

Il calcolo di questa espressione diventa molto semplice nel caso in cui il raggio m sia piccolissimo in relazione alla distanza l dall'origine A al centro O; infatti, se la si sviluppa in serie secondo le potenze di m, si vede che, quando si trascurino le potenze di m superiori a 3, i termini in m^3 scompaiono entro i limiti 0, 2π, e quelli in m^2 si ottengono sostituendo r con $l = \sqrt{p^2+q^2}$; rimangono da calcolare soltanto i valori di

$$\int\text{sen}^2\,\omega d\omega \quad \text{e di} \quad \int d\omega \quad \text{estesi fra } \omega = 0 \text{ e } \omega = 2\pi\,;$$

essi sono π per la prima, 2π per la seconda; quindi il valore di U si riduce a

$$U = \pi m^2\left[\frac{(n-1)\cos\zeta}{l^{n+1}} - \frac{(n+1)\,hq}{l^{n+3}}\right].$$

9. *Applicazione a un circuito piano formante una curva chiusa qualsiasi, prima nel caso in cui tutte le dimensioni siano piccolissime e poi nel caso in cui queste dimensioni siano di grandezza qualsiasi.*

Per maggiore generalità supponiamo ora che la corrente chiusa, anziché essere circolare, abbia una forma qualunque, ma tuttavia sempre piana e molto piccola.

Sia MNL (fig. 15) un piccolissimo circuito chiuso e piano, la cui area sia λ e che agisca su un elemento situato nel-

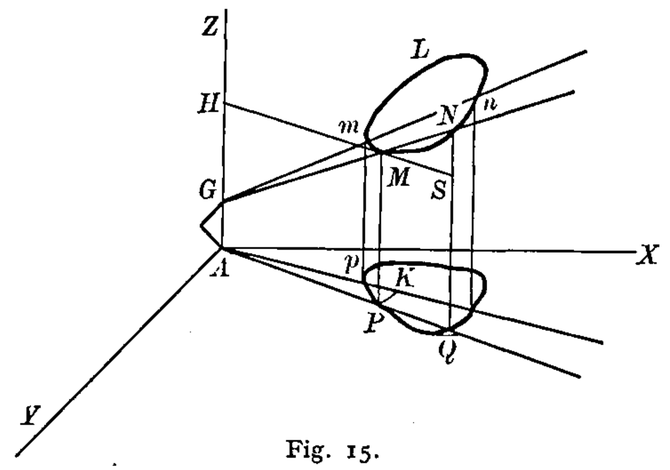


Fig. 15.

l'origine A. Suddividiamo la sua superficie in elementi infinitamente piccoli, per mezzo di piani passanti per l'asse delle z; sia APQ la traccia di uno di questi piani e M, N i suoi punti di incontro con il circuito λ, proiettati sul piano delle xy in P e Q. Prolunghiamo la corda MN fino all'asse delle z in G; abbassiamo da A una perpendicolare $AE = q$ sul piano del circuito e congiungiamo E con G. Sia Apq la traccia di un piano, infinitamente vicino al primo, che formi con questo un angolo $d\varphi$; poniamo $AP = u$ e $PQ = \delta u$. L'azione del circuito sull'elemento in A dipende, come abbiamo visto, dai tre integrali A, B, C, che ora calcoleremo. Consideriamo dapprima C, il cui valore è

$$C = \int\frac{x dy - y dx}{r^{n+1}} = \int\frac{u^2 d\varphi}{r^{n+1}}\,.$$

Questo integrale è relativo a tutti i punti del circuito e se si considerano simultaneamente i due elementi, che sono compresi fra i due piani vicini $AGNQ$ e $AGnq$ e che si riferiscono a valori uguali e di segno contrario di $d\varphi$, si vede che le azioni di questi due elementi debbono essere sottratte l'una all'altra e che l'azione dell'elemento che è più vicino ad A è la più forte. Osservando che, per avere l'azione di quello più lontano, occorre sostituire u e r con $u + \delta u$ e $r + \delta r$, si trova

$$C = \int \frac{u^2 d\varphi}{r^{n+1}} - \int \frac{(u+\delta u)^2\, d\varphi}{(r+\delta r)^{n+1}} ;$$

i due integrali devono essere presi fra i due valori di φ relativi ai punti estremi L, L' fra i quali è compreso il circuito.

La differenza di questi due integrali può essere considerata come la variazione del primo preso con segno contrario, qualora si trascurino tutte le potenze delle dimensioni del circuito aventi esponenti superiori a uno; ne segue

$$C = -\delta \int \frac{u^2 d\varphi}{r^{n+1}} = \int \left[\frac{(n+1)\, u^2 \delta r}{r^{n+2}} - \frac{2u\delta u}{r^{n+1}} \right] d\varphi .$$

Ma

$$r^2 = u^2 + z^2,$$

donde

$$\delta r = \frac{u\delta u + z\delta z}{r} .$$

D'altronde, poiché l'angolo ZAE è uguale a ζ, si ha

$$AG = \frac{q}{\cos\zeta} , \quad GH = z - \frac{q}{\cos\zeta} ,$$

e, dai triangoli simili MHG, MSN,

$$MH : MS = GH : NS ,$$

cioè

$$u : \delta u = z - \frac{q}{\cos\zeta} : \delta z ;$$

ricavando da questa proporzione il valore di δz e introducendolo [43] nell'espressione di δr, si ottiene

$$\delta z = \frac{z\cos\zeta - q}{u\cos\zeta}\, \delta u ,$$

$$\delta r = \frac{(u^2 + z^2)\cos\zeta - qz}{ur\cos\zeta}\, \delta u = \frac{r^2\cos\zeta - qz}{ur\cos\zeta}\, \delta u$$

e, sostituendo questo valore in quello di C, si ha

$$C = \int \left[\frac{(n+1)\,(r^2\cos\zeta - qz)}{r^{n+3}\cos\zeta} - \frac{2}{r^{n+1}} \right] u\delta u d\varphi =$$

$$= \int \left[\frac{n-1}{r^{n+1}} - \frac{(n+1)\,qz}{r^{n+3}\cos\zeta} \right] u\delta u d\varphi .$$

Essendo il circuito piccolissimo, si possono considerare i valori di r e di z come costanti ed uguali, ad esempio, a quelli che si riferiscono al centro di gravità dell'area del circuito, in modo che i termini di terz'ordine scompaiano; rappresentando questi valori con l e z_1, l'integrale suddetto prende la forma

$$C = \left[\frac{n-1}{l^{n+1}} - \frac{(n+1)\,qz_1}{l^{n+3}\cos\zeta} \right] \int u d\varphi \delta u .$$

Ma $u d\varphi$ è l'arco PK descritto facendo centro in A e con raggio u, e $PQ = \delta u$; quindi $u d\varphi \cdot \delta u$ è l'area infinitamente piccola $PQpq$, e l'integrale $\int u d\varphi \delta u$ esprime l'area totale della proiezione del circuito, cioè $\lambda \cos\zeta$, poiché ζ è l'angolo del piano del circuito con il piano delle xy; si avrà dunque in definitiva

$$C = \left[\frac{(n-1)\cos\zeta}{l^{n+1}} - \frac{(n+1)\,qz_1}{l^{n+3}} \right] \lambda .$$

[43] Evidentemente si deve leggere

$$u : \delta u = \left(z - \frac{q}{\cos\zeta} \right) : \delta z .$$

Si otterranno valori analoghi per B e A, ossia

$$B = \left[\frac{(n-1)\cos\eta}{l^{n+1}} - \frac{(n+1)qy_1}{l^{n+3}}\right]\lambda,$$

$$A = \left[\frac{(n-1)\cos\xi}{l^{n+1}} - \frac{(n+1)qx_1}{l^{n+3}}\right]\lambda.$$

Si vengono così a conoscere gli angoli che la direttrice forma con gli assi, poiché i loro coseni valgono $\frac{A}{D}$, $\frac{B}{D}$, $\frac{C}{D}$, ove

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}.$$ [44]

Per quanto riguarda la forza prodotta dall'azione del circuito sull'elemento posto all'origine, la sua espressione è, come abbiamo visto sopra, $\frac{1}{2}\, ii'\mathrm{d}s'\, D \operatorname{sen}\varepsilon$, essendo ε l'angolo che tale elemento forma con la direttrice, alla quale questa forza è perpendicolare come lo è alla direzione dell'elemento.

Nel caso in cui il piccolo circuito che si considera sia nello stesso piano [45] dell'elemento ds′ su cui agisce, si ha, prendendo questo piano come quello delle xy,

$$q = 0, \quad \cos\zeta = 1, \quad \cos\eta = 0, \quad \cos\xi = 0$$

e perciò

$$A = 0, \qquad B = 0, \qquad C = \frac{n-1}{l^{n+1}}\lambda;$$

D si riduce a C; ε diventa uguale a $\frac{\pi}{2}$ e l'azione del circuito sull'elemento ds diventa

$$\frac{n-1}{2} \cdot \frac{ii'\,\mathrm{d}s'\lambda}{l^{n+1}}.$$

Esporrò ora un nuovo modo di considerare l'azione dei circuiti piani di forma e grandezza qualsiasi.

Sia un circuito piano qualunque MNm (fig. 16); suddividiamo la sua superficie in elementi infinitamente piccoli

[44] Vedi anche la Nota IV in appendice.

[45] Memoria del 21 novembre 1825.

con rette parallele tagliate da un secondo sistema di parallele facenti angoli retti con le prime e immaginiamo che intorno a ciascuna di queste aree infinitamente piccole circolino delle correnti dirette nello stesso senso della corrente MNm. Tutte le parti di queste correnti che si troveranno lungo le linee rette si elideranno, perché ve ne saranno due di segno contrario percorrenti la stessa retta; rimarranno perciò soltanto le parti curvilinee di queste correnti, quali MM', mm', le quali formano il circuito totale MNm [46].

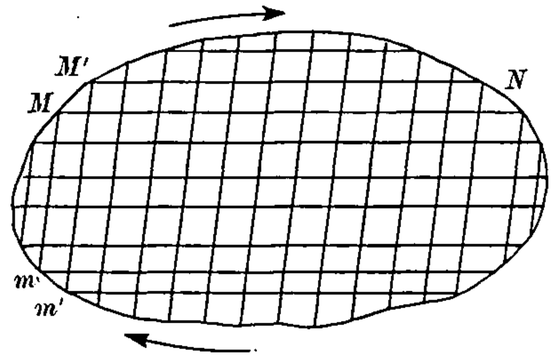


Fig. 16.

Ne viene di conseguenza che i tre integrali A, B, C si possono ottenere, per un circuito piano di grandezza finita, sostituendo, nei valori che abbiamo trovato sopra per queste tre quantità, in luogo di λ un elemento qualunque dell'area del circuito che noi possiamo rappresentare con $\mathrm{d}^2\lambda$ e facendo l'integrazione estesa a tutta l'area.

Quando, ad esempio, l'elemento è situato nello stesso piano del circuito e si assume questo piano come il piano delle xy, si ha

$$A = 0, \qquad B = 0, \qquad C = (n-1)\iint \frac{\mathrm{d}^2\lambda}{l^{n+1}}$$

[46] La fig. 16 è rimasta classica: si può dire che non vi sia trattato di Elettrotecnica non recentissimo che non la riporti per la dimostrazione dell'equivalenza di una spira percorsa da una corrente elettrica con una lamina magnetica. Ma, osserva giustamente in proposito il SARTORI (*op. cit.*, p. 107): «Questa nozione avrà poi per tutto il secolo ed anche nel successivo una straordinaria immeritata fortuna, ma non per essere usata, come fece Ampère, quale utile strumento di lavoro, bensì per portare la teoria del magnetismo su una via che soltanto di recente è stata riconosciuta come inutilmente complicata e ben poco adatta a preservare da errori. Perciò ora, abbandonando le masse magnetiche, si è in sostanza tornati alle più pure fonti della teoria di Ampère».

e il valore della forza diventa

$$\frac{n-1}{2}\, ii'\, ds' \iint \frac{d^2\lambda}{l^{n+1}};$$

donde segue che, se da ciascuno dei punti dell'area del circuito si innalza una perpendicolare uguale a $\frac{1}{l^{n+1}}$, il volume del prisma, che ha per base il circuito e che è limitato dalla superficie formata dalle estremità di queste perpendicolari, rappresenta il valore di $\iint \frac{d^2\lambda}{l^{n+1}}$; questo volume moltiplicato per $\frac{n-1}{2}\, ii'\, ds'$ esprimerà l'azione cercata.

Sarà bene osservare che, essendo il problema ridotto alla cubatura di un solido, si potranno adottare il sistema di coordinate e la divisione in elementi dell'area del circuito che portino alla massima semplificazione dei calcoli.

10. *Azione mutua di due circuiti chiusi situati in uno stesso piano, dapprima nel caso in cui tutte le dimensioni siano piccolissime, poi nel caso in cui questi due circuiti siano di forma e grandezza qualsiasi.*

Passiamo alla mutua azione di due circuiti piccolissimi O e O' posti in uno stesso piano. Sia MN un elemento ds' qualunque del secondo. L'azione del circuito O su ds' è, secondo quanto abbiamo visto precedentemente,

$$\frac{n-1}{2}\, \frac{ii'\, ds'\lambda d\varphi}{r^{n+1}}.$$

Chiamando $d\varphi$ l'angolo MNO e tracciando l'arco MP fra i lati di quest'angolo, si potranno sostituire alla piccola corrente MN le due correnti MP, NP le cui lunghezze sono rispettivamente $rd\varphi$ e dr; l'azione del circuito O sull'elemento MP, che è normale alla sua direzione, si otterrà sostituendo nell'espressione precedente ds' con MP, e sarà

$$\frac{n-1}{2}\, \frac{ii'\lambda d\varphi}{r^n};$$

parimenti l'azione su NP, perpendicolare alla sua direzione, sarà

$$\frac{n-1}{2}\, \frac{ii'\lambda dr}{r^{n+1}}.$$

Quest'ultima espressione integrata per tutta l'estensione del circuito chiuso O' è nulla; basta considerare la prima che è diretta verso il punto O, donde risulta già che l'azione dei due piccoli circuiti è diretta secondo la retta che li congiunge.

Prolunghiamo i raggi OM, ON fino a incontrare la curva in M' e N'; l'azione di $M'N'$ dovrà essere sottratta da quella di MN e l'azione risultante si otterrà prendendo, come è stato fatto prima, la variazione di quella di MN con segno contrario, il che dà

$$\frac{n(n-1)}{2}\, \frac{ii'\lambda d\varphi\, \delta r}{r^{n+1}} \quad \text{oppure} \quad \frac{n(n-1)}{2}\, \frac{ii'\lambda r d\varphi \delta r}{r^{n+2}}.$$

Ora $rd\varphi\delta r$ è la misura del segmento infinitamente piccolo $MNN'M'$. Facendo la somma di tutte le espressioni analoghe relative ai diversi elementi del circuito O', considerando r come costante e uguale alla distanza fra i centri di gravità delle aree λ e λ' dei due circuiti, si avrà come azione che esercitano l'uno sull'altro

$$\frac{n(n-1)}{2}\, \frac{ii'\lambda\lambda'}{r^{n+2}},$$

azione che è diretta secondo la retta OO'. Da tutto ciò risulta che si può ottenere l'azione mutua di due circuiti finiti posti in uno stesso piano considerando le loro aree come suddivise in elementi infinitamente piccoli in tutti i sensi e supponendo che questi elementi agiscano l'uno sull'altro secondo la retta che li congiunge, in ragione diretta della loro superficie e in ragione inversa della potenza $n+2$ della loro distanza.

Poiché l'azione mutua delle correnti chiuse è così funzione della sola distanza, si deduce l'importante conseguenza che da tale azione non può mai derivare un moto di rotazione continuo [47].

[47] Vedi anche in séguito i §§ 21 e 24 e l'art. quarto, parte prima di questa Sezione.

11. *Determinazione delle due costanti incognite che entrano nella formula fondamentale.*

La formula che abbiamo testé trovato per ridurre l'azione mutua di due circuiti chiusi e piani a quella degli elementi delle aree di questi circuiti conduce alla determinazione del valore di n. Infatti, se si considerano due sistemi simili composti di due circuiti chiusi e piani, gli elementi simili delle loro aree saranno proporzionali ai quadrati delle linee omologhe e le distanze di questi elementi saranno proporzionali alle prime potenze di queste stesse linee. Chiamando m il rapporto delle linee omologhe dei due sistemi, le azioni dei due elementi del primo sistema e dei loro corrispondenti del secondo saranno rispettivamente

$$\frac{n\,(n-1)}{2}\,\frac{ii'\lambda\lambda'}{r^{n+2}} \quad \text{e} \quad \frac{n\,(n-1)}{2}\,\frac{ii'\lambda\lambda' m^4}{r^{n+2}m^{n+2}}\,;$$

il loro rapporto e quindi quello delle azioni totali sarà dunque m^{2-n}. Ma noi abbiamo in precedenza descritto un'esperienza [48] secondo la quale si può dimostrare che queste due azioni sono uguali; perciò bisogna che sia $n = 2$ e, in virtù dell'equazione $1 - n - 2k = 0$, che sia $k = -\frac{1}{2}$. Questi valori di n e di k riducono l'espressione

$$-\frac{ii'}{1+k}\,r^{1-n-k}\,\frac{\mathrm{d}^2\,(r^{1+k})}{\mathrm{d}s\mathrm{d}s'}\,\mathrm{d}s\mathrm{d}s'$$

dell'azione mutua di $\mathrm{d}s$ e $\mathrm{d}s'$ alla forma seguente [49]

$$-\frac{2ii'}{\sqrt{r}}\,\frac{\mathrm{d}^2\sqrt{r}}{\mathrm{d}s\mathrm{d}s'}\,\mathrm{d}s\mathrm{d}s'\,. \qquad [*****]$$

[48] Si tratta del quarto caso di equilibrio descritto al § 2 (fig. 4, p. 269). A questo punto il Joubert annota: «La collezione delle carte di Ampère comprende un brogliaccio nel quale egli sostituisce questa quarta esperienza con un'esperienza equivalente, più semplice: essa consiste nel fare agire una corrente rettilinea indefinita MN su due porzioni verticali e parallele AB, CD (fig. 4 *bis*) di un quadro mobile e nel verificare che l'equilibrio si ha quando le distanze della corrente dai due segmenti AB e CD sono proporzionali alle lunghezze di questi segmenti. Affinché l'equilibrio sia stabile, è necessario operare per repulsione. Questa esperienza è

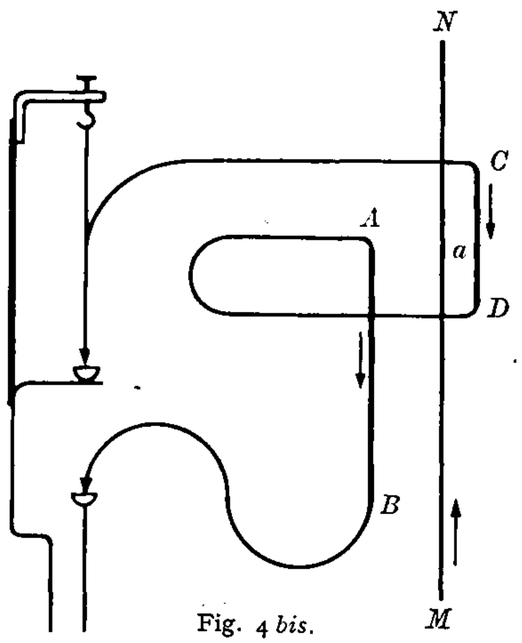


Fig. 4 *bis*.

stata usata da Lamé (*Cours de Physique à l'Ecole Polytechnique*, 2ª ediz., tomo III, p. 235, 1840) per stabilire la formula fondamentale e per questo gli fu attribuita. Le azioni esercitate sulle parti orizzontali si elidono; per una delle porzioni verticali situate alla distanza a si ha $\omega = 0$, $\vartheta = \vartheta'$ e per conseguenza l'azione di un elemento $\mathrm{d}s$ di corrente indefinita sulla porzione l risulta

$$ii'l\,\frac{(1-k)\,\mathrm{sen}^2\,\vartheta + k}{r^n}\,\mathrm{d}s\,;$$

e, osservando che $\mathrm{sen}\,\vartheta = \frac{a}{r}$ e $\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}x}{\cos\vartheta}$,

$$-\frac{ii'l}{a^{n-1}}\,[(1-k)\,\mathrm{sen}^n\,\vartheta + k\,\mathrm{sen}^{n-2}\,\vartheta]\,\mathrm{d}\vartheta\,.$$

Indicando con A l'integrale da 0 a π della quantità fra parentesi, integrale indipendente da a e da l, l'azione della corrente indefinita è uguale a $-\frac{Aii'l}{a^{n-1}}$; se ne deduce

$$\frac{l}{a^{n-1}} = \frac{l'}{a'^{n-1}}\,;$$

poiché l'esperienza dà $\frac{l}{a} = \frac{l'}{a'}$, bisogna che sia $n = 2$.

[49] La formula delle azioni fra due elementi infinitesimi di corrente indefinita è così completa.

Come si è visto, con questo quarto caso di equilibrio, Ampère è giunto a determinare il valore dell'esponente n attraverso un calcolo laborioso. Maxwell ha indicato per lo stesso scopo il seguente metodo più rapido:

Siano A', B', C' tre elementi corrispondenti sui tre circuiti e A'', B'', C'' altri tre elementi corrispondenti, diversi dai precedenti. La posizione di B' rispetto ad A'' è simile a quella di C' rispetto a B'', ma le distanze e le dimensioni di C' e B'' sono n volte più grandi delle distanze e delle dimensioni corrispondenti di B' e A''. Allora, se l'azione elettrodinamica elementare è funzione della distanza fra gli elementi interagenti,

Dal fatto che sia $n = 2$ segue pure che, nel caso in cui le direzioni dei due elementi rimangano le stesse, tale azione è in ragione inversa del quadrato delle loro distanze. È noto che il sig. de La Place [*sic*] ha dimostrato la stessa legge, partendo da un'esperienza del sig. Biot, quando si tratti dell'azione mutua di un elemento di conduttore voltaico e di una molecola magnetica: ma questo risultato si sarebbe potuto estendere all'azione di due elementi di conduttori soltanto ammettendo che l'azione dei magneti sia dovuta a correnti elettriche; invece la dimostrazione sperimentale che io ho dato è indipendente da ogni ipotesi che si possa fare sulla costituzione dei magneti [50].

l'azione che si esercita tra B' e A'', quali che siano la sua forma e la sua natura, si potrà scrivere nella forma

$$F = B' \cdot A'' \cdot f\,[(B'A'')] \cdot a \cdot b$$

e quella che si esercita fra C' e B'' nella forma

$$F' = C' \cdot B'' \cdot f\,[(C'B'')] \cdot b \cdot c\ ;$$

con B', C', A'', B'' si sono indicate le lunghezze dei rispettivi elementi, con a, b, c le intensità delle correnti rispettivamente in A, B, C, con $(B'A'')$ e $(C'B'')$ rispettivamente le distanze fra B' e A'' e tra C' e B'' e con $f\,[\ldots]$ una generica funzione della distanza.

Ma, per le posizioni fatte,

$$nB' = C'\,,\quad nA'' = B''\,,\quad n(B'A'') = (C'B'')\,,\quad a = c\,,$$

e quindi si può scrivere

$$F' = n^2 \cdot B' \cdot A'' \cdot f\,[n(B'A'')] \cdot a \cdot b\,.$$

Allora, poiché il quarto caso di equilibrio si interpreta nel modo più semplice ammettendo che la legge delle azioni elementari sia tale che risulti $F' = F$, si deduce che si dovrà avere

$$n^2 f\,[n(A''B')] = f\,[(A''B')]\ ;$$

la quale significa che, se nell'espressione dell'azione elementare si moltiplica per n la distanza fra gli elementi, l'azione totale risulta divisa per n^2. Il che vuol dire che la forza elettrodinamica elementare varia in ragione inversa del quadrato della distanza fra gli elementi (SARTORI, *op. cit.*, p. 131).

[50] Come è noto, la legge di Laplace esprime l'azione di un elemento di corrente su un «polo magnetico» di intensità m; essa dà

$$f = \frac{m \cdot i \cdot \mathrm{d}s}{r^2}\ \mathrm{sen}\ (r, \mathrm{d}s).$$

Essa è stata dedotta dall'esperienza di Biot e Savart descritta dal Biot nel *Précis élémentaire de Physique*, 1823, nel libro IX intitolato *Sur*

12. *Azione di un filo conduttore foggiato a settore di cerchio su un conduttore rettilineo passante per il centro del settore.*

Sia MON (fig. 17) un circuito che formi un settore i cui lati comprendano un angolo infinitamente piccolo; cerchiamo l'azione che esso esercita su un conduttore rettilineo OS' passante per il centro O del settore; calcoliamo dapprima l'azione di un elemento $MNQP$ dell'area del settore su un elemento $M'N'$ del conduttore OS'. Poniamo $OM = u$, $MP = \mathrm{d}u$, $OM' = s'$, $MM' = r$, $S'ON = \varepsilon$, $NOM = \mathrm{d}\varepsilon$. Il momento di $MNQP$ per far ruotare M' intorno a O, osservando che l'area $MNQP$ si esprime con $u\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}\varepsilon$, sarà

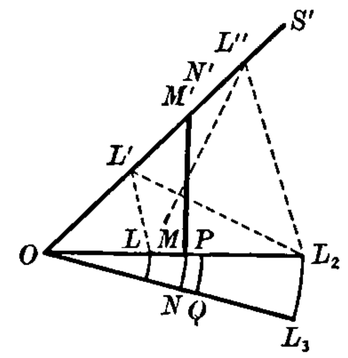


Fig. 17.

$$\frac{1}{2}\, ii'\, s'\mathrm{d}s'\, \frac{u\,\mathrm{d}u\,\mathrm{d}\varepsilon}{r^3}$$

e il momento del settore sul conduttore s' si otterrà integrando questa espressione rispetto a u e s'.

Si ha

$$r^2 = s'^2 + u^2 - 2us' \cos\varepsilon\,,$$

donde

$$r\,\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}u} = u - s' \cos\varepsilon\,,\quad r\,\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s'} = s' - u\cos\varepsilon\,,$$

e, differenziando una seconda volta,

$$r\,\frac{\mathrm{d}^2 r}{\mathrm{d}u\mathrm{d}s'} + \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}s'}\,\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}u} = -\cos\varepsilon\ ;$$

l'aimantation imprimée aux métaux par l'électricité en mouvement. Biot e Savart misurarono la durata di oscillazione di un piccolo ago magnetico posto a diverse distanze da una «corrente rettilinea indefinita»; in questa esperienza il campo terrestre era neutralizzato da un magnete ausiliario: la durata di queste oscillazioni è risultata variare in ragione inversa della radice quadrata della distanza dal filo. (Cfr. anche nota 3, p. 229 e nota 1, p. 440.

sostituendo a $\frac{dr}{ds'}$ e a $\frac{dr}{du}$ i loro valori, si ha

$$r\frac{d^2r}{du\,ds'}+\frac{(u-s'\cos\varepsilon)(s'-u\cos\varepsilon)}{r^2}=-\cos\varepsilon\,,$$

la quale diventa, effettuando i calcoli e le riduzioni,

$$r\frac{d^2r}{du\,ds'}+\frac{us'\operatorname{sen}^2\varepsilon}{r^2}=0\,,$$

donde risulta

$$\frac{us'}{r^3}=-\frac{1}{\operatorname{sen}^2\varepsilon}\frac{d^2r}{du\,ds'}\,;$$

sostituendo questo valore nel momento elementare, si ha, come espressione del momento totale,

$$\frac{1}{2}ii'd\varepsilon\iint\frac{us'du\,ds'}{r^3}=-\frac{1}{2}ii'\frac{d\varepsilon}{\operatorname{sen}^2\varepsilon}\iint\frac{d^2r}{du\,ds'}\,du\,ds'\,.$$

Considerando la porzione $L'L''$ della corrente s' e la porzione L_1L_2 del settore, e ponendo $L'L_1=r'_1$, $L''L_1=r''_1$, $L'L_2=r'_2$, $L''L_2=r''_2$, il valore di questo integrale è evidentemente

$$\frac{1}{2}ii'\frac{d\varepsilon}{\operatorname{sen}^2\varepsilon}(r'_2+r''_1-r''_2-r'_1)\,.$$

Qualora si facciano cominciare il settore e il conduttore s' dal centro O, la distanza $r'_1=0$; e, se si pone $OL_2=a$, $OL''=b$, $L''L_2=r$, si trova che la loro azione mutua è espressa da

$$\frac{1}{2}ii'\frac{d\varepsilon}{\operatorname{sen}^2\varepsilon}(a+b-r)\,.$$

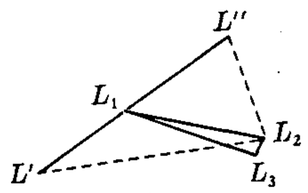


Fig. 19.

Quando il conduttore $L'L''$ (fig. 19) ha per punto di mezzo il centro L_1 del settore e la sua lunghezza è doppia del raggio a del settore stesso, si ha $a=b$, e facendo $L'L_1L_2=2\vartheta=\pi-\varepsilon$,

$$r'_1=r''_1=a\,,\qquad r'_2=2a\operatorname{sen}\vartheta\,,$$
$$r''_2=2a\cos\vartheta\,,\qquad d\varepsilon=-2d\vartheta\,,$$

dimodoché il valore del momento di rotazione diventa

$$aii'\frac{d\varepsilon}{\operatorname{sen}^2\varepsilon}(\operatorname{sen}\vartheta-\cos\vartheta)=\frac{1}{2}\frac{aii''d\vartheta\,(\cos\vartheta-\operatorname{sen}\vartheta)}{\operatorname{sen}^2\vartheta\cos^2\vartheta}\,.$$

13. *Descrizione di uno strumento destinato a verificare su conduttori di questa forma i risultati della teoria* [51].

Dal risultato sopra esposto si può dedurre un modo di verificare la mia formula per mezzo di uno strumento, di cui darò ora la descrizione.

Ai due punti a, a' (fig. 20) della tavola mn si alzano due supporti ab, $a'b'$, le cui parti superiori cb, $c'b'$ sono isolanti; essi sostengono una lamina di rame $HdeH'd'e'$ piegata in due secondo la retta HH' e limitata da due coppe H e H' nelle quali si mette del mercurio. Ai punti A, C, A', C' della tavola vi sono quattro cavità pure riempite di mercurio. Da A parte un conduttore di rame $AEFGSRQ$, sostenuto da HH' e terminante con una coppa Q; da A' parte un secondo conduttore $A'E'F'G'S'R'Q'$ simmetrico al primo; sono entrambi rivestiti di seta per essere isolati l'uno dall'altro e dal conduttore HH'. Nella coppa Q pesca la punta di un conduttore mobile $QPONMLKIH$ che ritorna su sé stesso da K in I e che ha in questa parte i suoi due bracci PO, KI rivestiti di seta; esso termina con una seconda punta immersa nella coppa H; NML forma una semicirconferenza di diametro LN e centro K; l'asta PKp è verticale e termina in p con una punta trattenuta da tre cerchi orizzontali B, D, T che possono ruotare intorno ai loro centri e servono a diminuire l'attrito.

XY è una tavoletta fissa che contiene in una scanalatura un conduttore $VUifkhgoZC$ che ritorna su sé stesso da g in o e che è ricoperto di seta in questa parte; $ifkhg$ è un settore circolare che ha per centro il punto k; le parti Ui e go sono rettilinee; queste attraversano in x il supporto ab

[51] Questa esperienza, descritta nelle Memorie del 12 settembre e del novembre 1825, non è mai stata effettivamente eseguita.

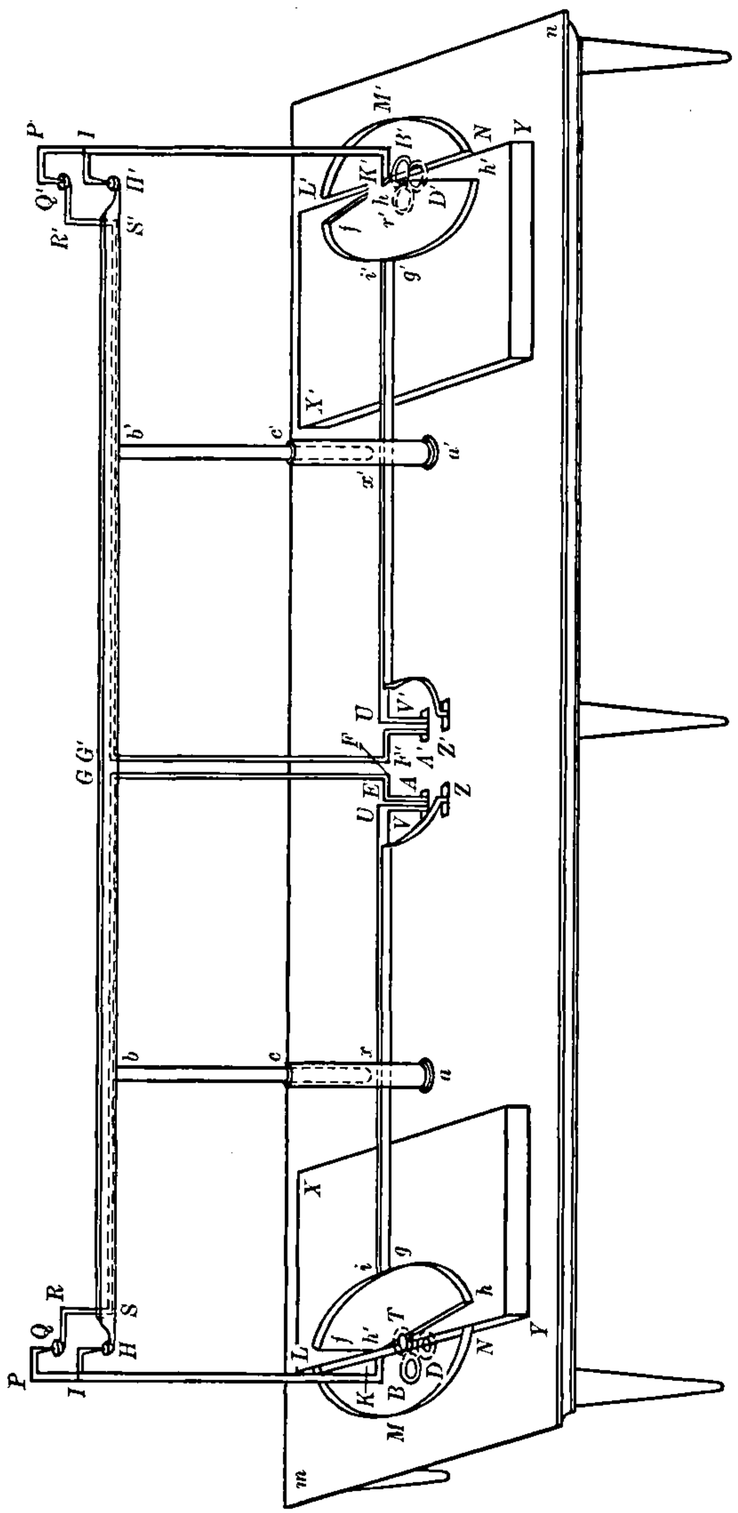


Fig. 20.

nel quale è praticata un'apertura a tale scopo, e si separano in *o* per andarsi a immergere rispettivamente nelle cavità *A* e *C*. A destra di *FG* si trova un sistema di conduttori fissi e mobili perfettamente simile a quello che abbiamo ora descritto. Quando si immerge il reoforo positivo della pila in *C* e il negativo in *C'*, la corrente elettrica percorre i conduttori *CZoghkfiUV*, *AEFGSRQ*; di qui passa nel conduttore mobile *QPONMLKIH*, va in *H'* attraverso *HH'*; poi percorre il conduttore mobile simmetrico *H'I'K'L'M'N' O'P'Q'*, arriva in *Q'*, segue il conduttore *Q'R'S'G'F'E'A'* che la porta nella cavità *A'*, donde va in *C'* attraverso il conduttore *V'U'i'f'k'h'g'o'Z'C'*, e di qui nel reoforo negativo.

Poiché la corrente va nella direzione *LN* nel diametro *LN* e da *h* a *k*, poi da *k* a *f* nei raggi *hk*, *hf*, si ha repulsione fra questi raggi e il diametro; inoltre il circuito chiuso *ghkfi* non produce alcuna azione sul semicerchio *LMN* che ha il centro sull'asse fisso *pH* e perciò il conduttore mobile può essere messo in movimento soltanto dall'azione del settore *ghkfi* sul diametro *LN*, dato che in tutte le altre parti dell'apparecchio passano due correnti opposte i cui effetti si elidono. Vi sarà equilibrio quando il diametro *LN* formerà angoli uguali con i raggi *kf*, *kh*; e, se lo si sposta da questa posizione, oscillerà per la sola azione del settore *ghkfi* sul diametro.

Sia 2η l'angolo al centro del settore: si avrà nella posizione di equilibrio

$$2\vartheta = \frac{\pi}{2} + \eta \quad \text{o} \quad \vartheta = \frac{\pi}{4} + \frac{\eta}{2} ,$$

donde si deduce

$$\cos\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta = \cos\vartheta - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \vartheta\right) =$$

$$= 2\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4} - \vartheta\right) = -\sqrt{2}\operatorname{sen}\frac{1}{2}\eta$$

e

$$\operatorname{sen}\vartheta\cos\vartheta = \frac{1}{2}\operatorname{sen}2\vartheta = \frac{1}{2}\cos\eta .$$

Ma è facile vedere che quando si sposta dalla sua posizione di equilibrio il conduttore *L'L''* di una quantità uguale a

$2d\vartheta$, il momento delle forze che tendono a ricondurvelo si compone dei momenti prodotti da due piccoli settori il cui angolo è uguale allo spostamento e le cui azioni sono uguali; tale momento, per quanto abbiamo or ora visto, ha il valore

$$\frac{1}{2}\,\frac{aii'\,(\cos\vartheta - \operatorname{sen}\vartheta)}{\operatorname{sen}^2\vartheta\cos^2\vartheta}\,d\vartheta = -\,\frac{2aii'\sqrt{2}\operatorname{sen}\frac{1}{2}\eta}{\cos^2\eta}\,d\vartheta\,.$$

Ne segue che le durate delle oscillazioni saranno, per uno stesso diametro, proporzionali a

$$\frac{\sqrt{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\eta}}{\cos\eta}\,.$$

Perciò, se si fanno oscillare simultaneamente i conduttori mobili nelle due parti simmetriche dell'apparecchio, supponendo differenti gli angoli dei settori, si avranno correnti della stessa intensità e si osserverà che il numero delle oscillazioni fatte nello stesso tempo è proporzionale alle due espressioni

$$\frac{\sqrt{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\eta}}{\cos\eta} \quad \text{e} \quad \frac{\sqrt{\operatorname{sen}\frac{1}{2}\eta'}}{\cos\eta'}$$

chiamando 2η e $2\eta'$ gli angoli al centro dei due settori.

14. *Azione mutua di due conduttori rettilinei* [52].

Esamineremo ora l'azione mutua di due conduttori rettilinei. Anzitutto rammentiamo che, chiamando β l'angolo

[52] In realtà questo lungo paragrafo considera un gran numero di casi:
— due correnti rettilinee parallele, tanto nel caso generale, quanto nel caso in cui i due conduttori siano della stessa lunghezza e perpendicolari alle rette che congiungono due estremi dalla stessa parte e in quello in cui uno dei conduttori sia di lunghezza indefinita in entrambi i sensi;

compreso fra la direzione dell'elemento ds' e quella della retta r, il valore dell'azione che i due elementi di correnti elettriche ds e ds' esercitano l'uno sull'altro è già stato messo sotto la forma [53]

$$ii'\,ds'\,r^k d\,(r^k\cos\beta)\,;$$

moltiplicando e dividendo questa espressione per $\cos\beta$ e ponendo mente che $k = -\frac{1}{2}$ e quindi $r^{2k} = \frac{1}{r}$, vediamo che essa può scriversi così

$$\frac{ii'ds'}{\cos\beta}\,r^k\cos\beta\,d\,(r^k\cos\beta) = \frac{1}{2}\,\frac{ii'ds'}{\cos\beta}\,d\left(\frac{\cos^2\beta}{r}\right);$$

dalla quale ci sarà facile concludere che la componente di questa azione secondo la tangente all'elemento ds' è uguale a

$$\frac{1}{2}\,ii'\,ds'\,d\left(\frac{\cos^2\beta}{r}\right)$$

e che la componente normale all'elemento è uguale a

$$\frac{1}{2}\,ii'\,ds'\operatorname{tang}\beta\,d\left(\frac{\cos^2\beta}{r}\right),$$

espressione che può mettersi sotto la forma

$$\frac{1}{2}\,ii'\,ds'\left[d\left(\frac{\operatorname{sen}\beta\cos\beta}{r}\right) - \frac{d\beta}{r}\right].$$

— azione che deve esercitare un arco di curva qualsiasi MN per far ruotare un arco di cerchio L_1L_2 intorno al proprio centro (p. 319);
— due correnti rettilinee poste nel medesimo piano, ma non parallele (p. 321), sia nel caso generale, sia supponendo che le due correnti partano da uno stesso punto, entrambe finite o l'una finita e l'altra indefinita;
— due correnti rettilinee che non giacciono sullo stesso piano (p. 328), sia quando formano fra loro un angolo qualsiasi o un angolo retto, sia quando sono parallele;
— azione di un filo conduttore piegato in forma di rettangolo su un conduttore rettilineo perpendicolare al piano del rettangolo e mobile intorno alla retta che passa per un lato (p. 336).

[53] Cfr. nota 37 p. 284.

Questi valori delle due componenti si trovano a p. 331 del mio *Recueil d'Observations électrodynamiques* pubblicato nel 1822.

Applichiamo l'ultimo al caso di due correnti rettilinee parallele, situate a una distanza a l'una dall'altra [54].
Si ha

$$r = \frac{a}{\operatorname{sen}\beta}$$

e la componente normale diventa

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds' \left[\frac{d\,(\operatorname{sen}^2\beta\cos\beta)}{a} - \frac{\operatorname{sen}\beta\, d\beta}{a}\right].$$

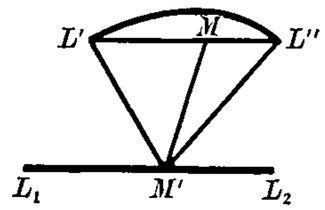


Fig. 21.

Sia (fig. 21) M' un punto qualunque della corrente che percorre la retta L_1L_2; β', β'' gli angoli $L'M'L_2$, $L''M'L_2$ formati con L_1L_2 dai raggi vettori estremi $M'L'$, $M'L''$; si avrà l'azione di ds' su $L'L''$ integrando l'espressione precedente fra i limiti β', β''; il che dà

$$\frac{1}{2a}\, ii'\, ds' \,(\operatorname{sen}^2\beta''\cos\beta'' + \cos\beta'' - \operatorname{sen}^2\beta'\cos\beta' - \cos\beta')\,;$$

ma in ogni limite si ha, rappresentando i valori di s con b' e b'',

$$s' = b'' - a\cot\beta'' = b' - a\cot\beta'\,,\quad ds' = \frac{a\,d\beta''}{\operatorname{sen}^2\beta''} = \frac{a\,d\beta'}{\operatorname{sen}^2\beta'}\,;$$

sostituendo questi valori e integrando nuovamente fra i limiti β'_1, β'_2 e β''_1, β''_2, si ha come valore della forza cercata

$$\frac{1}{2}\, ii' \left(\operatorname{sen}\beta''_2 - \operatorname{sen}\beta''_1 - \operatorname{sen}\beta'_2 + \operatorname{sen}\beta'_1 - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{\operatorname{sen}\beta''_2} + \frac{1}{\operatorname{sen}\beta''_1} + \frac{1}{\operatorname{sen}\beta'_2} - \frac{1}{\operatorname{sen}\beta'_1}\right)$$

[54] I calcoli che seguono sono la riproduzione testuale della Memoria del 12 settembre 1825.

ovvero

$$\frac{1}{2}\, ii' \left(\frac{a}{r''_2} - \frac{a}{r''_1} - \frac{a}{r'_2} + \frac{a}{r'_1} + \frac{r''_1 + r'_2 - r''_2 - r'_1}{a}\right).$$

Se i due conduttori sono della stessa lunghezza e perpendicolari alle rette che ne congiungono le due estremità da uno stesso lato, si ha

$$r'_1 = r''_2 = a \quad \text{e} \quad r'_2 = r''_1 = c\,;$$

avendo chiamato c la diagonale del rettangolo formato da queste due rette e dalle due direzioni delle correnti, l'espressione precedente diventa

$$ii'\left(\frac{c}{a} - \frac{a}{c}\right) = \frac{ii'l^2}{ac}\,,$$

ove con l si è indicata la lunghezza dei conduttori; quando questo rettangolo diventa un quadrato, si ha, come valore della forza, $\frac{ii'}{\sqrt{2}}$. Infine, se si suppone che uno dei conduttori sia indefinito nei due sensi e che l sia la lunghezza dell'altro, i termini nei quali r'_1, r'_2, r''_1, r''_2 sono al denominatore scompaiono; si avrà

$$r'_2 + r''_1 - r''_2 - r'_1 = 2l$$

e l'espressione della forza diventerà

$$\frac{ii'l}{a}\,,$$

che si riduce a ii' quando la lunghezza l è uguale alla distanza a.

L'azione di due correnti parallelamente alla direzione di s' si può ottenere qualunque sia la forma della corrente s. Infatti la componente secondo ds' è

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds'\, d\left(\frac{\cos^2\beta}{r}\right)$$

e l'azione totale che esercita ds' in tale direzione sulla corrente $L'L''$ (fig. 21) ha per valore

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds' \left(\frac{\cos^2 \beta''}{r''} - \frac{\cos^2 \beta'}{r'} \right);$$

è da notare che essa dipende soltanto dalla posizione delle estremità L', L'' del conduttore s; è perciò la stessa qualunque sia la forma di questo conduttore, che potrebbe essere sagomato secondo una linea qualsiasi.

Se si chiamano a' e a'' le perpendicolari abbassate dalle due estremità della porzione del conduttore $L'L''$, che si consideri come mobile, sul conduttore rettilineo del quale si vuole calcolare l'azione parallelamente alla sua direzione, si avrà

$$r'' = \frac{a''}{\operatorname{sen} \beta''}, \quad r' = \frac{a'}{\operatorname{sen} \beta'}$$

$$ds' = -\frac{dr''}{\cos \beta''} = \frac{a'' d\beta''}{\operatorname{sen}^2 \beta''} = -\frac{dr'}{\cos \beta'} = \frac{a' d\beta'}{\operatorname{sen}^2 \beta'};$$

e per conseguenza

$$\frac{ds'}{r''} = \frac{d\beta''}{\operatorname{sen} \beta''}, \quad \frac{ds'}{r'} = \frac{d\beta'}{\operatorname{sen} \beta'},$$

donde si può facilmente dedurre che l'integrale cercato è

$$-\frac{1}{2}\, ii' \int \left(\frac{\cos^2 \beta'' d\beta''}{\operatorname{sen} \beta''} - \frac{\cos^2 \beta' d\beta'}{\operatorname{sen} \beta'} \right) =$$

$$= -\frac{1}{2}\, ii' \left(\mathbf{l} \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta''}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta'} + \cos \beta'' - \cos \beta' + C \right).^{55}$$

Bisognerà prendere questo integrale fra i limiti determinati dalle due estremità del conduttore rettilineo; chiamando β'_1,

[55] Può essere curioso, da un punto di vista grafico, osservare che il simbolo **l**, che qui sta per log o *ln* (logaritmo in base *e*), nell'edizione del 1885, curata dal Joubert per la *Collection de Mémoires rélatifs à la Physique*, è sostituita da *l.* e in quella del 1958, curata dal Bauer, da *L.*

β'_2 e β''_1, β''_2 i valori di β' e di β'' relativi a detti limiti, si ha immediatamente l'integrale della forza esercitata dal conduttore rettilineo, valore quest'ultimo che dipende evidentemente soltanto dai quattro angoli β'_1, β''_1, β'_2, β''_2.

Quando si voglia il valore della forza nel caso in cui il conduttore rettilineo si estenda indefinitamente nei due sensi, bisogna fare $\beta'_1 = \beta''_1 = 0$ e $\beta'_2 = \beta''_2 = \pi$: a primo acchito potrebbe sembrare che esso si annulli, il che sarebbe contrario all'esperienza; ma si vede facilmente che la parte dell'integrale nella quale entrano i coseni dei quattro angoli è la sola che si annulli in questo caso e che la rimanente parte dell'integrale, cioè

$$\frac{1}{2}\, ii' \left(\mathbf{l} \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta''_1}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta'_1} - \mathbf{l} \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta''_2}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta'_2} \right) =$$

$$= \frac{1}{2}\, ii' \mathbf{l} \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta''_1 \cot \frac{1}{2} \beta''_2}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta'_1 \cot \frac{1}{2} \beta'_2},$$

diventa, per il fatto che si ha $\beta''_2 = \pi - \beta''_1$ e $\beta'_2 = \pi - \beta'_1$,

$$\frac{1}{2}\, ii' \mathbf{l} \frac{\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \beta''_1}{\operatorname{tang}^2 \frac{1}{2} \beta'_1} = ii' \mathbf{l} \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta''_1}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta'_1} = ii' \mathbf{l} \frac{a''}{a'}.$$

Questo valore mostra che la forza cercata, in questo caso, dipende soltanto dal rapporto delle due perpendicolari a' e a'' abbassate sul conduttore rettilineo indefinito dalle due estremità della porzione di conduttore sul quale agisce; inoltre mostra che essa è indipendente dalla forma di questa porzione e diventa nulla soltanto quando le due perpendicolari sono uguali fra di loro, come infatti deve essere.

Per avere la distanza di questa forza dal conduttore rettilineo, la cui direzione è parallela alla sua, bisogna moltiplicare ciascuna delle forze elementari di cui si compone

per la sua distanza dal conduttore e integrare il risultato entro gli stessi limiti; si avrà così il momento che si dovrà dividere per la forza per ottenere la distanza cercata.

Si trova facilmente, secondo i valori sopra scritti, che il momento elementare è dato da

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds'\, r \operatorname{sen}\beta\, d\,\frac{\cos^2\beta}{r}\,.$$

L'integrazione di questo valore si può fare soltanto se si sostituisce a una delle variabili r o β il suo valore in funzione dell'altra, ricavato dalle equazioni che determinano la forma della porzione mobile di conduttore; diventa semplicissimo quando tale porzione si trova su una retta innalzata da un punto qualunque del conduttore rettilineo che si considera come fisso, perpendicolarmente alla sua direzione, poiché, prendendo questo punto come origine delle s', si ha

$$r = -\frac{s'}{\cos\beta}$$

e s' è una costante rispetto al differenziale

$$d\,\frac{\cos^2\beta}{r}\,.$$

Il valore del momento elementare diventa perciò

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds'\,\frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\beta}\, d\,(\cos^3\beta) = -\frac{3}{2}\, ii'\, ds' \operatorname{sen}^2\beta\cos\beta\, d\beta\,,$$

il cui integrale entro i limiti β'' e β' è

$$-\frac{1}{2}\, ii'\, ds'\,(\operatorname{sen}^3\beta'' - \operatorname{sen}^3\beta')\,.$$

Sostituendo ds' con i valori di questo differenziale trovati sopra e integrando un'altra volta, si ha, entro i limiti determinati dal conduttore rettilineo,

$$\frac{1}{2}\, ii'\,[a''\,(\cos\beta''_2 - \cos\beta''_1) - a'\,(\cos\beta'_2 - \cos\beta'_1)]\,.$$

Se si suppone che il conduttore si estenda indefinitamente nei due sensi, si dovranno dare a β'_1, β''_1, β'_2, β''_2, i valori che abbiamo già loro attribuito in questo caso, e si avrà

$$-ii'\,(a'' - a')$$

come valore del momento cercato; esso sarà quindi proporzionale alla lunghezza $a'' - a'$ del conduttore mobile e, fin che questa lunghezza rimarrà la stessa, non cambierà quali che siano le distanze delle estremità di quest'ultimo conduttore da quello che è considerato fisso.

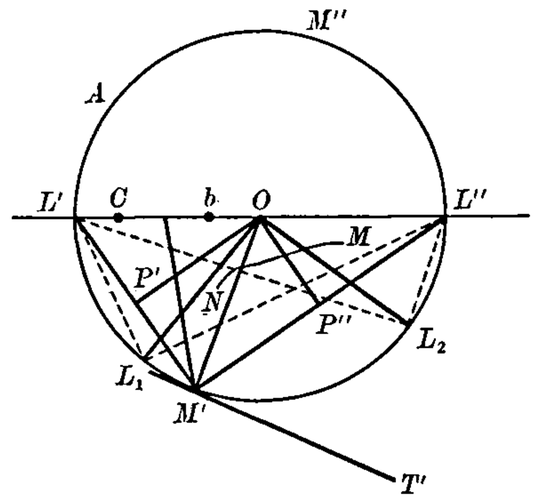


Fig. 23.

Calcoliamo ora l'azione che deve esercitare un arco di curva qualsiasi NM per fare ruotare un arco di cerchio L_1L_2 intorno al proprio centro [56].

Sia M' (fig. 23) il punto di mezzo di un elemento qualunque ds' dell'arco L_1L_2 e a il raggio del cerchio. Il momento di un elemento ds di NM necessario per fare ruotare ds' intorno al centro O si ottiene moltiplicando la componente tangente in M' per la sua distanza a dal punto fisso; il che dà

$$\frac{1}{2}\, a\, ii'\, ds'\, d\,\frac{\cos^2\beta}{r}\,.$$

Chiamando β', β'' e r', r'' i valori di β e di r relativi ai limiti M e N, si ha per il momento di rotazione di ds'

$$\frac{1}{2}\, a\, ii'\, ds'\left(\frac{\cos^2\beta''}{r''} - \frac{\cos^2\beta'}{r'}\right),$$

[56] La trattazione seguente fa parte della Memoria del 21 novembre 1825, ma è stata pubblicata per la prima volta nella presente Memoria.

risultato che dipende soltanto dalla posizione degli estremi M e N.

Completeremo il calcolo supponendo che il segmento MN sia un diametro $L'L''$ dello stesso cerchio.

Chiamiamo 2ϑ l'angolo $M'OL'$; poiché $M'T'$ è la tangente in M', gli angoli $L'M'T'$, $L''M'T'$ saranno rispettivamente β' e β'' e si avrà evidentemente

$$\cos\beta' = -\cos\vartheta,\ \cos\beta'' = \operatorname{sen}\vartheta,\ r' = 2a\operatorname{sen}\vartheta,\ r'' = 2a\cos\vartheta.$$

L'azione del diametro $L'L''$, necessaria per fare ruotare l'elemento posto in M', sarà perciò

$$\frac{1}{4}\, ii'\, ds'\left(\frac{\operatorname{sen}^2\vartheta}{\cos\vartheta} - \frac{\cos^2\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta}\right).$$

Quando si prende un punto qualunque A della circonferenza come origine degli archi e si pone $AL' = C$, si ha

$$s' = C + 2a\vartheta \qquad \text{e} \qquad ds' = 2a\,d\vartheta\ ;$$

l'espressione precedente diventa allora

$$\frac{1}{2}\, a\, ii'\left(\frac{\operatorname{sen}^2\vartheta\, d\vartheta}{\cos\vartheta} - \frac{\cos^2\vartheta\, d\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta}\right),$$

che deve essere integrata in tutta l'estensione dell'arco L_1L_2, per avere il momento di rotazione di quest'arco intorno al suo centro.

Ora si ha

$$\int \frac{\operatorname{sen}^2\vartheta\, d\vartheta}{\cos\vartheta} = \mathbf{l}\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\vartheta\right) - \operatorname{sen}\vartheta + C$$

$$\int \frac{\cos^2\vartheta\, d\vartheta}{\operatorname{sen}\vartheta} = \mathbf{l}\operatorname{tang}\frac{1}{2}\vartheta + \cos\vartheta + C\ ;$$

perciò, se si chiamano $2\vartheta_1$ e $2\vartheta_2$ gli angoli $L'OL_1$ e $L'OL_2$, il momento totale dell'arco L_1L_2 sarà

$$\frac{a}{2}\, ii'\left[\mathbf{l}\,\frac{\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\vartheta_2\right)\operatorname{tang}\frac{1}{2}\vartheta_1}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\vartheta_2\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\vartheta_1\right)} - \operatorname{sen}\vartheta_2 - \cos\vartheta_2 + \operatorname{sen}\vartheta_1 + \cos\vartheta_1\right].$$

Fig. 1.

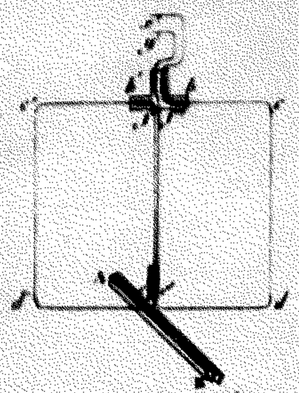


Fig. 2.

Fig. 3.

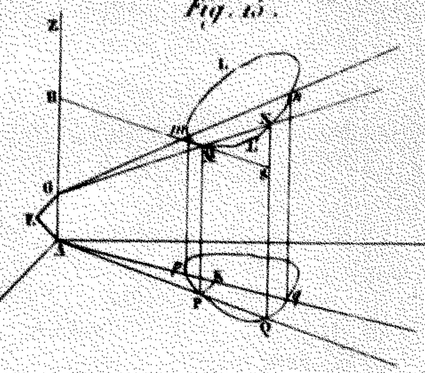


Fig. 4.

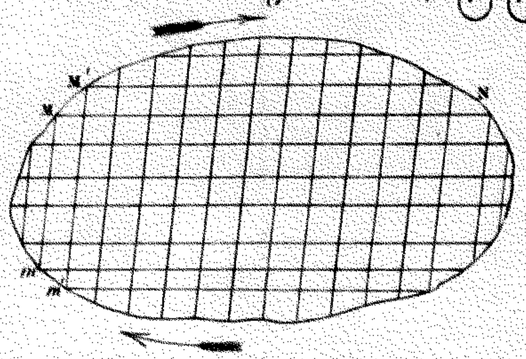


Fig. 5.

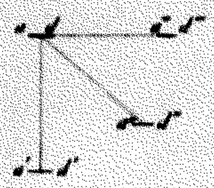


Fig. 6.

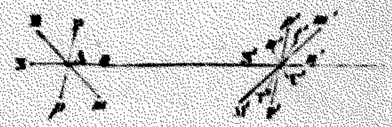


Fig. 7.

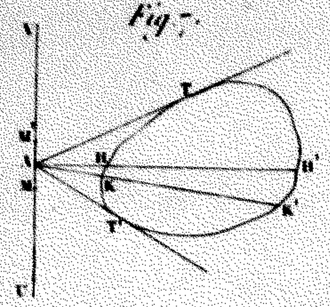


Fig. 8

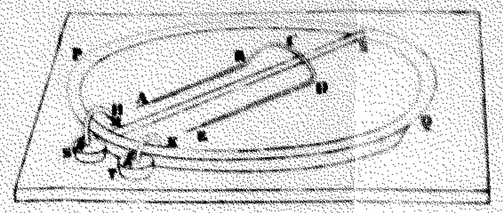


Fig. 9.

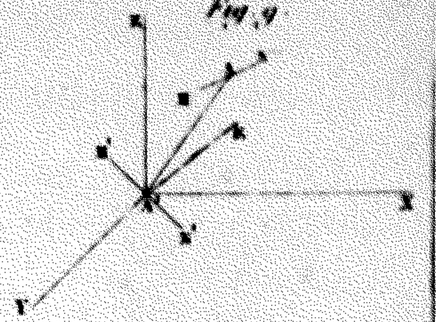


Fig. 10.

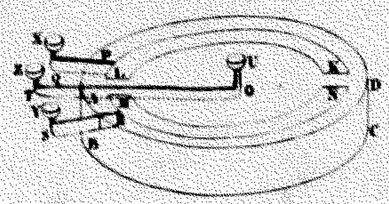


Fig. 11.

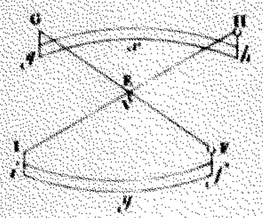


Fig. 12.

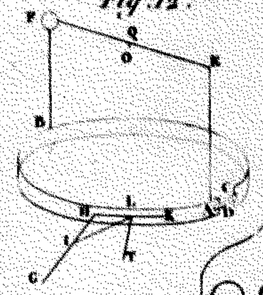


Fig. 13.

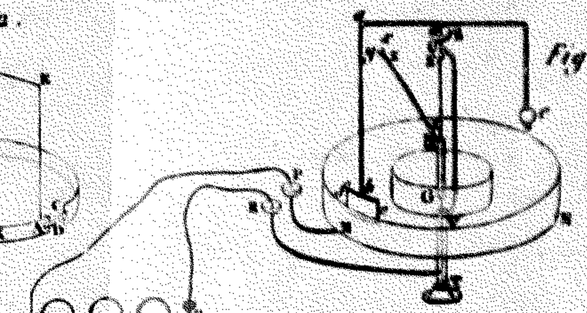


Fig. 14.

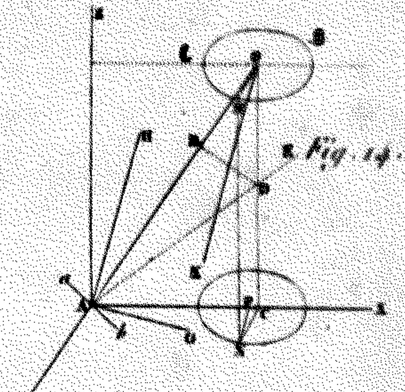


Fig. 15.

Fig. 16.

Tavola I della *Teoria dei fenomeni elettrodinamici.*

Questa espressione, cambiata di segno, dà il valore del momento di rotazione del diametro $L'L''$ dovuto all'azione dell'arco L_1L_2.

In un apparecchio che ho descritto precedentemente, un conduttore che ha la forma di un settore circolare agisce su un altro conduttore composto di un diametro e di una semi-circonferenza mobile intorno ad un asse passante per il suo centro e perpependicolare al suo piano. L'azione alla quale essa è sottoposta da parte del settore è eliminata dalla resistenza dell'asse, poiché il contorno del settore è chiuso; resta quindi soltanto l'azione sul diametro. Abbiamo già calcolato l'azione dell'arco, ora dobbiamo cercare quelle dei raggi del settore sul diametro.

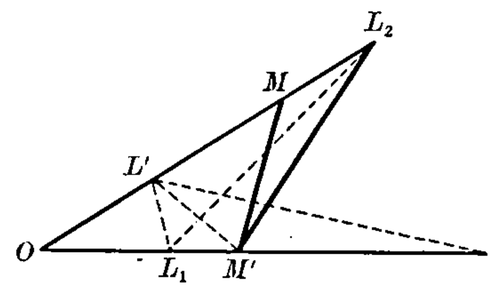


Fig. 24.

Per determinarle cerchiamo il momento di rotazione, che risulta dall'azione mutua di due correnti rettilinee poste nel medesimo piano e che tende a farle ruotare intorno al punto di incontro delle loro direzioni.

La componente normale dell'elemento ds' situato in M' (fig. 24) è, come già abbiamo visto precedentemente,

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds' \left(d\, \frac{\operatorname{sen}\beta \cos\beta}{r} - \frac{d\beta}{r} \right).$$

Il momento di ds necessario per far ruotare ds' intorno a O si ottiene moltiplicando questa forza per s'; si avrà quindi, chiamando M il momento totale,

$$\frac{d^2M}{ds\, ds'}\, ds\, ds' = \frac{1}{2}\, ii'\, s'\, ds' \left(d\, \frac{\operatorname{sen}\beta \cos\beta}{r} - \frac{d\beta}{r} \right),$$

donde, integrando rispetto a s,

$$\frac{dM}{ds'}\, ds' = \frac{1}{2}\, ii'\, s'\, ds' \left(\frac{\operatorname{sen}\beta \cos\beta}{r} - \int \frac{d\beta}{r} \right).$$

Ma, secondo il modo con il quale gli angoli sono stati presi nel calcolo della formula che rappresenta l'azione mutua di due elementi di conduttori voltaici, l'angolo $MM'L_2 = \beta$ è esterno al triangolo OMM'; chiamando ε l'angolo MOM' compreso fra le direzioni delle due correnti, si trova che il terzo angolo OMM' è uguale a $\beta - \varepsilon$, il che dà

$$r = \frac{s' \operatorname{sen} \varepsilon}{\operatorname{sen} (\beta - \varepsilon)};$$

perciò si ha

$$\frac{dM}{ds'} ds' = \frac{1}{2} ii' \frac{ds'}{\operatorname{sen} \varepsilon} [\cos \beta \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} (\beta - \varepsilon) + \cos (\beta - \varepsilon) + C].$$

Sostituendo in questo valore $\cos (\beta - \varepsilon)$ con

$$\cos^2 \beta \cos (\beta - \varepsilon) + \operatorname{sen}^2 \beta \cos (\beta - \varepsilon),$$

si vede facilmente che esso si riduce a

$$\frac{dM}{ds'} ds' = \frac{1}{2} ii' \frac{ds'}{\operatorname{sen} \varepsilon} [\cos \varepsilon \cos \beta + \operatorname{sen}^2 \beta \cos (\beta - \varepsilon) + C]$$

che si deve prendere entro i limiti β' e β''. Si ha così la differenza di due funzioni della stessa forma, l'una di β'' e l'altra di β', che dobbiamo integrare nuovamente per avere il momento cercato: basta fare questa seconda integrazione su una sola di queste due quantità: sia a'' la distanza OL'' che corrisponde a β''; si ha, nel triangolo $OM'L''$,

$$s' = \frac{a'' \operatorname{sen} (\beta'' - \varepsilon)}{\operatorname{sen} \beta''} = a'' \cos \varepsilon - a'' \operatorname{sen} \varepsilon \cot \beta'',$$

$$ds' = \frac{a'' \operatorname{sen} r d\beta''}{\operatorname{sen}^2 \beta''};$$

la quantità che ci proponiamo di integrare in un primo tempo diventa

$$\frac{1}{2} a''ii' \left[\frac{\cos \varepsilon \cos \beta'' \, d\beta''}{\operatorname{sen}^2 \beta''} + \cos (\beta'' - \varepsilon) \, d\beta'' \right],$$

il cui integrale preso entro i limiti β''_1 e β''_2 è

$$\frac{1}{2} a''ii' \left[\operatorname{sen} (\beta''_2 - \varepsilon) - \operatorname{sen} (\beta''_1 - \varepsilon) - \frac{\cos \varepsilon}{\operatorname{sen} \beta''_2} + \frac{\cos \varepsilon}{\operatorname{sen} \beta''_1} \right].$$

Indicando con p''_2 e p'_2 le perpendicolari abbassate dal punto O sulle distanze $L''L_2 = r''_2$, $L''L_1 = r''_1$, si ha evidentemente

$$a'' \operatorname{sen} (\beta''_2 - \varepsilon) = p''_2, \qquad a'' \operatorname{sen} (\beta''_1 - \varepsilon) = p''_1,$$

$$\frac{a''}{\operatorname{sen} \beta''_2} = \frac{r''_2}{\operatorname{sen} \varepsilon}, \qquad \frac{a''}{\operatorname{sen} \beta''_1} = \frac{r''_1}{\operatorname{sen} \varepsilon},$$

e l'integrale precedente diventa

$$\frac{1}{2} ii' [p''_2 - p''_1 - (r''_2 - r''_1) \cot \varepsilon].$$

Se si pone mente al fatto che, indicando la distanza OL' con a', si ha anche, nel triangolo $OM'L'$,

$$s' = \frac{a' \operatorname{sen} (\beta' - \varepsilon)}{\operatorname{sen} \beta'} = a' \cos \varepsilon - a' \operatorname{sen} \varepsilon \cot \beta',$$

$$ds' = \frac{a' \operatorname{sen} \varepsilon d\beta'}{\operatorname{sen}^2 \beta'},$$

si vede facilmente che l'integrale della seconda quantità si può scrivere come quello testé ottenuto, sostituendovi p''_2, p''_1, r''_2, r''_1 con p'_2, p'_1, r'_2, r'_1. Il valore del momento di rotazione, che è la differenza dei due integrali, sarà

$$\frac{1}{2} ii' [p''_2 - p''_1 - p'_2 + p'_1 - (r''_2 - r''_1 - r'_2 + r'_1) \cot \varepsilon].$$

Questo valore si riduce a quello che abbiamo trovato sopra nel caso in cui l'angolo ε sia retto, perché in quel caso $\cot \varepsilon = 0$.

Quando si suppone che le due correnti partano dal punto O e che le loro lunghezze OL'', OL_2 (fig. 22) siano rappresentate rispettivamente con a e b, la perpendicolare OP con p e la distanza $L''L_2$ con r, si ha $p''_2 = p$, $p''_1 = p'_2 =$

$= p'_1 = 0$, $r''_2 = r$, $r''_1 = a$, $r'_2 = b$, $r'_1 = 0$ e il valore del momento di rotazione prende la forma

$$\frac{1}{2} ii' [p + (a + b - r) \cot \varepsilon] .$$

La quantità $a + b - r$, differenza fra la somma di due lati di un triangolo e il terzo, è sempre positiva: da ciò segue che il momento di rotazione è maggiore del valore $\frac{1}{2} ii'p$, che esso assume quando l'angolo ε dei due conduttori è retto, finché $\cot \varepsilon$ è positiva, ossia l'angolo è acuto; ma diventa minore quando tale angolo è ottuso, perché allora $\cot \varepsilon$ è negativa. È evidente d'altra parte che il suo valore è tanto maggiore quanto è minore l'angolo ε e aumenta all'infinito, man mano che ε si avvicina a zero; è opportuno tuttavia dimostrare che esso rimane sempre positivo per quanto vicino tale angolo sia a un angolo piatto.

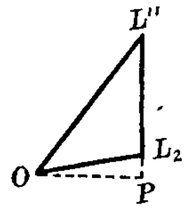


Fig. 22.

Per tale scopo basta osservare che, chiamando α l'angolo del triangolo $OL''L_2$, compreso fra i lati a e r, e β quello compreso fra i lati b e r, si ha

$$\cot \varepsilon = -\cot (\alpha + \beta), \quad p = a \operatorname{sen} \alpha = b \operatorname{sen} \beta ,$$
$$r = a \cos \alpha + b \cos \beta$$

e per conseguenza

$$a + b - r = a (1 - \cos \alpha) + b (1 - \cos \beta) =$$
$$= p \operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha + p \operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta ,$$

e

$$\frac{1}{2} ii' [p + (a + b - r) \cot \varepsilon] =$$
$$= \frac{1}{2} ii' p \left(1 - \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha + \operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta}{\operatorname{tang} (\alpha + \beta)} \right) ,$$

valore che resta sempre positivo, per quanto piccoli possano essere gli angoli α e β, poiché $\operatorname{tang} (\alpha + \beta)$, per angoli inferiori a $\frac{\pi}{4}$, è sempre maggiore di $\operatorname{tang} \alpha + \operatorname{tang} \beta$ e quindi a maggior ragione di $\operatorname{tang} \frac{1}{2} \alpha + \operatorname{tang} \frac{1}{2} \beta$. Questo valore tende evidentemente verso il limite $\frac{1}{4} ii'p$ quando gli angoli α e β si avvicinano a zero; esso si annulla con p quando questi angoli diventano nulli.

Riprendiamo ora il valore generale del momento di rotazione, introducendovi soltanto le distanze (fig. 24) $OL'' = a''$, $OL' = a'$ e i vari angoli: questo valore è

$$\frac{1}{2} ii' \Big[a'' \operatorname{sen} (\beta''_2 - \varepsilon) - a'' \operatorname{sen} (\beta''_1 - \varepsilon) - a' \operatorname{sen} (\beta'_2 - \varepsilon) +$$
$$+ a' \operatorname{sen} (\beta'_1 - \varepsilon) - \frac{a'' \cos \varepsilon}{\operatorname{sen} \beta''_2} + \frac{a'' \cos \varepsilon}{\operatorname{sen} \beta''_1} +$$
$$+ \frac{a' \cos \varepsilon}{\operatorname{sen} \beta'_2} - \frac{a' \cos \varepsilon}{\operatorname{sen} \beta'_1} \Big] ;$$

applichiamo tale formula al caso in cui uno dei conduttori $L'L''$ (fig. 25) sia rettilineo e mobile intorno al suo punto di mezzo L_1 e l'altro parta da questo punto di mezzo. Ponendo $L'L'' = 2a$, si ha

$$a'' = a, \quad a' = -a, \quad \beta'_1 = \pi + \varepsilon ,$$
$$\beta''_1 = \varepsilon, \quad \operatorname{sen} \beta'_1 = - \operatorname{sen} \beta''_1 ,$$

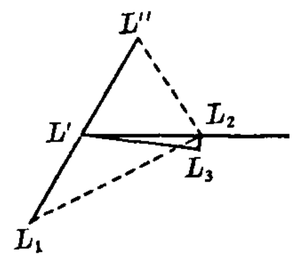


Fig. 25.

e adottando le stesse designazioni precedentemente usate per le perpendicolari abbassate da L_1 su $L'L_2$, $L''L_2$, l'espressione del momento diventa

$$\frac{1}{2} ii' \left(p''_2 + p'_2 - \frac{a \cos \varepsilon}{\operatorname{sen} \beta''_2} - \frac{a \cos \varepsilon}{\operatorname{sen} \beta'_2} \right) .$$

Ora

$$\operatorname{sen} \beta''_2 : a :: \operatorname{sen} \varepsilon : r''_2 \quad \text{e} \quad - \operatorname{sen} \beta'_2 : a :: \operatorname{sen} \varepsilon : r'_2$$

e i valori di r''_2 e di r'_2 ricavati da queste proporzioni e sostituiti nella espressione precedente dànno

$$\frac{1}{2} ii' [p''_2 + p'_2 + \cot \varepsilon (r'_2 - r''_2)] .$$

Qualora si supponesse L_1L_2 infinito, si avrebbe $p''_2 = p'_2 = a \operatorname{sen} \varepsilon$, $r'_2 - r''_2 = 2a \cos \varepsilon$, e il valore del momento si ridurrebbe a

$$\frac{1}{2} a\, ii' \left(2 \operatorname{sen} \varepsilon + \frac{2 \cos^2 \varepsilon}{\operatorname{sen} \varepsilon}\right) = \frac{aii'}{\operatorname{sen} \varepsilon}$$

e sarebbe perciò inversamente proporzionale al seno dell'angolo delle due correnti e proporzionale alla lunghezza della corrente finita.

Quando $L_1L_2 = \frac{1}{2} L'L'' = a$ e si rappresenta l'angolo $L''L_1L_2$ con 2ϑ, si ha

$$p''_2 = a \operatorname{sen} \vartheta, \qquad p'_2 = a \cos \vartheta,$$
$$r'_2 = 2a \operatorname{sen} \vartheta, \qquad r''_2 = 2a \cos \vartheta, \qquad \cot \varepsilon = -\cot 2\vartheta,$$

e il momento diviene

$$\frac{1}{2} aii' \left[\cos \vartheta + \operatorname{sen} \vartheta + 2 \cot 2\vartheta \,(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta)\right];$$

sostituendo $2 \cot 2\vartheta$ con il suo valore

$$\frac{1 - \operatorname{tang}^2 \vartheta}{\operatorname{tang} \vartheta} = \frac{\cos^2 \vartheta - \operatorname{sen}^2 \vartheta}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta} =$$
$$= \frac{(\cos \vartheta + \operatorname{sen} \vartheta)\,(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta)}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta},$$

si trova che il valore del momento è uguale a

$$\frac{1}{2} aii' \,(\cos \vartheta + \operatorname{sen} \vartheta) \left[1 + \frac{(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta)^2}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta}\right] =$$
$$= \frac{1}{2} aii' \,(\cos \vartheta + \operatorname{sen} \vartheta) \left(\frac{1}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta} - 1\right).$$

Per avere la somma delle azioni dei due raggi fra i quali è compreso un settore infinitamente piccolo, il cui arco sia $d\varepsilon$, occorre badare che, essendo i due raggi percorsi in senso contrario, tale somma è uguale al differenziale del-

l'espressione precedente: si trova così che essa è rappresentata da

$$\frac{1}{2} aii' \left[(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta) \left(\frac{1}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta} - 1\right) - \right.$$
$$\left. - \frac{(\cos \vartheta + \operatorname{sen} \vartheta)\,(\cos^2 \vartheta - \operatorname{sen}^2 \vartheta)}{\operatorname{sen}^2 \vartheta \cos^2 \vartheta}\right] d\vartheta =$$
$$= \frac{1}{2} aii' \,(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta) \left(\frac{1}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta} - 1 - \frac{(\cos \vartheta + \operatorname{sen} \vartheta)^2}{\operatorname{sen}^2 \vartheta \cos^2 \vartheta}\right) d\vartheta =$$
$$= -\frac{1}{2} aii' \,(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta) \left(\frac{1}{\operatorname{sen}^2 \vartheta \cos^2 \vartheta} + \frac{1}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta} + 1\right) d\vartheta.$$

Ma l'azione dell'arco L_2L_3 sul diametro $L'L''$ è uguale e opposta a quella che questo diametro esercita sull'arco per farlo ruotare intorno al suo centro; il momento di questa azione, in séguito a quanto abbiamo visto, è quindi uguale a

$$\frac{1}{2} aii' \left(\frac{\cos^2 \vartheta}{\operatorname{sen} \vartheta} - \frac{\operatorname{sen}^2 \vartheta}{\cos \vartheta}\right) d\vartheta =$$
$$= \frac{1}{2} aii' \,(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta) \left(\frac{1}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta} + 1\right) d\vartheta;$$

aggiungendolo al precedente, si ha per il momento risultante dall'azione del settore infinitamente piccolo sul diametro $L'L''$

$$-\frac{1}{2} a\, ii' \,(\cos \vartheta - \operatorname{sen} \vartheta) \,\frac{d\vartheta}{\operatorname{sen} \vartheta \cos \vartheta}.$$

Questo valore differisce da quello che abbiamo già trovato per il medesimo momento soltanto per il segno, differenza che deriva evidentemente dal fatto che lo abbiamo ricavato dalla formula relativa all'azione di un circuito chiuso piccolissimo su un elemento, nella quale avevamo cambiato il segno di C per renderla positiva.

Esaminiamo ora l'azione che due correnti rettilinee, che non giacciano sullo stesso piano, devono esercitare l'una sull'altra, sia per muoversi parallelamente alla loro perpendicolare comune, sia per ruotare intorno a questa retta.

Siano AU, $A'U'$ (fig. 26) le due correnti; $AA' = a$ la loro perpendicolare comune; AV una parallela a $A'U'$;

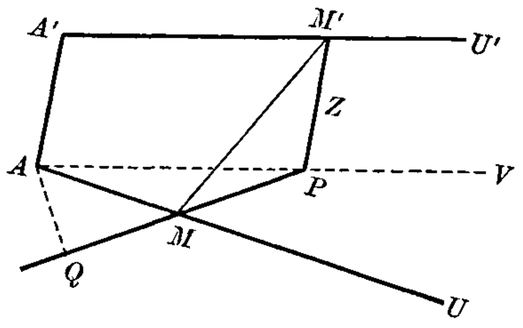


Fig. 26.

l'azione di due elementi situati in M e M', quando si pone $n = 2$ e $h = k - 1 = -\frac{3}{2}$ nella formula generale

$$\frac{ii'\,ds\,ds'}{r^n}(\cos\varepsilon + h\cos\vartheta\cos\vartheta'),$$

diventa

$$\frac{1}{2}\frac{ii'\,ds\,ds'\left(2\cos\varepsilon + 3\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right)}{r^2},$$

poiché

$$\cos\vartheta = \frac{dr}{ds}, \quad \cos\vartheta' = -\frac{dr}{ds'};$$

ma, ponendo $AM = s$, $A'M' = s'$, $VAU = \varepsilon$, si ha

$$r^2 = a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon,$$

donde

$$r\frac{dr}{ds} = s - s'\cos\varepsilon, \qquad r\frac{dr}{ds'} = s' - s\cos\varepsilon,$$

$$r\frac{d^2r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'} = -\cos\varepsilon;$$

e siccome

$$\frac{d\frac{1}{r}}{ds} = -\frac{\frac{dr}{ds}}{r^2},$$

$$\frac{d^2\frac{1}{r}}{dsds'} = -\frac{r\frac{d^2r}{dsds'} - 2\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}}{r^3} = \frac{\cos\varepsilon + 3\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}}{r^3},$$

il valore dell'azione dei due elementi diventa

$$\frac{1}{2}ii'\,ds\,ds'\left(\frac{\cos\varepsilon}{r^2} + r\frac{d^2\frac{1}{r}}{dsds'}\right).$$

Per avere la componente parallela a AA', bisogna moltiplicare questa espressione per il coseno dell'angolo $MM'P$ formato da MM' con $M'P$, parallela ad AA', cioè per $\frac{M'P}{M'M}$, ossia $\frac{a}{r}$, il che dà

$$\frac{1}{2}aii'\,ds\,ds'\left(\frac{\cos\varepsilon}{r^3} + \frac{d^2\frac{1}{r}}{dsds'}\right);$$

integrando per tutta l'estensione delle due correnti, si trova per l'azione totale

$$\frac{1}{2}aii'\left(\frac{1}{r} + \cos\varepsilon\iint\frac{ds\,ds'}{r^3}\right).$$

Se le due correnti formano tra loro un angolo retto, si ha $\cos\varepsilon = 0$, e l'azione parallela a AA' si riduce, prendendo l'integrale entro i limiti convenienti ed impiegando le stesse notazioni usate sopra, a

$$\frac{1}{2}ii'\left(\frac{a}{r''_2} - \frac{a}{r''_1} - \frac{a}{r'_2} + \frac{a}{r'_1}\right).$$

Questa espressione è proporzionale alla minima distanza fra le correnti e per conseguenza diventa nulla quando queste sono in uno stesso piano, come infatti deve avvenire.

Se le correnti sono parallele, si ha

$$\varepsilon = 0 \qquad \text{e} \qquad r^2 = a^2 + (s - s')^2,$$

donde

$$\iint \frac{ds\,ds'}{r^3} = \int ds' \int \frac{ds}{[a^2 + (s - s')^2]^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \int ds' \frac{s - s'}{a^2 \sqrt{a^2 + (s - s')^2}} = - \frac{\sqrt{a^2 - (s - s')^2}}{a^2} = - \frac{r}{a^2},$$

ossia entro i limiti di integrazione

$$\frac{r'_2 + r''_1 - r'_1 - r''_2}{a^2};$$

poiché $\cos \varepsilon = 1$, l'azione totale diventa

$$\frac{1}{2} ii' \left(\frac{a}{r''_2} - \frac{a}{r'_2} - \frac{a}{r''_1} + \frac{a}{r'_1} + \frac{r''_1 + r'_2 - r''_2 - r'_1}{a} \right).$$

Vedremo più avanti come si fa l'integrazione nel caso di angolo ε qualunque.

Cerchiamo ora il momento di rotazione intorno alla perpendicolare comune: a tale scopo bisogna anzitutto conoscere la componente secondo MP, e moltiplicarla per la perpendicolare AQ, abbassata da A su MP, il che è quanto dire moltiplicare la forza secondo MM' per $\frac{MP}{MM'} \cdot AQ$, o per $\frac{ss' \operatorname{sen} \varepsilon}{r}$; si avrà così

$$\frac{1}{2} ii' \operatorname{sen} \varepsilon \left(ss' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\,ds'} ds\,ds' + ss' \frac{\cos \varepsilon\, ds ds'}{r^3} \right);$$

ponendo $\frac{ss'}{r} = q$, si avrà

$$\frac{dq}{ds} = \frac{s'}{r} + \frac{ss' \, d \frac{1}{r}}{ds}$$

e

$$\frac{d^2 q}{ds\,ds'} = \frac{1}{r} - \frac{s'}{r^2} \cdot \frac{dr}{ds'} - \frac{s}{r^2} \cdot \frac{dr}{ds} + ss' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\,ds'} =$$

$$= \frac{1}{r} - \frac{s' (s' - s \cos \varepsilon) + s (s - s' \cos \varepsilon)}{r^3} + ss' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\,ds'};$$

e riducendo

$$\frac{d^2 q}{ds\,ds'} = \frac{a^2}{r^3} + \frac{ss' \, d^2 \frac{1}{r}}{ds\,ds'},$$

da cui si ricaverà

$$ss' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\,ds'} = \frac{d^2 q}{ds\,ds'} - \frac{a^2}{r^3}.$$

Ora, abbiamo trovato prima

$$r \frac{d^2 r}{ds\,ds'} + \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} = - \cos \varepsilon,$$

o

$$r \frac{d^2 r}{ds\,ds'} + \frac{(s - s' \cos \varepsilon)(s' - s \cos \varepsilon)}{r^2} = - \cos \varepsilon;$$

effettuando la moltiplicazione e sostituendo $s^2 + s'^2$ con il suo valore ricavato da

$$r^2 = a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss' \cos \varepsilon,$$

si ottiene, riducendo

$$\frac{d^2 r}{ds\,ds'} + \frac{ss' \operatorname{sen}^2 \varepsilon + a^2 \cos \varepsilon}{r^3} = 0,$$

donde

$$\frac{ss'}{r^3} = - \frac{1}{\operatorname{sen}^2 \varepsilon} \left(\frac{d^2 r}{ds\,ds'} + \frac{a^2 \cos \varepsilon}{r^3} \right).$$

Sostituendo questo valore e quello di $ss' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\,ds'}$ nell'espressione del momento di rotazione dell'elemento, esso diventa

$$\frac{1}{2} ii' \operatorname{sen} \varepsilon\, ds\,ds' \left[\frac{d^2 q}{ds\,ds'} - \frac{a^2}{r^3} - \frac{\cos \varepsilon}{\operatorname{sen}^2 \varepsilon} \left(\frac{d^2 r}{ds\,ds'} + \frac{a^2 \cos \varepsilon}{r^3} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} ii' ds\,ds' \left(\operatorname{sen} \varepsilon \frac{d^2 q}{ds\,ds'} - \frac{a^2 \operatorname{sen} \varepsilon}{r^3} - \cot \varepsilon \frac{d^2 r}{ds\,ds'} - \frac{\cos^2 \varepsilon}{\operatorname{sen} \varepsilon} \cdot \frac{a^2}{r^3} \right) =$$

$$= \frac{1}{2} ii' ds\,ds' \left(\operatorname{sen} \varepsilon \frac{d^2 q}{ds\,ds'} - \cot \varepsilon \frac{d^2 r}{ds\,ds'} - \frac{1}{\operatorname{sen} \varepsilon} \cdot \frac{a^2}{r^3} \right);$$

integrando rispetto a s e s', si ha, per il momento totale,

$$\frac{1}{2}\, ii' \left(q \operatorname{sen} \varepsilon - r \cot \varepsilon - \frac{a^2}{\operatorname{sen} \varepsilon} \iint \frac{ds\, ds'}{r^3} \right);$$

il calcolo si riduce, come prima, a trovare il valore dell'integrale doppio $\iint \frac{ds\, ds'}{r^3}$.

Se le correnti sono nello stesso piano, si ha $a = 0$ e il momento si riduce a

$$\frac{1}{2}\, ii' \, (q \operatorname{sen} \varepsilon - r \cot \varepsilon) ,$$

risultato che coincide con quello che abbiamo ottenuto calcolando direttamente il caso di due correnti giacenti sullo stesso piano. Infatti, poiché q non è altro che $\frac{ss'}{r}$ e r diviene MP, si ha

$$q \operatorname{sen} \varepsilon = \frac{ss' \operatorname{sen} \varepsilon}{r} = \frac{MP \cdot AQ}{MP} = AQ ;$$

con l'altro procedimento avevamo trovato

$$\frac{1}{2}\, ii' \, (p - r \cot \varepsilon) ,$$

ove p indica la perpendicolare AQ: i due risultati sono quindi identici. La integrazione fatta entro i limiti dà

$$\frac{1}{2}\, ii' \, [p''_2 - p''_1 - p'_2 + p'_1 + \cot \varepsilon \, (r''_1 + r'_2 - r''_2 - r'_1)] ;$$

se l'angolo ε è retto, il momento si riduce a

$$\frac{1}{2}\, ii' \, (p''_2 - p''_1 - p'_2 + p'_1) .$$

Quando $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$, ma a non è nullo, il momento suddetto diventa

$$\frac{1}{2}\, ii' \left(q - a^2 \iint \frac{ds\, ds'}{r^3} \right).$$

In questo caso si tratta di calcolare l'integrale

$$\int ds' \int \frac{ds}{r^3} = \int ds' \int \frac{ds}{(a^2 + s^2 - s'^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \int \frac{s}{(a^2 + s'^2) \sqrt{a^2 + s^2 + s'^2}}\, ds' ,$$

che si deve integrare ancora rispetto a s'; si ha

$$\int \frac{s ds'}{(a^2 + s'^2) \sqrt{a^2 + s^2 + s'^2}} =$$

$$= \int \frac{(a^2 + s^2)\, s ds'}{(a^4 + a^2 s'^2 + a^2 s^2 + s^2 s'^2) \sqrt{a^2 + s^2 + s'^2}} =$$

$$= \int \frac{s\,(a^2 + s^2)\, \dfrac{ds'}{\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2}}}{a^2\,(a^2 + s^2 + s'^2) + s^2 s'^2} =$$

$$= \int \frac{s\,(a^2 + s^2)\, ds'}{\dfrac{(a^2 + s^2 + s'^2)^{\frac{3}{2}}}{a^2 + \dfrac{s^2 s'^2}{a^2 + s^2 + s'^2}}} = \int \frac{\dfrac{dq}{ds'}\, ds'}{a^2 + q^2} =$$

$$= \frac{1}{a} \operatorname{arc\,tang} \frac{q}{a} + C .$$

Sia M il valore del momento di rotazione quando le due correnti elettriche, le cui lunghezze siano s e s', partono dai punti nei quali le loro direzioni incontrano la retta che ne misura la minima distanza; si avrà

$$M = \frac{1}{2}\, ii' \left(q - a \operatorname{arc\,tang} \frac{q}{a} \right),$$

espressione che si riduce a $M = \frac{1}{2}\, ii' q$, quando $a = 0$; ciò è in accordo con il valore $M = \frac{1}{2}\, ii' p$, che già abbiamo trovato per questo caso, poiché q diventa la perpendicolare

che allora avevamo chiamato p. Se si suppone a infinito, M si annulla, come deve avvenire, poiché risulta

$$a \operatorname{arc\,tang} \frac{q}{a} = q .$$

Se si chiama z l'angolo, la cui tangente è

$$\frac{ss'}{a\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2}} ,$$

si avrà

$$M = \frac{1}{2} ii' q \left(1 - \frac{z}{\operatorname{tang} z}\right);$$

questo è il valore del momento di rotazione che sarebbe prodotto da una forza uguale a

$$\frac{1}{2} ii' \left(1 - \frac{z}{\operatorname{tang} z}\right),$$

che agisse secondo la retta che congiunge le due estremità dei conduttori, opposte a quelle in cui questi sono intersecati dalla retta che ne misura la minima distanza.

È sufficiente quadruplicare queste espressioni per avere il momento di rotazione prodotto dall'azione mutua di due conduttori, uno dei quali mobile intorno alla retta che misura la loro minima distanza, nel caso in cui questa retta incontri i due conduttori nel loro punto di mezzo e le loro lunghezze siano rappresentate rispettivamente da $2s$ e $2s'$.

Del resto è facile vedere che, se, invece di supporre che le due correnti partano dal punto di incontro con la retta, si fosse fatto il calcolo per dei limiti qualunque, si sarebbe trovato un valore di M composto di quattro termini della forma di quello che abbiamo ottenuto in questo caso particolare, due positivi e due negativi.

Consideriamo ora due correnti rettilinee $A'S'$, $L'L''$ (fig. 27), non situate in uno stesso piano e le cui direzioni formino un angolo retto.

Sia AA' la loro perpendicolare comune; cerchiamo l'azione di $L'L''$ necessaria per far ruotare $A'S'$ intorno ad OV, parallela a $L'L''$ e condotta alla distanza $A'O = b$ da A.

Siano M, M' due elementi qualunque di queste correnti; l'espressione generale della componente della loro azione parallela alla perpendicolare comune AA', diventa, ponendo $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$,

$$\frac{1}{2} a ii' \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\, ds'} ds\, ds' ;$$

il suo momento rispetto al punto O è perciò, prendendo A' come origine delle s', uguale a

$$\frac{1}{2} a ii' (s' - b) \frac{d^2 \frac{1}{r}}{ds\, ds'} ds\, ds' ;$$

integrando rispetto a s, si ha

$$\frac{1}{2} a ii' (s' - b) \frac{d \frac{1}{r}}{ds'} ds' ;$$

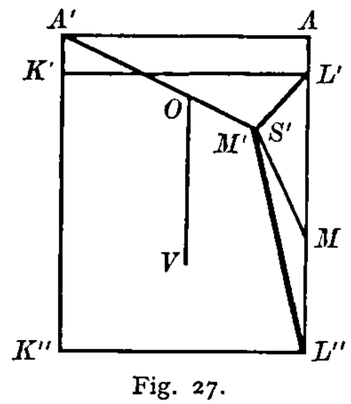


Fig. 27.

chiamando r' e r'' le distanze $M'L'$, $M'L''$ da M' ai punti L', L'' e integrando fra questi limiti, l'azione di $L'L''$, per fare ruotare l'elemento M', è

$$-\frac{1}{2} a ii' (s' - b) ds' \left(\frac{d \frac{1}{r''}}{ds'} - \frac{d \frac{1}{r'}}{ds'}\right),$$

espressione che deve essere integrata rispetto a s'. Ora

$$\frac{1}{2} a ii' \int (s' - b)\, d \frac{1}{r''} = \frac{1}{2} a ii' \left(\frac{s' - b}{r''} - \int \frac{ds'}{r''}\right),$$

e d'altronde è facile vedere che, chiamando c il valore AL'' di s che corrisponde a r'' e che è una costante nella presente integrazione, si ha $A'L'' = \sqrt{a^2 + c^2}$, donde segue che

$$r'' = \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{\operatorname{sen} \beta''} , \quad s' = -\sqrt{a^2 + c^2} \cot \beta'' , \quad ds' = \frac{\sqrt{a^2 + c^2}}{\operatorname{sen}^2 \beta''} d\beta'';$$

perciò

$$\int \frac{ds'}{r''} = \int \frac{d\beta''}{\operatorname{sen}\beta''} = 1 \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta''_2}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta''_1};$$

il secondo termine si integra nello stesso modo e finalmente si avrà per il momento di rotazione cercato

$$\frac{1}{2} a\, ii' \left(\frac{s'_2 - b}{r''_2} - \frac{s'_1 - b}{r''_1} - \frac{s'_2 - b}{r'_2} + \frac{s'_1 - b}{r'_1} - 1 \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta''_2 \operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta'_1}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta''_1 \operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta'_2} \right).$$

Nel caso in cui l'asse di rotazione è parallelo alla retta $L'L''$ dove s passa per il punto di intersezione A' delle rette a e s' si ha $b = 0$; e, se si suppone inoltre che la corrente che percorre s' parta da detto punto di intersezione, si avrà

$$s'_1 = 0, \quad \beta'_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \beta''_1 = \frac{\pi}{2},$$

dimodoché il valore del momento di rotazione si ridurrà a

$$\frac{1}{2} a\, ii' \left(\frac{s'_2}{r''_2} - \frac{s'_2}{r'_2} - 1 \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta''_2}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta'_2} \right).$$

Cercherò ora l'azione di un filo conduttore piegato secondo il perimetro di un rettangolo $K'K''L''L'$ che fa ruotare un conduttore rettilineo $A'S' = s'_2$, perpendicolare al piano di tale rettangolo e mobile intorno al lato $K'K''$, che esso incontra nel punto A': poiché il momento prodotto dall'azione di questo lato $K'K''$ evidentemente è nullo, bisognerà aggiungere al momento dovuto all'azione di $L'L''$, di cui abbiamo ora calcolato il valore, quello prodotto da $K'L'$ nello stesso senso del momento di $L'L''$ e sottrarre quello pro-

dotto da $K''L''$ la cui azione tende a fare ruotare $A'S'$ in senso contrario; ora, secondo i calcoli precedenti, chiamando g e h le minime distanze $A'K'$, $A'K''$ da AS' alle rette $K'L'$, $K''L''$, che sono entrambe uguali ad a, si ha per i valori assoluti di quei momenti

$$\frac{1}{2} ii' \left(q' - g \operatorname{arc\,tang} \frac{q'}{g} \right), \quad \frac{1}{2} ii' \left(q'' - h \operatorname{arc\,tang} \frac{q''}{h} \right),$$

ove

$$q' = \frac{as'_2}{\sqrt{g^2 + a^2 + s'^2}} = \frac{as'_2}{r'_2}, \quad q'' = \frac{as'_2}{\sqrt{h^2 + a^2 + s'^2}} = \frac{as'_2}{r''_2}$$

e il valore del momento totale è perciò

$$\frac{1}{2} ii' \left(h \operatorname{arc\,tang} \frac{q''}{h} - g \operatorname{arc\,tang} \frac{q'}{g} - a 1 \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta''_2}{\operatorname{tang}\frac{1}{2}\beta'_2} \right).$$

Questo è il valore del momento di rotazione risultante dall'azione di un conduttore avente la forma del perimetro di un rettangolo e agente su un conduttore mobile intorno ad uno dei lati del rettangolo, quando la direzione di questo conduttore sia perpendicolare al piano del rettangolo, quali che siano la sua distanza dagli altri lati del rettangolo e le dimensioni di questo. Determinato, per mezzo dell'esperienza, l'istante in cui il conduttore mobile è in equilibrio fra le opposte azioni di due rettangoli situati sullo stesso piano, ma di grandezze e distanze dal conduttore mobile differenti, si ha un mezzo semplicissimo di ottenere verifiche della mia formula, suscettibile di grande precisione; ciò può essere fatto agevolmente mediante uno strumento la cui costruzione è troppo facile da immaginare, perché sia necessario descriverlo qui.

Integriamo ora l'espressione $\iint \frac{ds ds'}{r^3}$ per l'estensione di due correnti rettilinee non situate in uno stesso piano e formanti un angolo qualsiasi ε, nel caso in cui queste cor-

renti comincino dalla perpendicolare comune; gli altri casi si deducono immediatamente da questo.

Siano A (fig. 28) il punto in cui la perpendicolare comune incontra la direzione AM della corrente s, AM' una parallela condotta da questo punto alla corrente s', e mn' la proiezione sul piano MAM' della retta che congiunge i due elementi ds, ds'. Conduciamo per A una linea An parallela e uguale a mm'; formiamo in n un piccolo parallelogrammo nn' avente i lati paralleli alle rette MAN, AM', e uguali a ds, ds'.

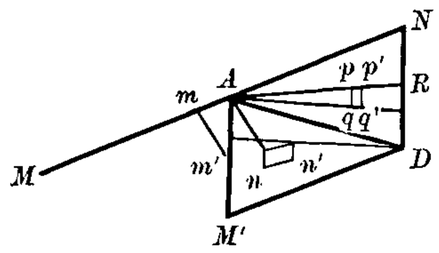


Fig. 28.

Se si ripete la stessa costruzione per tutti gli elementi, i parallelogrammi così ottenuti comporranno l'intero parallelogrammo $NAM'D$ e, poiché la loro superficie misura $ds ds' \operatorname{sen} \varepsilon$, si otterrà l'integrale richiesto moltiplicato per $\operatorname{sen} \varepsilon$, cercando il volume che ha per base $NAM'D$ ed è chiuso dalla superficie, le cui ordinate, innalzate sui diversi punti di quella base, valgono $\frac{1}{r^3}$; r è la distanza dei due elementi di corrente, che corrispondono, secondo la nostra costruzione, a tutti quei punti della superficie $NAM'D$.

Ora, per calcolare questo volume, possiamo suddividere la base in triangoli aventi come vertice comune il punto A.

Siano Ap una retta condotta da A a un punto qualsiasi dell'area del triangolo AND, e $pqq'p'$ l'area compresa fra le due rette infinitamente vicine Ap, Aq' e i due archi di cerchio descritti da A con raggi $Ap = u$ e $Ap' = u + du$; essendo l'angolo $NAM' = \pi - \varepsilon$ e chiamando φ l'angolo NAp, avremo

$$\operatorname{sen} \varepsilon \iint \frac{ds\, ds'}{r^3} = \iint \frac{u\, du\, d\varphi}{r^3}.$$

Se a indica la perpendicolare comune alle direzioni dei due conduttori e s e s' le distanze di A dalle due correnti, si ha

$$r = \sqrt{a^2 + u^2}, \qquad u = \sqrt{s^2 + s'^2 - 2ss' \cos \varepsilon};$$

perciò, integrando una prima volta da $u = 0$ a $u = AR = u_1$, avremo

$$\operatorname{sen} \varepsilon \iint \frac{ds\, ds'}{r^3} = \iint \frac{u\, du\, d\varphi}{(a^2 + u^2)^{3/2}} = \int d\varphi \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + u_1^2}} \right).$$

Rimane ora da integrare quest'ultima espressione rispetto a φ; a tale scopo calcoleremo u in funzione di φ, per mezzo della proporzione $AN : AR :: \operatorname{sen} (\varphi + \varepsilon) : \operatorname{sen} \varepsilon$, ossia

$$s : u :: \operatorname{sen} (\varphi + \varepsilon) : \operatorname{sen} \varepsilon;$$

sostituendo ad $a^2 + u_1^2$ il valore ricavato da tale proporzione, dovremo calcolare

$$\int d\varphi \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2 + \dfrac{s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}{\operatorname{sen}^2 (\varphi + \varepsilon)}}} \right] =$$

$$= \frac{\varphi}{a} - \int \frac{d\varphi \operatorname{sen} (\varphi + \varepsilon)}{\sqrt{s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon + a^2 \operatorname{sen}^2 (\varphi + \varepsilon)}} =$$

$$= \frac{\varphi}{a} + \frac{1}{a} \int \frac{d \cos (\varphi + \varepsilon)}{\sqrt{\dfrac{a^2 + s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}{a^2} - \cos^2 (\varphi + \varepsilon)}} =$$

$$= \frac{1}{a} \left[\varphi + \operatorname{arc\,sen} \frac{a \cos (\varphi + \varepsilon)}{\sqrt{a^2 + s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}} + C \right].$$

Chiamiamo μ e μ' gli angoli NAD, $M'AD$ e prendiamo l'integrale sopra scritto fra $\varphi = 0$ e $\varphi = \mu$: esso diventa

$$\frac{1}{a} \left[\mu + \operatorname{arc\,sen} \frac{a \cos (\mu + \varepsilon)}{\sqrt{a^2 + s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}} - \operatorname{arc\,sen} \frac{a \cos \varepsilon}{\sqrt{a^2 + s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}} \right];$$

e, poiché $\mu + \varepsilon = \pi - \mu'$, esso può scriversi

$$\frac{1}{a} \left[\mu - \operatorname{arc\,sen} \frac{a \cos \mu'}{\sqrt{a^2 + s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}} - \operatorname{arc\,sen} \frac{a \cos \varepsilon}{\sqrt{a^2 + s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}} \right].$$

Ora

$$\cos \mu' = \frac{AK}{AD} = \frac{s' - s \cos \varepsilon}{\sqrt{(s' - s \cos \varepsilon)^2 + s^2 \operatorname{sen}^2 \varepsilon}} =$$

$$= \frac{s' - s \cos \varepsilon}{\sqrt{s^2 + s'^2 - 2\, ss' \cos \varepsilon}},$$

da cui si ricava, per il suddetto integrale, la seguente espressione:

$$\frac{1}{a}\left[\mu - \operatorname{arc\,sen}\frac{a\,(s' - s\cos\varepsilon)}{\sqrt{a^2 + s^2\operatorname{sen}^2\varepsilon}\,\sqrt{s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon}} - \right.$$
$$\left. - \operatorname{arc\,sen}\frac{a\cos\varepsilon}{\sqrt{a^2 + s^2\operatorname{sen}^2\varepsilon}}\right]$$

o, passando dal seno alla tangente per i due archi,

$$\frac{1}{a}\left[\mu - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\,(s' - \varepsilon\cos\varepsilon)}{s\operatorname{sen}\varepsilon\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon}} - \right.$$
$$\left. - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\cot\varepsilon}{\sqrt{a^2 + s^2}}\right];$$

poiché si ottiene l'integrale relativo al triangolo $M'AD$ cambiando in questa espressione μ in μ' e s in s', osservando che $\mu + \mu' = \pi - \varepsilon$, l'integrale totale diventerà

$$\frac{1}{a}\left[\pi - \varepsilon - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\,(s' - s\cos\varepsilon)}{s\operatorname{sen}\varepsilon\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon}} - \right.$$
$$- \operatorname{arc\,tang}\frac{a\cot\varepsilon}{\sqrt{a^2 + s^2}} -$$
$$- \operatorname{arc\,tang}\frac{a\,(s - s'\cos\varepsilon)}{s'\operatorname{sen}\varepsilon\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon}} -$$
$$\left. - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\cot\varepsilon}{\sqrt{a^2 + s'^2}}\right].$$

Calcolando la tangente della somma dei due archi i cui valori contengono s e s', l'espressione si cambia nella seguente

$$\frac{1}{a}\left(\pi - \varepsilon - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\operatorname{sen}\varepsilon\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon}}{ss'\operatorname{sen}^2\varepsilon + a^2\cos\varepsilon} - \right.$$
$$\left. - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\cot\varepsilon}{\sqrt{a^2 + s^2}} - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\cot\varepsilon}{\sqrt{a^2 + s'^2}}\right);$$

e, siccome

$$\frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\operatorname{sen}\varepsilon\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon}}{ss'\operatorname{sen}^2\varepsilon + a^2\cos\varepsilon} =$$
$$= \operatorname{arc\,tang}\frac{ss'\operatorname{sen}^2\varepsilon + a^2\cos\varepsilon}{a\operatorname{sen}\varepsilon\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon}},$$

si ha, dividendo per $\operatorname{sen}\varepsilon$,

$$\iint\frac{ds\,ds'}{r^3} = \frac{1}{a\operatorname{sen}\varepsilon}\left(\operatorname{arc\,tang}\frac{ss'\operatorname{sen}^2\varepsilon + a^2\cos\varepsilon}{a\operatorname{sen}\varepsilon\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon}} - \right.$$
$$\left. - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\cot\varepsilon}{\sqrt{a^2 + s^2}} - \operatorname{arc\,tang}\frac{a\cot\varepsilon}{\sqrt{a^2 + s'^2}} + \frac{\pi}{2} - \varepsilon\right);$$

espressione che, quando $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$, si riduce a

$$\frac{1}{a}\left(\operatorname{arc\,tang}\frac{ss'}{a\sqrt{a^2 + s^2 + s'^2}}\right)$$

come già avevamo trovato precedentemente.

Si può osservare che il primo termine del valore che abbiamo ora trovato per il caso generale è l'integrale indefinito di

$$\frac{ds\,ds'}{(a^2 + s^2 + s'^2 - 2ss'\cos\varepsilon)^{3/2}},$$

come si può verificare facendone la derivazione, e che gli altri tre si ottengono ponendo successivamente nel suddetto integrale indefinito

1) $s' = 0$; 2) $s = 0$; 3) $s' = 0$ e $s = 0$.

Se le correnti non partissero dalla perpendicolare comune, si avrebbe un integrale composto ancora di quattro termini tutti della stessa forma dell'integrale indefinito.

15. *Azione esercitata su un elemento di filo conduttore dal complesso di circuiti chiusi di dimensioni piccolissime, che è stato indicato con il nome di solenoide elettromagnetico.*

Abbiamo fin qui considerato l'azione mutua di correnti elettriche situate su uno stesso piano e di correnti rettilinee

situate in modo qualunque nello spazio; ci rimane da esaminare l'azione mutua di correnti curvilinee che non siano su uno stesso piano. Supporremo dapprima che queste correnti descrivano curve piane e chiuse di dimensioni infinitamente piccole. Già abbiamo visto che l'azione di una corrente di tale specie dipende da tre integrali A, B, C, i cui valori sono [57]

$$A = \lambda\left(\frac{\cos\xi}{l^3} - \frac{3qx}{l^5}\right)$$
$$B = \lambda\left(\frac{\cos\eta}{l^3} - \frac{3qy}{l^5}\right)$$
$$C = \lambda\left(\frac{\cos\zeta}{l^3} - \frac{3qz}{l^5}\right).$$

Immaginiamo ora nello spazio una linea qualunque MmO (fig. 29), circondata da correnti elettriche formanti piccolissimi circuiti chiusi attorno a detta linea, su piani a questa perpendicolari e fra loro infinitamente vicini; questi circuiti siano inoltre tali che le aree da ciascuno comprese siano tutte uguali tra loro (rappresentate da λ) e che i loro centri di gravità giacciano sulla MmO e che la distanza fra due piani consecutivi, misurata sulla suddetta linea, sia sempre la stessa. Chiamando g questa distanza, che consideriamo infinitamente piccola, il numero delle correnti che si troveranno in un elemento ds della linea MmO sarà $\frac{ds}{g}$. Per avere gli integrali che si riferiscono ai circuiti dell'elemento ds bisognerà moltiplicare A, B, C per tale numero; integrando poi fra le estremità L' e L'' dell'arco s, si otterranno

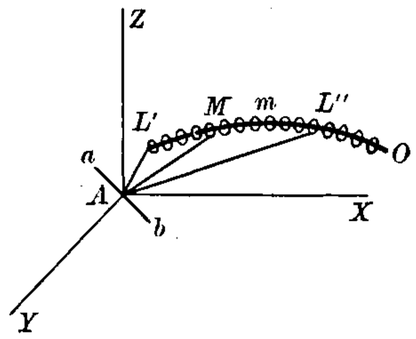


Fig. 29.

[57] Formule di pp. 299-300 nelle quali venga posto, in luogo di n, il valore testé trovato $n = 2$.

i valori di A, B, C relativi al complesso di tutti i circuiti che lo circondano. A questo sistema di circuiti io ho dato il nome di *solenoide elettrodinamico* dalla parola greca σωληνοειδής, il cui significato esprime precisamente ciò che ha la forma di un canale, ossia la superficie di questa forma, sulla quale si trovano tutti i circuiti.

Si ha così per l'intero solenoide

$$A = \frac{\lambda}{g}\int\left(\frac{\cos\xi\,ds}{l^3} - \frac{3qx\,ds}{l^5}\right),$$
$$B = \frac{\lambda}{g}\int\left(\frac{\cos\eta\,ds}{l^3} - \frac{3qy\,ds}{l^5}\right),$$
$$C = \frac{\lambda}{g}\int\left(\frac{\cos\zeta\,ds}{l^3} - \frac{3qz\,ds}{l^5}\right).$$

Ora, la direzione della linea g, perpendicolare al piano di λ, è parallela alla tangente alla curva s; perciò si ha

$$\cos\xi = \frac{dx}{ds}, \quad \cos\eta = \frac{dy}{ds}, \quad \cos\zeta = \frac{dz}{ds}.$$

Inoltre, evidentemente q è uguale alla somma delle proiezioni delle tre coordinate x, y, z sulla sua direzione; quindi

$$q = \frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{ds} = \frac{l\,dl}{ds},$$

dato che si ha $l^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Sostituendo tali valori nella espressione che abbiamo trovato per C, questa diventa

$$C = \frac{\lambda}{g}\int\left(\frac{dz}{l^3} - \frac{3z\,dl}{l^4}\right) = \frac{\lambda}{g}\left(\frac{z}{l^3} + C\right)$$ [58].

Chiamando x', y', z', l' e x'', y'', z'', l'', i valori di x, y, z, l relativi alle due estremità L' e L'' del solenoide, si ha

$$C = \frac{\lambda}{g}\left(\frac{z''}{l''^3} - \frac{z'}{l'^3}\right).$$

[58] Superfluo chiarire che l'ultima C vale per « costante », da non confondersi con l'espressione del valore C che si cerca.

Operando nello stesso modo per gli altri due integrali A e B si trovano espressioni simili; i valori delle tre quantità che ci eravamo proposti di calcolare per l'intero solenoide sono

$$A = \frac{\lambda}{g}\left(\frac{x''}{l''^3} - \frac{x'}{l'^3}\right)$$
$$B = \frac{\lambda}{g}\left(\frac{y''}{l''^3} - \frac{y'}{l'^3}\right)$$
$$C = \frac{\lambda}{g}\left(\frac{z''}{l''^3} - \frac{z'}{l'^3}\right).$$

Se il solenoide avesse come direttrice una curva chiusa, si avrebbe $x'' = x'$, $y'' = y'$, $z'' = z'$, $l'' = l'$, e per conseguenza $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$; se esso si estendesse all'infinito nei due sensi, tutti i termini dei valori di A, B, C sarebbero separatamente nulli; è evidente che in questi due casi l'azione esercitata dal solenoide si ridurrebbe a zero. Se si suppone che esso si estenda all'infinito da una sola parte (ciò che io esprimerei dandogli il nome di solenoide indefinito in un solo senso), si dovrà considerare soltanto l'estremità le cui coordinate x', y', z' hanno valori finiti, poiché, essendo l'altra estremità supposta a una distanza infinita, i primi termini di A, B, C sono necessariamente nulli; si ha così

$$A = -\frac{\lambda x'}{gl'^3}, \quad B = -\frac{\lambda y'}{gl'^3}, \quad C = -\frac{\lambda z'}{gl'^3},$$

e quindi $A : B : C :: x' : y' : z'$; donde segue che la normale al piano direttore, che passa per l'origine e forma con gli assi angoli i cui coseni sono

$$\frac{A}{D}, \quad \frac{B}{D}, \quad \frac{C}{D},$$

avendo, come al solito, posto $D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$, passa anche per l'estremità del solenoide le cui coordinate sono x', y', z'.

Abbiamo visto nel caso generale che la risultante totale è perpendicolare a quella normale; perciò l'azione di un solenoide indefinito su un elemento è perpendicolare alla

retta che congiunge il punto di mezzo di questo elemento all'estremità del solenoide; e siccome è pure perpendicolare all'elemento, ne consegue che lo è anche al piano condotto per questo elemento e per l'estremità del solenoide.

Essendo la sua direzione determinata, dobbiamo soltanto conoscerne il valore; ora, in séguito al calcolo fatto nel caso generale, tale valore è

$$-\frac{D\, ii'\, \mathrm{ds}\, \mathrm{sen}\, \varepsilon'}{2}$$

essendo ε' l'angolo dell'elemento ds' con la normale al piano direttore; e poiché $D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$, si trova facilmente

$$D = -\frac{\lambda}{gl'^2},$$

il che dà per il valore della risultante

$$\frac{\lambda\, ii'\, \mathrm{ds}'\, \mathrm{sen}\, \varepsilon}{2gl'^2}\ ^{59}.$$

Si vede dunque che l'azione esercitata da un solenoide indefinito, la cui estremità sia in L' (fig. 29), sull'elemento ab è normale in A al piano bAL', proporzionale al seno dell'angolo bAL' e in ragione inversa del quadrato della distanza AL'; inoltre essa rimane sempre la stessa, quali che siano la forma e la direzione della curva indefinita $L'L''$, sulla quale si suppongono situati tutti i centri di gravità delle correnti di cui si compone il solenoide indefinito.

Se da questo si vuol passare al caso di un solenoide definito, le cui due estremità siano poste in due punti dati L', L'', basterà supporre un secondo solenoide indefinito, che abbia inizio al punto L'' del primo e coincida con questo da detto punto fino all'infinito, e che abbia correnti della stessa intensità ma dirette in senso contrario; l'azione di quest'ultimo sarà di segno contrario a quella del primo solenoide indefinito partente dal punto L' e la distruggerà in

[59] I testi originali portano sen ε, come abbiamo trascritto; ma evidentemente deve leggersi sen ε'.

tutta la parte che si estende da L'' fino all'infinito nella direzione $L''O$, nella quale parte essi sono sovrapposti. L'azione del solenoide $L'L''$ sarà perciò uguale a quella che eserciterebbe il complesso di questi due solenoidi indefiniti e si comporrà, per conseguenza, della forza che abbiamo testé calcolato e di un'altra forza agente in senso contrario, passante ancora per il punto A, perpendicolare al piano bAL'' e avente per valore

$$\frac{\lambda\, ii'\, \mathrm{d}s'\, \mathrm{sen}\, \varepsilon''}{2gl''^2}$$

ove ε'' è l'angolo bAL'' e l'' è la distanza AL''. L'azione totale del solenoide $L'L''$ è la risultante di queste due forze, e, come queste, passa per il punto A.

16. *Azione esercitata su un solenoide da un elemento o una porzione finita di filo conduttore, un circuito chiuso o un sistema di circuiti chiusi.*

Poiché l'azione di un solenoide definito si deduce immediatamente da quella del solenoide indefinito, per tutto ciò che ci rimane da dire su questo argomento, considereremo dapprima il solenoide indefinito che consente calcoli più semplici e dal quale è poi facile dedurre quanto riguarda un solenoide finito.

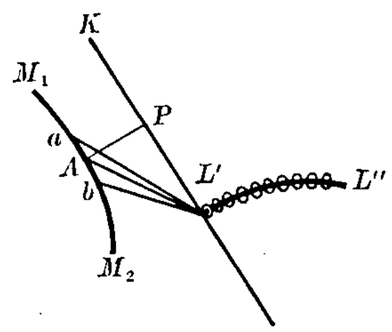


Fig. 30.

Siano L' (fig. 30) l'estremità di un solenoide indefinito; A il punto di mezzo di un elemento qualunque ba di una corrente elettrica M_1AM_2, e $L'K$ una retta fissa qualsiasi condotta per il punto L'; chiamiamo ϑ l'angolo variabile $KL'A$, μ l'inclinazione dei piani bAL', $AL'K$ e l' la distanza $L'A$. Per determinare l'azione dell'elemento ba sul solenoide, essendo essa uguale e opposta a quella che quest'ultimo esercita sull'elemento, bisogna considerare un punto situato

in A', legato invariabilmente al solenoide, e sollecitato da una forza la cui espressione, a parte il segno, è

$$\frac{\lambda ii'\, \mathrm{d}s'\, \mathrm{sen}\, bAL'}{2g\, l'^2} \quad \text{o} \quad \frac{\lambda ii'\, \mathrm{d}v}{g\, l'^3},$$

se si chiama $\mathrm{d}v$ l'area $aL'b$ che è uguale a

$$\frac{l'\, \mathrm{d}s'\, \mathrm{sen}\, bAL'}{2}.$$

Poiché questa forza è normale in A al piano $AL'b$, per avere il suo momento rispetto all'asse $L'K$, occorre cercare la sua componente perpendicolare a $AL'K$ e moltiplicarla per la perpendicolare ad AP abbassata dal punto A sulla retta $L'K$. Essendo μ l'angolo compreso fra i piani $AL'b$, $AL'K$, detta componente si ottiene moltiplicando l'espressione precedente per $\cos\mu$; ma $\mathrm{d}v\cos\mu$ è la proiezione dell'area $\mathrm{d}v$ sul piano $AL'K$, donde risulta che, rappresentando questa proiezione con $\mathrm{d}u$, il valore della componente cercata è

$$\frac{\lambda\, ii'\, \mathrm{d}u}{gl'^3}.$$

Ora, la proiezione dell'angolo $aL'b$ su $AL'K$ può essere considerata come la differenza infinitamente piccola $\mathrm{d}\vartheta$ degli angoli $KL'a$ e $KL'b$; si avrà

$$\mathrm{d}u = \frac{l'^2\, \mathrm{d}\vartheta}{2},$$

per cui l'ultima espressione si riduce a

$$\frac{\lambda\, ii'\, \mathrm{d}\vartheta}{2gl'};$$

e, poiché $AP = l'\,\mathrm{sen}\,\vartheta$, il momento cercato sarà dato da

$$\frac{\lambda\, ii'}{2g}\,\mathrm{sen}\,\vartheta\,\mathrm{d}\vartheta.$$

Questa espressione, integrata per tutta l'estensione della curva M_1AM_2, dà il momento di questa corrente per far

ruotare il solenoide intorno a $L'K$; se la corrente è chiusa, l'integrale che nel caso generale è

$$C = -\frac{\lambda\, ii' \cos\vartheta}{2g},$$

si annulla fra i limiti, e il momento è nullo rispetto ad una retta qualunque $L'K$ passante per il punto L'.

Di qui segue che, nell'azione di un circuito chiuso o di un sistema qualunque di circuiti chiusi su un solenoide indefinito, tutte le forze applicate ai diversi elementi del sistema dànno, intorno ad un asse qualsiasi, gli stessi momenti che darebbero se fossero applicate all'estremità stessa del solenoide; inoltre ne consegue che la loro risultante passa per questa estremità e che dette forze non possono, in nessun caso, tendere ad imprimere al solenoide un movimento di rotazione intorno ad una retta condotta per la sua estremità; il che è conforme ai risultati delle esperienze. Se la corrente rappresentata dalla curva M_1AM_2 non fosse chiusa, per fare ruotare il solenoide intorno a $L'K$, essa dovrebbe dare un momento

$$\frac{\lambda\, ii'}{2g}(\cos\vartheta'_1 - \cos\vartheta'_2)$$

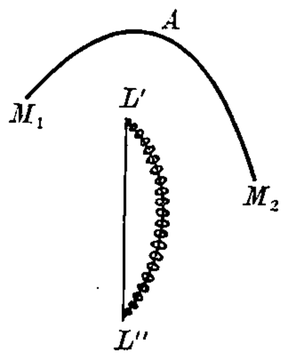


Fig. 31.

ove con ϑ'_1 e ϑ'_2 si sono indicati i valori estremi di ϑ relativi al punto L' e alle estremità M_1, M_2 della curva M_1AM_2.

Consideriamo ora un solenoide definito $L'L''$ (fig. 31) che possa ruotare soltanto intorno ad un asse passante per le sue due estremità. Potremo sostituirlo, come abbiamo fatto prima, con due solenoidi indefiniti; la somma delle azioni della corrente M_1AM_2 su ognuno di essi sarà la sua azione su $L'L''$. Abbiamo già trovato il momento della prima di queste due azioni; chiamando con ϑ''_1, ϑ''_2 gli angoli corrispondenti a ϑ'_1, ϑ'_2, ma relativi all'estremità L'', si avrà il momento della seconda azione

$$-\frac{\lambda\, ii'}{2g}(\cos\vartheta''_1 - \cos\vartheta''_2);$$

il momento totale prodotto dall'azione di M_1AM_2 per la rotazione del solenoide intorno al suo asse $L'L''$, sarà quindi

$$\frac{\lambda\, ii'}{2g}(\cos\vartheta'_1 - \cos\vartheta''_1 - \cos\vartheta'_2 + \cos\vartheta''_2).$$

Questo momento è indipendente dalla forma del conduttore M_1AM_2, dalla sua grandezza e dalla sua distanza dal solenoide $L'L''$ e non cambia quando queste varino senza che i quattro angoli ϑ'_1, ϑ''_1, ϑ'_2, ϑ''_2 mutino di valore; esso è nullo non solo quando la corrente M_1M_2 forma un circuito chiuso, ma anche quando si supponga che questa corrente si estenda all'infinito da entrambe le parti, poiché in tal caso, essendo le sue due estremità a distanza infinita da quelle del solenoide, l'angolo ϑ'_1 diventa uguale a ϑ''_1 e l'angolo ϑ'_2 uguale a ϑ''_2.

Tutti i momenti di rotazione intorno a rette condotte per l'estremità di un solenoide indefinito sono nulli; perciò tale estremità è il punto di applicazione della risultante delle forze esercitate sul solenoide da un circuito elettrico chiuso o da un sistema di correnti formante circuiti chiusi; si può quindi supporre di trasportarvi tutte queste forze e di prendere questo punto come origine A (fig. 32) delle coordinate. Sia BM una porzione di una delle correnti che agiscono sul solenoide; la forza dovuta ad un elemento qualsiasi Mm di BM è, secondo quanto abbiamo detto sopra, normale al piano AMm ed espressa da

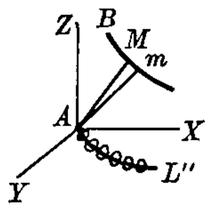


Fig. 32.

$$\frac{\lambda\, ii'\, dv}{gr^3},$$

essendo dv l'area AMm e r la distanza variabile AM.

Per avere la componente di questa azione secondo AX, la si deve moltiplicare per il coseno dell'angolo che essa forma con AX, che è uguale all'angolo dei piani AMm, ZAY; ma dv moltiplicato per questo coseno è la proiezione di AMm su ZAY, che è uguale a

$$\frac{y\mathrm{d}z - z\mathrm{d}y}{2};$$

perciò, se si vuole ottenere l'azione secondo AX esercitata da un numero qualunque di correnti formanti circuiti chiusi, si dovrà prendere in tutta l'estensione di queste correnti l'integrale

$$\frac{\lambda ii'}{2g}\int \frac{y\mathrm{d}z - z\mathrm{d}y}{r^3}, \text{ che vale } \frac{\lambda ii' A}{2g},$$

ove A è sempre la stessa quantità che abbiamo considerato precedentemente, nella quale si è sostituito n con il suo valore 3; analogamente si troverà che l'azione secondo AY è espressa da

$$\frac{\lambda ii' B}{2g},$$

e quella che si manifesta secondo AZ da

$$\frac{\lambda ii' C}{2g}.$$

La risultante di queste tre forze, che è l'azione totale esercitata da un numero qualunque di circuiti chiusi sul solenoide indefinito, è pertanto uguale a

$$\frac{\lambda ii' D}{2g}$$

indicando anche qui $\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ con D; i coseni degli angoli che detta risultante forma con gli assi delle x, delle y e delle z, hanno i valori

$$\frac{A}{D};\quad \frac{B}{D};\quad \frac{C}{D};$$

essi sono esattamente i valori dei coseni degli angoli formati dalla normale al piano direttore con gli stessi assi che si otterrebbero considerando l'azione degli stessi circuiti su un elemento posto in A. Ora l'azione del sistema porterebbe questo elemento in una direzione compresa nel piano direttore. Da ciò si trae la notevole conseguenza che, quando un sistema qualunque di circuiti chiusi agisce alternativamente su un solenoide indefinito e su un elemento posto all'estremità del solenoide, le direzioni secondo cui sono portati rispettivamente l'elemento e l'estremità del solenoide sono perpendicolari fra loro. Se si suppone l'elemento situato sul piano direttore stesso, l'azione che il sistema esercita su di esso è massima e vale

$$\frac{ii' D\,\mathrm{d}s'}{2}.$$

L'azione che il medesimo sistema esercita sul solenoide è stata trovata uguale a

$$\frac{\lambda ii' D}{2g};$$

perciò queste due forze, per uno stesso elemento e per uno stesso solenoide, stanno sempre fra loro nel rapporto costante

$$\mathrm{d}s' : \frac{\lambda}{g};$$

ossia stanno fra loro come la lunghezza dell'elemento sta all'area della curva chiusa descritta da una delle correnti del solenoide divisa per la distanza di due correnti consecutive; tale rapporto è indipendente dalla forma e dalla grandezza delle correnti del sistema che agisce sull'elemento e sul solenoide.

17. *Azione mutua di due solenoidi.*

Quando il sistema di circuiti chiusi che abbiamo considerato sia anch'esso un solenoide indefinito, la normale al piano direttore passante per il punto A è, come abbiamo

testé visto, la retta che congiunge il punto A all'estremità del solenoide; ne consegue che l'azione mutua di due solenoidi indefiniti si manifesta secondo la retta che congiunge l'estremità di uno all'estremità dell'altro; per trovarne il valore, indicheremo con λ' l'area dei circuiti formati dalle correnti di questo nuovo solenoide, con g' la distanza fra i piani di due di questi circuiti immediatamente consecutivi, con l la distanza delle estremità dei due solenoidi indefiniti: avremo $D = -\frac{\lambda'}{g'l^2}$ da cui si deduce la loro azione mutua

$$\frac{\lambda\, ii'\, D}{2g} = -\frac{\lambda\lambda'\, ii'}{2gg'l^2},$$

che risulta in ragione inversa del quadrato della distanza l. Quando uno dei solenoidi è definito, lo si può sostituire con due solenoidi indefiniti e l'azione risulta composta di due forze, l'una attrattiva e l'altra repulsiva, dirette secondo le rette che congiungono le due estremità del primo all'estremità del secondo. Infine, nel caso in cui due solenoidi definiti $L'L''$, L_1L_2 (fig. 33) agiscono fra di loro, si hanno quattro forze dirette rispettivamente secondo le rette $L'L_1$, $L'L_2$, $L''L_1$, $L''L_2$, che congiungono le loro estremità a due a due; e se, ad esempio, si ha repulsione secondo $L'L_1$, si avrà attrazione secondo $L'L_2$ e $L''L_1$ e repulsione secondo $L''L_2$.

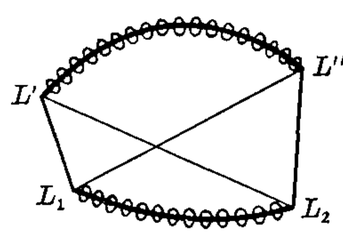


Fig. 33.

18. *Identità dei solenoidi e dei magneti, per quanto riguarda l'azione esercitata su di essi sia da fili conduttori, sia da altri solenoidi o da altri magneti. Discussione sulle conseguenze che si possono dedurre da questa identità, circa la natura dei magneti e quella delle azioni che si osservano fra il globo terrestre e un magnete o un filo conduttore* [60].

[60] È questa la celebre equivalenza di un solenoide (nome che, come si è visto al § 15, è stato inventato, derivandolo dal greco, dallo stesso

Per giustificare il modo in cui concepisco i fenomeni presentati dai magneti, considerandoli come complessi di correnti elettriche formanti circuiti piccolissimi intorno alle loro particelle, bisogna dimostrare, partendo dalla formula con la quale ho rappresentato l'azione mutua di due elementi di correnti elettriche, che da taluni sistemi di questi piccoli circuiti risultano delle forze che dipendono soltanto dalla posizione di due punti determinati del sistema e che godono, rispetto a tali punti, di tutte le proprietà delle forze che si attribuiscono alle cosidette molecole di fluido australe e di fluido boreale, quando si spiegano i fenomeni presentati dai magneti con l'esistenza di questi due fluidi, sia nella loro azione mutua, sia in quella che essi esercitano su un filo conduttore. Ora è noto che i fisici che preferiscono le spiegazioni che suppongono l'esistenza di queste molecole alle spiegazioni che io ho dedotto dalle proprietà delle correnti elettriche, ammettono che a ogni molecola di fluido australe corrisponde sempre, in ogni particella del corpo magnetizzato, una molecola di fluido boreale della stessa intensità e che, chiamando elemento magnetico l'insieme di queste due molecole, le quali si possono considerare come i due poli dell'elemento, per spiegare i fenomeni che presentano i due generi di azioni di cui trattasi, occorre: 1) che l'azione mutua di due elementi magnetici si componga di quattro forze, due attrattive e due repulsive, dirette secondo le rette che congiungono le due molecole di uno degli elementi alle due molecole dell'altro, e di intensità in ragione inversa dei quadrati di queste rette; 2) che quando uno di questi elementi agisce su una porzione infinitamente piccola di filo conduttore, si manifestino due forze, perpendicolari ai piani passanti per

Ampère per significare un complesso di spire fra loro in serie, molto avvicinate, percorse da una corrente elettrica) e di un magnete; questa equivalenza, insieme a quella già vista di una spira e di una lamina magnetica, costituisce uno dei fondamenti dell'elettromagnetismo. Dal punto di vista pratico si può quasi dire che non esiste macchina o apparecchio elettrico che non si valgano di questa proprietà: si può quindi considerare, insieme al principio dell'induzione elettromagnetica, una delle basi dell'elettrotecnica. Teoricamente la sua importanza, come si accenna in altre parti di queste note, è stata riconosciuta soltanto ai giorni nostri.

le due molecole dell'elemento e per la direzione della piccola porzione di filo, proporzionali ai seni degli angoli che tale direzione forma con le rette che ne misurano le distanze dalle due molecole e inversamente proporzionali ai quadrati di queste distanze. Fintanto che non si ammetta la mia maniera di concepire i magneti e si continui ad attribuire quelle due specie di forze a molecole di un fluido australe e di un fluido boreale, è impossibile ricondurre questi fenomeni ad un solo principio; ma, quando invece si adotti il mio modo di vedere sulla costituzione dei magneti, si vede, dai calcoli precedenti, che quelle due specie di azioni e i valori delle forze che ne risultano si deducono immediatamente dalla mia formula: per trovare tali valori basta sostituire al complesso di due molecole, l'una di fluido australe, l'altra di fluido boreale, un solenoide, le cui estremità, che sono i due punti determinati dai quali dipendono le forze in parola, siano posti precisamente nei medesimi punti ove si supporrebbero situate le molecole dei due fluidi.

Ciò posto, due sistemi di solenoidi piccolissimi agiranno l'uno sull'altro, secondo la mia formula, come due magneti composti di tanti elementi magnetici quanti solenoidi si suppongono nei due sistemi; uno di questi sistemi agirà pure su un elemento di corrente elettrica come fa un magnete; per conseguenza tutti i calcoli, tutte le spiegazioni, fondati tanto sulla considerazione delle forze attrattive e repulsive delle molecole di fluido australe e boreale in ragione inversa del quadrato delle distanze, quanto su quella delle forze rivolutive fra una di quelle molecole e un elemento di corrente elettrica, secondo la ricordata legge ammessa dai fisici che non adottano la mia teoria, sono necessariamente gli stessi, sia che si spieghino i fenomeni che producono i magneti in questi due casi, come faccio io, per mezzo di correnti elettriche, sia che si preferisca l'ipotesi dei due fluidi. Pertanto non è in questi calcoli o in queste spiegazioni che si possono cercare né le obiezioni contro la mia teoria, né le prove in suo favore. Le prove su cui mi appoggio risultano soprattutto dal fatto che la mia teoria riconduce ad un principio unico tre specie di azioni che l'insieme dei fenomeni

prova essere dovute ad una causa comune e che non potrebbero esservi ricondotte in altro modo. In Svezia, in Germania, in Inghilterra, si è creduto di poterle spiegare con il solo fatto dell'azione mutua di due magneti, quale l'aveva determinata Coulomb; le esperienze che ci presentano dei moti di rotazione continua contraddicono manifestamente con questa idea. In Francia, coloro che non hanno adottato la mia teoria sono obbligati a considerare i tre generi di azione che io ho ricondotto a una legge comune, come tre specie di fenomeni assolutamente indipendenti gli uni dagli altri. Si deve tuttavia notare che si potrebbe dedurre dalla legge proposta dal sig. Biot [61] per l'azione mutua di un filo conduttore e di quella che egli chiama una molecola magnetica, la legge che ha enunciato Coulomb relativamente all'azione di due magneti, qualora si ammetta che uno di questi magneti sia composto di piccole correnti elettriche, quali quelle che io concepisco; ma allora come sarebbe possibile non ammettere che anche l'altro sia composto nello stesso modo e non adottare completamente, per conseguenza, il mio modo di vedere?

D'altra parte, sebbene il sig. Biot abbia chiamato forza elementare [a] quella di cui ha determinato il valore e la direzione nel caso in cui un elemento di filo conduttore agisca su ciascuna particella elementare di un magnete, è evidente che non si può considerare come veramente elementare né una forza che si manifesti nell'azione di due elementi che non sono della stessa natura, né una forza che non agisca secondo la retta che congiunge i due punti fra i quali si esercita [62]. Tuttavia, nella Memoria che questo illustre fisico ha comunicato all'Académie il 30 ottobre e il 18 dicembre 1820 [b], egli considera come elementare la forza esercitata da

a. *Précis élémentaire de physique*, tomo II, p. 122 della 2ª ediz.

b. Poiché quest'ultima Memoria non è stata pubblicata a parte, conosco la formula che vi è stata data per esprimere

[61] Vedi nota 3, p. 229.

[62] Concetto newtoniano delle azioni a distanza, nel quale, come già osservato, Ampère credeva fermamente.

un elemento di filo conduttore su una molecola di fluido australe o di fluido boreale, cioè sul polo di un elemento magnetico e considera come un fenomeno composto l'azione

quella forza soltanto attraverso il seguente passo della 2ª ediz. del *Précis élémentaire de physique*, tomo II, pp. 122 e 123.

« Dividendo con il pensiero tutta la lunghezza del filo congiuntivo $Z'C'$ (fig. 34, p. 456) in una infinità di tratti di altezza piccolissima, si vede che ciascun tratto deve agire sull'ago con un'energia diversa secondo la sua distanza e la sua direzione. Ora, queste forze elementari sono appunto il risultato semplice che è soprattutto importante conoscere; infatti la forza totale esercitata dall'intero filo è data dalla somma delle loro azioni. Ma basta il calcolo per risalire da questa risultante all'azione semplice. È quanto ha fatto il sig. Laplace. Egli ha dedotto dalle nostre osservazioni che la legge individuale delle forze elementari esercitate da ogni tratto del filo congiuntivo, era la ragione inversa del quadrato della distanza, ossia precisamente la stessa che, come si sa, esiste nelle azioni magnetiche ordinarie. Questa analisi mostrava che, per completare la conoscenza della forza, restava ancora da determinare se l'azione di ogni tratto di filo fosse la stessa in tutte le direzioni a distanza uguale, oppure se fosse più energica in alcuni sensi che in altri. Per rispondere a questo quesito, io ho teso in un piano verticale un lungo filo di rame ZMC (fig. 34, p. 456), piegato in M in modo che i due rami ZM, MC formino con il piano orizzontale MH angoli uguali. Davanti a questo filo ne ho teso un altro $Z'M'C'$ dello stesso materiale, dello stesso diametro, preso dalla stessa partita; ma l'ho disposto verticalmente in modo che fosse separato dal primo in MM' soltanto da un nastro di carta sottilissimo. Poi ho sospeso il nostro ago calamitato AB davanti a questo sistema all'altezza dei punti MM' e ne ho osservato le oscillazioni per diverse distanze, facendo passare la corrente voltaica successivamente attraverso il filo piegato e attraverso il filo diritto. Ho così trovato che, tanto per l'uno quanto per l'altro, l'azione era reciproca alla distanza dei punti M, M'; ma l'intensità assoluta era più debole per il filo obliquo che per il filo diritto, nella proporzione dell'angolo ZMH all'unità. Questo risultato, analizzato con il calcolo, mi è sembrato indicare che l'azione di ogni elemento μ di filo obliquo su ogni molecola m di magnetismo australe o boreale è inversamente proporzionale al quadrato della sua distanza μm da questa molecola e proporzionale al seno dell'angolo $m\mu M$ formato dalla distanza μm con la lunghezza del filo ».

È molto interessante notare che questa legge, che è una conseguenza rigorosa della formula con la quale io ho espresso

mutua di due elementi di conduttori voltaici. Ora si immagina facilmente che, se esistessero realmente delle molecole magnetiche, la loro azione mutua potrebbe essere considerata come la forza elementare: era questo il punto di vista dei fisici della Svezia e della Germania. Esso non ha potuto reggere la prova dell'esperienza, poiché, essendo questa forza proporzionale a una funzione della distanza, non può mai generare un moto sempre accelerato nello stesso senso, almeno fino a che, come questi fisici supponevano, le molecole magnetiche sono considerate come fissate a punti determinati dei fili conduttori che essi immaginavano come dei complessi di piccoli magneti; gli altri due generi di azione sarebbero allora dei fenomeni composti, dato che tale sarebbe l'elemento voltaico. Parimenti si può concepire che la forza elementare sia data dall'azione mutua di due elementi di fili conduttori: in questo caso l'azione mutua di due elementi magnetici e quella che uno di tali elementi esercita su una

l'azione mutua di due elementi di fili conduttori, quando si sostituisca, in conformità della mia teoria, ogni elemento magnetico con un piccolissimo solenoide elettrodinamico, sia stata prima trovata con un errore di calcolo: infatti, affinché essa sia vera, occorre che l'*intensità assoluta* della forza sia proporzionale non già all'angolo ZMH, ma alla tangente della metà di questo angolo, come ha dimostrato il sig. Savary, nella Memoria letta all'Académie il 3 febbraio 1823, che è stata pubblicata allora e si trova pure nel *Journal de physique*, tomo XLVI, pp. 1-25 segg. Del resto sembra che il sig. Biot abbia riconosciuto questo errore, poiché nella terza edizione dello stesso lavoro, testé uscita, egli riferisce, senza citare peraltro la Memoria ove l'errore avrebbe dovuto essere corretto, su nuove esperienze nelle quali l'intensità della forza totale è, in conformità del calcolo del sig. Savary, proporzionale alla tangente della metà dell'angolo ZMH e conclude nuovamente, e questa volta con maggiore ragione di quanta non ne avesse in occasione delle sue prime esperienze, che la forza, che egli chiama elementare, è, a uguali distanze, proporzionale al seno dell'angolo compreso fra la direzione dell'elemento di filo conduttore e quella della retta che ne congiunge il punto di mezzo alla molecola magnetica. (*Précis élémentaire de physique expérimentale*, 3ª ediz., tomo II, pp. 740-745).

porzione infinitamente piccola di conduttore voltaico sono azioni composte, poiché l'elemento magnetico deve, in questo caso, essere considerato come composto. Ma come si può concepire che la forza elementare sia quella che si manifesta fra un elemento magnetico e una porzione infinitamente piccola di conduttore voltaico, cioè fra due corpi in verità di volume piccolissimo, uno dei quali è necessariamente composto, sia secondo l'una sia secondo l'altra delle interpretazioni che abbiamo visto?

Il fatto che la forza esercitata da un elemento di filo conduttore su un polo di un elemento magnetico agisca in direzione perpendicolare alla retta che congiunge i due punti fra i quali la forza si sviluppa, mentre l'azione mutua di due elementi di conduttore avviene secondo la linea che li congiunge, è una prova non meno dimostrativa che la prima di queste due forze è un fenomeno composto. Tutte le volte che due punti materiali agiscono l'uno sull'altro, sia per opera di una forza che sia loro inerente, sia in virtù di una forza che vi abbia origine per una causa qualunque, quale un fenomeno chimico, una decomposizione o una ricomposizione del fluido neutro risultante dalla riunione delle due elettricità, non si può concepire questa forza se non come una tendenza dei due punti ad avvicinarsi o ad allontanarsi l'uno dall'altro lungo la retta che li congiunge, con velocità reciprocamente proporzionale alle loro masse; ciò avviene anche quando la forza si trasmette da una delle particelle materiali all'altra attraverso un fluido interposto, come nel caso della massa di un proiettile che è portata avanti con una certa velocità dalla spinta dell'aria sviluppata dalla polvere esplosiva, mentre la massa del cannone è portata indietro secondo la stessa retta, passante per i centri di inerzia del proiettile e del cannone, con una velocità che sta a quella del proiettile come la massa di questo sta alla massa del cannone.

È questa una conseguenza necessaria dell'inerzia della materia, che Newton indicava come uno dei principali fondamenti della teoria fisica dell'universo nell'ultimo dei tre assiomi che egli ha posto all'inizio dei *Philosophiae naturalis principia*

dicendo che l'azione è sempre uguale e contraria alla reazione [63]; infatti due forze che diano a due masse velocità ad esse inverse, sono forze che farebbero produrre a queste masse pressioni uguali su ostacoli che si opponessero in modo assoluto alla loro messa in movimento, cioè forze uguali. Affinché tale principio sia applicabile nel caso dell'azione mutua di due particelle materiali attraversate dalla corrente elettrica, quando si immagini detta azione trasmessa dal fluido eminentemente elastico che riempie lo spazio e le cui vibrazioni costituiscono la luce [a], bisogna ammettere che questo fluido non abbia alcuna inerzia apprezzabile, come l'aria rispetto al proiettile e al cannone; ma di ciò non si può dubitare poiché esso non oppone alcuna resistenza al moto dei pianeti [64]. Il fenomeno della rotazione del mulinello elettrico aveva indotto molti fisici ad ammettere una inerzia apprezzabile nei due fluidi elettrici e per conseguenza in quello che risulta dalla loro combinazione; ma questa supposizione è in contrasto con tutto quanto sappiamo altrimenti intorno a detti fluidi e con il fatto che i moti planetari non incontrano alcuna resistenza nell'etere; d'altronde non c'è più alcun motivo di ammettere tale supposizione, dopo che io ho dimostrato che la rotazione del mulinello elettrico è dovuta a una repulsione elettrodinamica

a. Questo fluido è evidentemente quello che risulta dalla combinazione delle due elettricità. Per evitare di ripetere sempre la stessa frase per indicarlo, penso che si debba impiegare, come Eulero, il nome di etere, intendendo sempre con questa parola il fluido così definito.

[63] Terza legge di Newton; vedi nota 3, p. 246.

[64] Eulero nel 1761 nelle *Lettere ad una principessa tedesca*, (CXLII), scrive: « L'elettricità non è altro che un perturbamento nell'equilibrio dell'etere »; si tratta dell'etere, mezzo imponderabile, che, secondo la teoria di Huygens, serviva per la trasmissione della luce. Come è noto, il concetto di etere si accompagnò stranamente a quello delle azioni a distanza di Newton. Faraday e Maxwell lo considerarono pure come mezzo di trasmissione delle onde elettromagnetiche.

prodotta fra la punta del mulinello e le particelle dell'aria ambiente dalla corrente elettrica che si sprigiona dalla punta [a].

Quando il sig. Oersted scoprì l'azione che il filo conduttore esercita su un magnete, si sarebbe dovuto sospettare che

a. Vedasi la Nota che ho letto all'Académie il 24 giugno 1822 e che è inserita negli *Annales de chimie*, tomo XX, pp. 419-421 e nel mio *Recueil d'observations électrodynamique*, pp. 316-318 [65].

[65] Ecco il passo citato da Ampère: « ... essendo il valore di k negativo, l'espressione dell'azione mutua di due porzioni infinitamente piccole di correnti voltaiche,

$$\frac{ii'\,(\operatorname{sen}\alpha\,\operatorname{sen}\beta\,\cos\gamma + k\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta)}{r^n},$$

diventa negativa quando si supponga che i due angoli α e β, volti dalla stessa parte, siano nulli; perciò le due piccole porzioni di correnti elettriche devono respingersi quando si trovano su una stessa retta e sono dirette verso lo stesso punto dello spazio. Ne trassi la conseguenza che tutte le parti di una stessa corrente rettilinea si respingono mutuamente; inoltre che probabilmente è questa la causa dei noti effetti del mulinello elettrico, effetti che dovrebbero perciò essere considerati come il primo fenomeno elettrodinamico che sia stato osservato e non più venire spiegati come lo si fa comunemente. Quantunque in questo caso le due piccole porzioni di corrente siano dirette nello stesso senso solo in apparenza (dovendosi meglio considerare come percorrenti in senso contrario i due lati di un angolo di 200° [gradi centesimali]), tuttavia la repulsione era tanto imprevedibile da richiedere conferma da un'ulteriore esperienza. Come si è visto sopra, io ho poi fatto tale esperienza con il sig. Auguste De La Rive, ed essa è pienamente riuscita. Osservammo infatti insieme il 9 settembre 1822 che si manifesta repulsione fra una corrente stabilita nel mercurio e questa stessa corrente prolungata in un filo conduttore galleggiante, e ciò, tanto se la corrente passa dal mercurio al filo quanto se va dal filo al mercurio. Ora, questo fenomeno è perfettamente simile a quello del mulinello elettrico, salvo che avviene nel mercurio anziché nell'aria; ed è assolutamente impossibile attribuirlo alle cause alle quali veniva attribuito nel solo caso finora osservato ossia quello che ha luogo nell'aria ».

L'esperienza a cui accenna Ampère è quella descritta al § 4, fig. 8; come detto nella nota 36, in realtà essa non prova che vi sia repulsione fra due elementi di una stessa corrente disposti nella stessa retta. Quanto al mulinello elettrico è noto che esso deve essere spiegato con il cosiddetto potere delle punte: sotto l'azione del forte campo elettrico generato dalle punte viene a ionizzarsi l'aria circostante e gli ioni aventi carica di nome uguale a quello della carica della punta tenderanno ad essere allontanati comunicando all'aria il movimento detto « vento elettrico » tale da far ruotare, per reazione, il mulinello.

potesse esistere un'azione mutua fra due fili conduttori; questa non è però una conseguenza necessaria della scoperta di quel celebre fisico, poiché anche una sbarretta di ferro dolce agisce su un ago calamitato e tuttavia non vi è alcuna azione mutua fra due sbarrette di ferro dolce [66]. Dato che si conosceva soltanto il fatto della deviazione dell'ago magnetico per opera del filo conduttore, non si poteva forse supporre che la corrente elettrica comunicasse al filo soltanto la proprietà di essere influenzato dall'ago nello stesso modo in cui ne è influenzato il ferro dolce, senza che per questo debba conseguirne alcuna azione fra due fili conduttori quando essi si trovino fuori dall'influenza di ogni corpo magnetizzato? Soltanto l'esperienza avrebbe potuto dirimere la questione: io feci tale esperienza nel mese di settembre 1820 e così l'azione mutua dei conduttori voltaici fu dimostrata.

Per quanto riguarda l'azione del nostro globo su un filo conduttore, l'analogia fra la Terra e un magnete sarebbe senza dubbio sufficiente per rendere questa azione sommamente probabile; ed io non capisco molto perché parecchi valenti fisici europei pensino che non esista. Tra questi non soltanto il sig. Erman [67] prima che io avessi fatto l'esperienza che la provava [a], ma anche dopo un anno circa che questa esperienza era stata comunicata all'Académie des Sciences,

a. In una notevolissima Memoria pubblicata nel 1820, questo celebre fisico afferma che il filo conduttore avrebbe sull'ago calamitato, di cui ci si serve per esperienze delicate, il vantaggio che il movimento da esso assunto in queste esperienze non sarebbe per nulla influenzato dall'azione della Terra.

[66] Si noti lo scrupolo con cui Ampère procede, diffidando, con rigore scientifico, della sua geniale intuizione. Si dice tuttavia che il paragone dei due pezzi di ferro non magnetizzati gli sia stato suggerito da Arago, per aiutarlo a esprimere il suo dubbio di fronte a chi aveva trovato del tutto naturale l'ipotesi avanzata da Ampère.

[67] Paul Erman (1764-1851), fisico tedesco, professore al Collegio francese e all'Università di Berlino. Si occupò prevalentemente di magnetismo e di elettricità. Nel 1802 misurò, per mezzo dell'elettroscopio, l'elettrizzazione prodotta dall'impiego delle pile, mostrando l'identità dell'elettricità statica e delle cariche trasportate dalle correnti.

nella seduta del 30 ottobre 1820 e ripetuta parecchie volte durante il mese di novembre dello stesso anno, alla presenza di molti membri dell'Académie e di numerosi altri fisici, che mi autorizzarono allora a citarli come testimoni dei movimenti prodotti dall'azione della Terra sulle parti mobili degli apparecchi descritti e illustrati negli *Annales de chimie et de physique*, tomo XV, pp. 191-196, tav. II, fig. 5 e tav. III, fig. 71, nonché nel mio *Recueil d'observations électrodynamiques*, pp. 43-48 [68], i fisici inglesi elevavano ancora dei dubbi sui risultati di esperienze così complete e fatte davanti a tanti testimoni [a]. Non si può negare l'importanza di queste esperienze, né rifiutarsi di convenire che la scoperta dell'azione della Terra sui fili conduttori deve essere attribuita completamente a me proprio come quella dell'azione mutua di due conduttori. Ma era ancora troppo poco avere scoperto questi due generi di azioni e averli confermati con l'esperienza; bisognava inoltre:

1) trovare la formula che esprime l'azione mutua di due elementi di correnti elettriche;

2) dimostrare che, secondo la legge, espressa da detta formula, dell'attrazione fra correnti dello stesso senso e della repulsione fra correnti di sensi contrari, sia che queste correnti siano parallele, sia che formino un angolo qualunque [b],

a. Vedi la Memoria del sig. Faraday pubblicata l'11 settembre 1821. La traduzione di questa Memoria si trova negli *Annales de chimie et de physique*, tomo XVIII, pp. 337-370 e nel mio *Recueil d'observations électrodynamiques*, pp. 125-158. A causa di un errore di stampa essa porta la data del 4 settembre 1821 invece di quella dell'11 settembre 1821.

b. Le esperienze che pongono in evidenza l'azione mutua di due correnti rettilinee in questi due casi, furono comunicate alla Académie nella seduta del 9 ottobre 1820. Gli apparecchi che io avevo impiegato sono descritti e illustrati nel tomo XV degli *Annales de chimie et de physique* ossia: 1) quello per l'azione mutua di due correnti parallele, p. 72, tav. I, fig. 1 e con maggiori particolari nel mio *Recueil d'observations électrodynamiques*,

[68] Vedi la descrizione degli apparecchi citati, nella parte prima di questa Sezione, art. primo, § II.

l'azione della Terra sui fili conduttori è identica in tutte le circostanze a quella che eserciterebbe su questi stessi fili un fascio di correnti elettriche dirette dall'est all'ovest e posto a mezzogiorno dell'Europa, ove le esperienze che provano questa azione sono state fatte;

3) calcolare anzitutto, partendo dalla mia formula e dal modo in cui ho attribuito i fenomeni magnetici a correnti elettriche formanti piccolissimi circuiti chiusi intorno alle particelle dei corpi magnetizzati, l'azione che devono esercitare l'una sull'altra due particelle di magneti considerate come due piccoli solenoidi equivalenti ciascuno a due molecole magnetiche, l'una di fluido australe, l'altra di fluido boreale, e l'azione che una di queste particelle deve esercitare su un elemento di filo conduttore; poi assicurarsi che questi calcoli diano esattamente, per queste due specie di azioni, nel primo caso la legge enunciata da Coulomb per l'azione di due magneti e nel secondo quella che il sig. Biot ha proposto per le forze che si sviluppano fra un magnete e un filo conduttore. In questo modo io ho ricondotto a un principio unico queste due specie di azioni e quella che ho scoperto fra due fili conduttori. Sarebbe stato senza dubbio facile supporre che queste tre specie di azioni dipendessero da un'unica causa. Ma soltanto per mezzo del calcolo si poteva giustificare tale supposizione; ed è quanto io ho fatto, senza per nulla pronunciarmi sulla natura della forza che due elementi di fili conduttori esercitano l'uno sull'altro: ho cercato l'espressione analitica di queste forze basandomi sui soli dati dell'esperienza; partendo da questa espressione, ho dimostrato che attraverso un calcolo puramente matematico se ne deducono i valori delle altre due forze quali sono date dall'esperienza, l'una fra un elemento di conduttore e una cosiddetta molecola magnetica, l'altra fra due molecole, sostituendo in entrambi i casi, secondo la

pp. 16-18; 2) quello per l'azione mutua di due correnti formanti un angolo qualunque, nello stesso tomo XV degli *Annales de chimie et de physique*, p. 171, tav. II, fig. 2 e nel mio *Recueil*, p. 23. Le figure portano nel mio *Recueil* gli stessi numeri di quelle corrispondenti negli *Annales*.

mia concezione della costituzione dei magneti, ogni molecola magnetica con una delle due estremità di un solenoide elettrodinamico. Ammesso ciò, tutto quanto si può dedurre dai valori di queste ultime forze è necessariamente implicito nel mio modo di considerare gli effetti che esse producono; il che basterebbe da solo per dimostrare che l'azione mutua di due elementi di fili conduttori è realmente il caso più semplice, quello da cui si deve partire per spiegare tutti

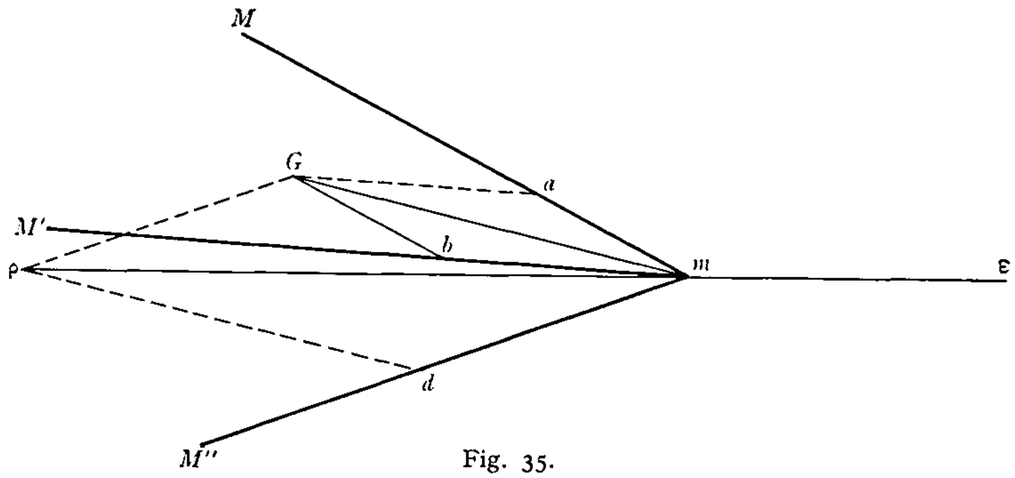


Fig. 35.

gli altri. Le considerazioni seguenti mi sembrano atte a confermare nel modo più completo questo risultato generale del mio lavoro; esse si deducono facilmente dalle nozioni più semplici sulla composizione delle forze e si riferiscono all'azione mutua di due sistemi, entrambi composti di punti infinitamente vicini gli uni agli altri, nei diversi casi che si possono presentare secondo che questi sistemi contengano soltanto punti della stessa specie, cioè che tutti attirino o tutti respingano gli stessi punti dell'altro sistema, oppure che si abbiano, in un sistema o in entrambi i sistemi, punti di due specie opposte, dei quali gli uni attirino quello che gli altri respingono e respingano quello che gli altri attirano.

Supponiamo in un primo tempo che ognuno dei due sistemi sia composto di molecole della stessa specie, cioè che quelle dell'uno agiscano tutte per attrazione o tutte per repulsione su quelle dell'altro, con forze proporzionali alle loro masse; siano M, M', M'', ecc. (fig. 35) le molecole che

compongono il primo sistema e m sia una qualsiasi di quelle del secondo. Componendo successivamente tutte le azioni ma, mb, md, ecc. esercitate da M, M', M'', ecc. si otterranno le risultanti mc, me, ecc. l'ultima delle quali sarà l'azione del sistema $MM'M''$ sul punto m e passerà press'a poco per il centro di inerzia di questo sistema. Ragionando nello stesso modo rispetto alle altre molecole del secondo sistema, si troverà che le risultanti corrispondenti passeranno anch'esse tutte molto vicino al centro di inerzia del primo sistema e avranno una risultante generale che passerà anche press'a poco per il centro di inerzia del secondo. Chiameremo *centri di azione* i due punti vicinissimi ai rispettivi centri di inerzia dei due sistemi per i quali passa questa risultante generale; è evidente che essa tenderà, a causa delle piccole distanze di questi punti dai centri di inerzia, a imprimere a ciascun sistema soltanto un movimento di traslazione.

Supponiamo, in un secondo tempo, che, rimanendo le molecole del secondo sistema tutte della stessa specie, quelle del primo siano le une attrattive e le altre repulsive rispetto alle molecole del secondo sistema: le prime daranno una risultante of (fig. 36), passante per il loro centro di azione N e per il centro di azione o dell'altro sistema; analogamente le particelle repulsive daranno una risultante oe, passante per il loro centro di azione P e per il medesimo punto o: la risultante generale sarà dunque la diagonale og; e poiché essa passa press'a poco per il centro di inerzia del secondo sistema, tenderà ancora a imprimergli soltanto un movimento di traslazione. D'altra parte questa risultante giace sul piano condotto per i tre centri di azione o, N, P; e, quando le molecole attrattive sono di ugual numero di quelle repulsive e agiscono con la stessa intensità, la sua direzione è inoltre perpendicolare alla retta oO che divide l'angolo PoN in due parti uguali.

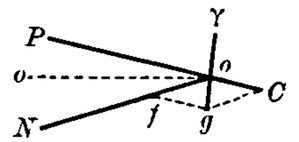


Fig. 36.

Consideriamo infine il caso in cui i due sistemi siano entrambi composti di molecole di specie differenti. Siano N e P (fig. 37) i rispettivi centri di azione delle molecole attrat-

tive e repulsive del primo, siano n e p i centri corrispondenti del secondo, in modo che vi sia attrazione fra N e p, come pure fra n e P, ma repulsione fra N e n e fra P e p. Le azioni combinate di N e di P su p daranno una risultante diretta secondo la diagonale pe: similmente le azioni di N e P su n daranno una risultante nf. Per avere la risultante generale, si prolungheranno queste due linee fino al loro punto di incontro in o, e, prendendo $oh = pe$ e $ok = nf$, la diagonale ol sarà la risultante cercata, la quale darà l'azione esercitata dal sistema PN sul sistema pn. Ma poiché il punto o non appartiene al sistema pn, bisogna pensare che esso sia legato a questo sistema in modo indissolubile senza essere legato al primo sistema PN; la forza ol tenderà generalmente, a causa di questo legame, a produrre su pn un movimento di traslazione e un movimento di rotazione intorno al suo centro di inerzia.

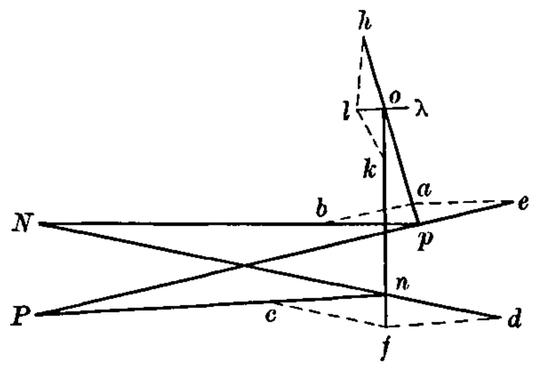


Fig. 37.

Esaminiamo ora la reazione esercitata dal secondo sistema sul primo; per l'assioma fondamentale della meccanica, secondo il quale l'azione e la reazione di due particelle l'una sull'altra sono uguali e direttamente opposte, bisognerà, per ottenere tale reazione, comporre successivamente forze uguali e direttamente opposte a quelle che le particelle del primo sistema esercitano sulle particelle del secondo; ed è evidente che la reazione totale così trovata sarà sempre uguale e direttamente opposta all'azione totale.

Perciò nel primo caso la reazione sarà rappresentata dalla linea $m\varepsilon$ (fig. 35), uguale ed opposta alla risultante me, e tale che si potrà supporre applicata al centro di azione del primo sistema, che si trova sulla sua direzione. Da ciò consegue che, trascurando sempre la piccola differenza di posizione fra il centro di azione e il centro di inerzia, si avrà anche qui soltanto un movimento di traslazione.

Nel secondo caso la reazione sarà pure rappresentata dalla linea $o\gamma$ (fig. 36), uguale ed opposta a og. Ma poiché il punto o non appartiene al primo sistema e generalmente questo non sarà attraversato dalla direzione $o\gamma$, bisognerà immaginare che il punto o sia legato indissolubilmente al primo sistema, senza esserlo al secondo; a causa di questo legame, la forza $o\gamma$ tenderà generalmente ad imprimere al sistema PN un doppio movimento di traslazione e di rotazione. Del resto, la forza $o\gamma$ è nel piano PoN; quando le molecole attrattive sono di ugual numero di quelle repulsive e agiscono con la stessa intensità, la sua direzione, come quella di og, è perpendicolare a oO.

Infine nel terzo caso la reazione sarà rappresentata dalla linea $o\lambda$ (fig. 37), uguale ed opposta alla risultante ol, e, come questa, applicata al punto o. Per avere l'azione di ol su pn abbiamo testé immaginato che il punto o fosse legato al secondo sistema pn senza esserlo al primo PN. Per avere ora la reazione esercitata su quest'ultimo, supporremo la forza $o\lambda$ applicata in un punto situato in o e legato al primo sistema PN, senza esserlo al secondo. Questa forza tenderà ancora generalmente a produrre su PN un doppio movimento di traslazione e di rotazione.

Se si paragonano questi risultati con le indicazioni dell'esperienza, relativamente alle direzioni delle forze che si esercitano nei tre generi di azioni che abbiamo sopra esaminato singolarmente, sarà facile vedere che i tre casi che abbiamo or ora descritto vi corrispondono esattamente. Quando due elementi di conduttori voltaici agiscono l'uno sull'altro, l'azione e la reazione sono, come nel primo caso, dirette secondo la retta che congiunge i due elementi. Quando si tratta della forza che si manifesta fra un elemento di filo conduttore e una particella di magnete contenente due poli di specie opposte, che agiscono in sensi contrari con intensità uguali, l'azione e la reazione sono, come nel secondo caso, dirette perpendicolarmente alla retta che congiunge la particella all'elemento. Due particelle di una sbarretta magne-

tizzata, che sono anch'esse due magneti piccolissimi, esercitano l'una sull'altra un'azione più complicata, simile a quella che presenta il terzo caso, della quale ci si può rendere ragione solo considerandola come il risultato di quattro forze, due attrattive e due repulsive. Si può facilmente concludere che soltanto per l'elemento di filo conduttore si può supporre che tutti i punti esercitino la stessa specie di azione e che questa azione deve pertanto essere ritenuta la più semplice delle tre forze di cui stiamo trattando.

Ma dalla considerazione che la forza che si manifesta fra due elementi di fili conduttori è la più semplice e che quelle che si sviluppano o fra un elemento di filo conduttore e una particella di magnete (nella quale si trovano sempre due poli della stessa intensità), o fra due di queste particelle, ne sono delle derivazioni più o meno complesse, si può concludere che la prima debba essere considerata come veramente elementare? Io sono stato sempre lungi dal pensarlo, tanto che nelle *Notes sur l'exposé sommaire des nouvelles expériences électromagnétiques*, pubblicate nel 1822 [a], cercavo di darmene ragione con la reazione del fluido diffuso nello spazio, le cui vibrazioni producono i fenomeni della luce [69]; ho soltanto detto che doveva essere considerata come « elementare » nel senso in cui i chimici pongono nella classe dei corpi semplici tutti quelli che non si sono ancora potuti scomporre, anche quando si possa presumere, a causa di

a. Recueil d'observations électrodynamiques, p. 215.

[69] Il passo citato a questo proposito da Ampère è stato da noi riportato testualmente nella nota 6, p. 248.

Questa teoria fu sostenuta, com'è noto, specialmente da Augustin-Jean Fresnel, ingegnere e fisico francese (1788-1827), membro dell'Académie dedicatosi prevalentemente all'ottica. Egli studiò dapprima la polarizzazione; in séguito aderì alla teoria ondulatoria secondo le idee avanzate cento anni prima da Huygens e poi riprese da Young e da Arago. Con quest'ultimo fece varie esperienze che gli permisero di perfezionare questa teoria la quale, se pure oggi sostituita dalla teoria elettromagnetica, è tuttora valida nei suoi risultati. Secondo il Fresnel la luce è dovuta a vibrazioni meccaniche dell'etere cosmico; queste vibrazioni avvengono in senso trasversale alla direzione di propagazione del raggio luminoso.

AMPÈRE.

Ampère in un'incisione ricavata da un disegno di Deymarie.

qualche fondata analogia, che essi siano in realtà composti, ed inoltre nel senso che, essendone stato dedotto il valore dalle esperienze e dai calcoli esposti in detta Memoria, si dovrebbe partire soltanto da questo valore per calcolare quelli di tutte le forze che si manifestano nei casi più complicati [70].

Ma quand'anche essa fosse dovuta sia alla reazione di un fluido la cui rarefazione non permetta di supporre che possa reagire ad opera della sua massa, sia ad una combinazione di forze inerenti ai due fluidi elettrici, l'azione sarebbe sempre opposta alla reazione secondo una stessa retta. Infatti, come si è visto nelle considerazioni suesposte, questa condizione si riscontra necessariamente in ogni azione complessa, quando essa si ha per le forze veramente elementari che compongono l'azione complessa. Applicando lo stesso principio alla forza che si esercita fra una cosiddetta molecola magnetica ed un elemento di filo conduttore, si vede che, se questa forza, considerata come agente sull'elemento, passa per il suo punto di mezzo, la reazione dell'elemento sulla molecola deve essere diretta anch'essa in modo da passare per questo punto di mezzo e non per la molecola. Questa conseguenza di un principio che finora tutti i fisici avevano ammesso non sembra tuttavia facile da dimostrare per mezzo dell'esperienza, quando si tratta della forza che ci interessa, poiché, in tutte le esperienze nelle quali si fa agire su un magnete una porzione di filo conduttore formante un circuito chiuso, il risultato che si ottiene per l'azione totale è lo stesso tanto se si suppone che la forza passi per l'elemento di filo conduttore quanto se si suppone che passi per la molecola magnetica, come abbiamo visto nella presente Memoria. Ciò ha portato molti fisici a supporre che soltanto l'azione esercitata dall'elemento di filo conduttore passi per l'elemento e che la reazione non sia diretta secondo la stessa retta, ma sia opposta e parallela

[70] Non è forse inutile sottolineare ancora una volta lo scrupolo con il quale procedeva Ampère ed una certa modernità del suo linguaggio.

all'azione e passi per la molecola, formando così con la prima forza una coppia che essi chiamano primitiva.

I calcoli che seguiranno mi daranno fra poco l'occasione di esaminare più in particolare questa singolare ipotesi. Da tale esame si vedrà non solo che essa è contraria a uno dei princìpi fondamentali della meccanica, ma anche che è assolutamente inutile per la spiegazione dei fatti osservati; soltanto un'errata interpretazione di questi fatti ha potuto farla adottare da quei fisici che non vogliono attribuire le proprietà dei magneti all'azione delle correnti elettriche che circondano le loro particelle.

I fenomeni prodotti dai due fluidi elettrici in movimento nei conduttori voltaici sembrano talmente diversi da quelli che si manifestano quando questi fluidi sono in riposo nei corpi elettrizzati nella maniera ordinaria [71], che si è anche preteso di affermare che i primi non possano essere attribuiti agli stessi fluidi che producono i secondi. Sarebbe come se si sostenesse che, essendo l'innalzamento del mercurio nel barometro un fenomeno completamente diverso da quello del suono, questi due fenomeni non fossero attribuibili allo stesso fluido atmosferico, in riposo nel primo caso e in moto nel secondo; ma che invece si dovesse ammettere l'esistenza di due fluidi dei quali l'uno agisse soltanto per comprimere la superficie libera del mercurio e l'altro soltanto per trasmettere i moti vibratori che producono il suono.

D'altra parte nulla prova che la forza espressa nella mia formula non possa risultare dalle attrazioni e repulsioni delle molecole dei due fluidi elettrici, in ragione inversa dei quadrati delle distanze di queste molecole. L'esistenza di un movimento di rotazione, continuamente accelerantesi fino a quando gli attriti e le resistenze del liquido in cui è immerso

[71] Come già abbiamo visto (vedi nella parte prima di questa Sezione, le prime pagine dell'art. primo e la nostra nota 2), è stato merito di Ampère far distinguere chiaramente i fenomeni elettrodinamici (dovuti alle correnti elettriche ossia a masse elettriche – oggi diremmo «elettroni» – *in movimento*) dalle attrazioni e repulsioni elettrostatiche (dovute a masse elettriche *ferme* alla superficie dei corpi) che erano le sole veramente conosciute a quell'epoca.

il magnete o il conduttore voltaico che presentano questa specie di movimento ne rendano costante la velocità, sembra sùbito opporsi in modo assoluto a questo tipo di spiegazione dei fenomeni elettrodinamici [72]. Infatti, dal principio della conservazione delle forze vive, che è una conseguenza necessaria delle leggi stesse del movimento, segue inequivocabilmente che, quando le forze elementari, che sarebbero qui delle attrazioni e delle repulsioni in ragione inversa del quadrato delle distanze, siano espresse da semplici funzioni delle mutue distanze dei punti fra i quali si esercitano, e quando una parte di tali punti siano indissolubilmente legati fra di loro e si muovano soltanto a causa di queste forze, mentre gli altri rimangono fissi, i primi non possono ritornare nella stessa posizione rispetto ai secondi con velocità maggiori di quelle che essi avevano quando sono partiti da quella stessa posizione. Ora, nel moto di rotazione continuo impresso a un conduttore mobile dall'azione di un conduttore fisso, tutti i punti del primo ritornano alla stessa posizione con velocità crescente ad ogni rivoluzione, fino a quando gli attriti e la resistenza dell'acqua acidulata in cui pesca la corona del conduttore pongono un limite all'aumento della velocità di rotazione del conduttore: essa diventa allora costante, nonostante gli attriti e la resistenza.

Resta così completamente dimostrato che non si potrebbero spiegare i fenomeni prodotti dall'azione di due conduttori voltaici, supponendo che molecole elettriche agenti in ragione inversa del quadrato della distanza siano distribuite sui fili conduttori, in modo da rimanervi fisse e potere essere di conseguenza considerate come invariabilmente legate fra loro. Se ne deve concludere che questi fenomeni sono dovuti al fatto che i due fluidi elettrici percorrono [a]

a. Quando comparvero i primi lavori dei fisici sui fenomeni elettrodinamici, molti scienziati credettero di poterli spiegare con la distribuzione di molecole, elettriche o magnetiche, in riposo nei conduttori voltaici. Ma dal momento in cui venne pubblicata

[72] L'Autore si richiama qui all'esperimento descritto al § 6, fig. 13.

continuamente i fili conduttori con un movimento rapidissimo, riunendosi e separandosi alternativamente negli inter-

la scoperta del primo movimento di rotazione continua fatta dal sig. Faraday [73], io vidi subito che essa capovolgeva completamente quella ipotesi; ecco in quali termini avevo enunciato questa osservazione, della quale quanto dico qui non è che lo sviluppo, nell'*Exposé sommaire des nouvelles expériences électromagnétiques, faites par différents physiciens depuis le mois de mars 1821*, che ho letto nella seduta pubblica dell'Académie royale des Sciences l'8 aprile 1822.

« Questi sono i nuovi progressi che ha testé fatto una branca della fisica, di cui soltanto due anni fa non sospettavamo neppure l'esistenza e che ora ci ha già fatto conoscere fatti forse più stupefacenti di tutti i fenomeni meravigliosi che la scienza ci ha fin qui offerti. Un moto che continua sempre nello stesso senso, nonostante gli attriti, nonostante la resistenza del mezzo,

[73] L'esperienza di rotazione ottenuta da Faraday per la prima volta il 3 settembre 1821 è la seguente: in un vaso pieno di mercurio è semiimmerso un magnete verticale in modo che un solo polo di questo esca dal liquido; un filo conduttore (di platino) è sospeso ad un gancio da una sua estremità, mentre l'altra estremità pesca nel mercurio, ponendo in comunicazione il gancio ed il mercurio con i morsetti di una pila (cosicché il circuito si chiuda attraverso il filo conduttore ed il mercurio): il filo prende un moto di rotazione continuo intorno alla verticale passante per il punto di sospensione. Ampère rifece, migliorandola, questa esperienza ed ottenne molti altri casi di rotazione (rotazione di un conduttore percorso da corrente per l'azione di un altro circuito elettrico o per quella del magnetismo terrestre; rotazione di un magnete per l'azione di una corrente elettrica; rotazione del mercurio per effetto di un magnete quando il mercurio sia percorso in senso radiale da una corrente elettrica, ecc.). È interessante notare che Faraday nella suddetta esperienza, a causa del contatto strisciante costituito dal mercurio, ha realizzato il primo motore elettromagnetico; ma né lui né Ampère si occuparono mai delle possibili applicazioni di queste scoperte. Ampère poteva allora giustamente spiegare questi fenomeni con la sua teoria in contrasto con Faraday: questi scriveva il 12 settembre al prof. G. De La Rive: « Io ritengo che le attrazioni e le repulsioni che si considerano di solito fra filo congiuntivo e ago magnetico siano illusioni; i movimenti non sono il risultato di forze attrattive o repulsive, ma di una forza dovuta al filo che, invece di tendere ad avvicinare o ad allontanare il polo, lo fa muovere circolarmente senza fine, moto che dura finché la batteria è in azione... Io ho potuto far ruotare il filo intorno al polo oppure il polo intorno al filo a piacimento. La legge di rivoluzione alla quale possono essere ricondotti tutti gli altri moti dell'ago e del filo è semplice e bella ». Abbiamo visto la risposta di Ampère a Faraday nell'articolo quarto della parte prima di questa stessa Sezione

valli delle particelle di questi fili [74]. Appunto per il fatto che i fenomeni, dei quali stiamo qui trattando, possono essere prodotti soltanto dall'elettricità in movimento, io ho ritenuto di doverli indicare con la denominazione di *fenomeni elettrodinamici*; la denominazione di *fenomeni elettromagnetici*, che si era usata fino allora, andava bene finché si trattava soltanto dell'azione scoperta dal sig. Oersted fra un *magnete* e una *corrente elettrica*, ma avrebbe dato un'idea erronea dopo che io avevo trovato che si producono fenomeni dello stesso genere *senza magnete*, e con la sola azione mutua di *due correnti elettriche*.

Soltanto nel caso in cui si immaginino le molecole elettriche in riposo nei corpi nei quali manifestano la loro presenza con le attrazioni e le repulsioni da loro prodotte, si dimostra che un moto indefinitamente accelerato non può aversi, per il fatto che le forze esercitate dalle molecole elettriche in tale stato di riposo dipendono solo dalle loro distanze mutue. Quando invece si supponga che le molecole elettriche, messe in movimento nei fili conduttori dall'azione della pila, cambino continuamente di posto, si riuniscano ad ogni istante in fluido neutro, si separino nuovamente per riunirsi sùbito dopo ad altre molecole di fluido di natura opposta, non è più contraddittorio ammettere che dalle azioni

un moto prodotto dall'azione mutua di due corpi che rimangono costantemente nello stesso stato, è un fatto senza precedenti nella conscenza che fin qui avevamo delle proprietà che la materia inorganica può presentare; esso prova che l'azione, che emana dai conduttori voltaici, non può essere dovuta a una distribuzione particolare di determinati fluidi in riposo in questi conduttori, come lo sono le attrazioni e le repulsioni elettriche ordinarie. Questa azione non può attribuirsi ad altro che a fluidi in movimento nel conduttore, che essi percorrono portandosi rapidamente da una estremità della pila all'altra ». Vedi il *Journal de physique*, nel quale questa relazione è stata inserita, tomo XCIV, p. 65, e il mio *Recueil d'observations électrodynamiques*, p. 205.

[74] Si noti quanto fosse vicino Ampère alla moderna concezione della corrente elettrica.

in ragione inversa dei quadrati delle distanze, esercitate da ogni molecola, possa risultare fra due elementi di fili conduttori una forza che dipenda non soltanto dalle loro distanze, ma anche dalle direzioni dei due elementi secondo cui le molecole elettriche si muovono, si riuniscono a molecole della specie opposta, se ne separano sùbito dopo per andarsi ad unire ad altre. Ora, è precisamente ed unicamente da questa distanza e da queste direzioni che dipende la forza che si sviluppa in tali condizioni, forza di cui le esperienze e i calcoli esposti nella presente Memoria mi hanno dato il valore. Per farsi un'idea di quanto avviene nel filo conduttore, bisogna por mente al fatto che, fra le molecole metalliche di cui il conduttore è composto, è diffuso un fluido che risulta dalla combinazione di fluido positivo e di fluido negativo, non nelle proporzioni che costituiscono il fluido neutro, ma con un eccesso del fluido di natura opposta all'elettricità propria delle molecole del metallo, che maschera questa elettricità, come ho spiegato nella lettera che scrissi al sig. Van Beck al principio del 1822 [a] [75]: proprio in questo fluido elettrico intermolecolare avvengono tutti i movimenti, tutte le decomposizioni e ricomposizioni che costituiscono la corrente elettrica.

Poiché il liquido interposto fra le piastre della pila è incomparabilmente meno buon conduttore del filo metallico che ne congiunge le estremità, intercorre un tempo, in verità brevissimo, ma tuttavia apprezzabile, durante il quale l'elettricità intermolecolare, supposta in un primo tempo in equilibrio, si scompone in ciascun intervallo compreso fra due molecole del filo. La scomposizione aumenta gradualmente fino a che l'elettricità positiva di un intervallo si riunisce all'elettricità negativa dell'intervallo che lo segue immediatamente nel senso della corrente, e la sua elettricità negativa si riunisce all'elettricità positiva dell'intervallo precedente. Questa riunione può essere soltanto istantanea, come la scarica di una bottiglia di Leida. L'azione che in questo tempo si sviluppa tra i fili conduttori, in senso contrario a quella che essi esercitano durante la scomposizione, non può per conseguenza diminuire l'effetto di quest'ultima, poiché l'effetto prodotto da una forza dipende insieme dalla sua intensità e dal tempo durante il quale agisce: ora l'intensità deve essere la stessa sia quando i due fluidi elettrici si separano sia quando si riuniscono; ma il tempo durante il quale si opera la separazione è incomparabilmente maggiore di quello che richiede la riunione.

Poiché l'azione, mentre si fa questa separazione, varia col variare delle distanze fra le molecole dei due fluidi, bisognerebbe integrare, rispetto al tempo e per tutta la durata della separazione, il valore della forza che si manifesta in ogni istante e poi dividere per la suddetta durata l'integrale così trovato. Senza fare questo calcolo, per il quale occorrerebbe avere dati, che ancora ci mancano, sul modo in cui le distanze delle molecole elettriche variano con il tempo in ogni intervallo intermolecolare del filo conduttore, è facile vedere che le forze, prodotte in questo modo fra due elementi del filo, devono dipendere dalle direzioni della corrente elettrica in ognuno degli elementi.

Se fosse possibile, partendo da questa considerazione, trovare che l'azione mutua di due elementi è effettivamente proporzionale alla formula con la quale io l'ho rappresentata, questa spiegazione del fatto fondamentale dell'intera teoria dei fenomeni elettrodinamici dovrebbe evidentemente essere preferita a qualsiasi altra; ma ciò richiederebbe esperienze, di cui non ho tempo di occuparmi, oltre a ricerche ancora più difficili alle quali bisognerebbe dedicarsi per vedere se la spiegazione contraria, che attribuisce i fenomeni elettrodinamici ai movimenti impressi all'etere dalle correnti elettriche, possa condurre alla stessa formula.

Qualunque cosa si possa pensare di queste ipotesi e delle altre supposizioni che si possono fare per spiegare questi fenomeni, essi saranno sempre rappresentati dalla formula che io ho dedotto dai risultati dell'esperienza, interpretati

a. *Journal de physique*, tomo XCIII, pp. 450-453 e *Recueil d'observations électrodynamiques*, pp. 174-177.

[75] Vedi nota 1, p. 194.

dal calcolo; e rimarrà matematicamente dimostrato che, considerando i magneti come dei complessi di correnti elettriche disposte intorno alle loro particelle nel modo che ho detto, i valori delle forze, che sono in ogni caso dati dall'esperienza, e tutti i fenomeni, che si manifestano nelle varie condizioni in séguito alle tre specie di azioni (una fra due magneti, un'altra fra un filo conduttore e un magnete, la terza fra due fili conduttori), si deducono da una forza unica, agente fra due elementi di correnti elettriche, secondo la retta che ne congiunge i punti di mezzo.

L'espressione stessa di questa forza è una delle più semplici fra quelle che dipendono non soltanto dalla distanza, ma anche dalle direzioni dei due elementi. Invero queste direzioni entrano nella mia formula soltanto perché essa contiene la derivata seconda della radice quadrata della distanza dei due elementi, presa facendo variare alternativamente i due archi di correnti elettriche di cui questa distanza è una funzione; la derivata stessa dipende dalle direzioni dei due elementi e, del resto, entra nel valore dato dalla mia formula in un modo semplicissimo, poiché si ha per questo valore la derivata seconda così definita, moltiplicata per un coefficiente costante e divisa per la radice quadrata della distanza, tenendo conto che la forza è repulsiva quando la derivata seconda è positiva e attrattiva quando essa è negativa. È questo il significato del segno — che si trova davanti all'espressione generale della forza

$$-\frac{2ii'}{\sqrt{r}}\cdot\frac{\mathrm{d}^2\sqrt{r}}{\mathrm{d}s\,\mathrm{d}s'}\,\mathrm{d}s\,\mathrm{d}s'$$

secondo l'uso comune di considerare le attrazioni come forze positive e le repulsioni come forze negative.

Le epoche nelle quali si sono ricondotti ad un principio unico fenomeni prima attribuiti a cause assolutamente diverse sono state quasi sempre accompagnate dalla scoperta di molti fatti nuovi, poiché un nuovo modo di concepire le cause suggerisce un gran numero di esperienze da tentare, di spiegazioni da verificare. Così la dimostrazione data da Volta dell'identità del galvanismo e dell'elettricità è stata accompagnata dalla costruzione della pila e seguìta da tutte le scoperte a cui ha dato origine questo meraviglioso strumento. A giudicare dagli importantissimi risultati dei lavori del sig. Becquerel [76] sull'influenza dell'elettricità nelle combinazioni chimiche e da quelli dei signori Prévost e Dumas sulle cause delle contrazioni muscolari, sembra lecito sperare che tanti fatti nuovi, scoperti negli ultimi quattro anni e ricondotti ad un principio unico, ossia alle leggi delle forze attrattive e repulsive osservate fra i conduttori delle correnti elettriche, saranno anch'essi seguìti da una gran quantità di altri risultati che stabiliranno tra la fisica da un lato, la chimica e la stessa fisiologia dall'altro, quel legame di cui si sentiva da molto tempo la necessità senza che ci si potesse illudere di giungere a realizzarlo.

19. *Identità delle azioni esercitate sul polo di un magnete o sull'estremità di un solenoide da un circuito voltaico chiuso o da un complesso di due superfici vicinissime che limitino questo circuito, sulle quali siano posti in riposo due fluidi, quali si immaginano essere i due fluidi magnetici australe e boreale, distribuiti in modo che l'intensità magnetica sia dappertutto uguale* [77].

Ci rimangono ora da studiare le azioni che un circuito chiuso, di qualsiasi forma, grandezza e posizione, esercita su un solenoide, o su un altro circuito anch'esso di forma, grandezza e posizione qualsiasi. Il principale risultato di queste ricerche consiste nell'analogia che si riscontra fra le forze prodotte da quel circuito (sia quando agisce su un altro circuito chiuso sia quando agisce su un solenoide) e le forze che eserciterebbero i punti la cui azione sarebbe esattamente quella che si attribuisce alle molecole dei cosiddetti fluidi australe e boreale, immaginando che questi

[76] Vedi nota 3, p. 214.

[77] Le considerazioni contenute in questo paragrafo sono state presentate all'Académie nella seduta del 28 novembre 1825.

punti siano distribuiti, nel modo che spiegherò, su superfici limitate dai circuiti e che le estremità del solenoide siano sostituite da due molecole magnetiche di specie opposta. Tale analogia appare a prima vista così completa che tutti i fenomeni elettrodinamici sembrerebbero potersi ricondurre alla teoria nella quale si ammettono questi due fluidi; ma si riconosce ben presto che essa vale soltanto per i conduttori voltaici che formano circuiti solidi [78] e chiusi e che pertanto essa può spiegare soltanto quei fenomeni che sono prodotti da conduttori formanti circuiti del suddetto tipo, ed infine che soltanto le forze espresse dalla mia formula possono accordarsi con la totalità dei fatti. Del resto proprio da questa analogia dedurrò la dimostrazione di un importante teorema, che si può enunciare così: l'azione mutua di due circuiti solidi e chiusi, o quella di un circuito solido e chiuso e di un magnete, non possono mai produrre un moto continuo con una velocità che aumenti indefinitamente fino a quando le resistenze e gli attriti degli apparecchi la rendano costante.

Allo scopo di non lasciare incertezze su questo punto, darò anzitutto una forma più generale e più simmetrica alle formule relative all'azione mutua di due fili conduttori. Siano s e s' due curve qualsiasi che si suppongono percorse da correnti elettriche, le cui intensità continueremo a chiamare i e i'. Sia $ds = Mm$ (fig. 38) un elemento della prima curva, $ds' = M'm'$ un elemento della seconda; x, y, z e x', y', z' le coordinate dei loro punti di mezzo o, o' e r la retta oo' che li congiunge; questa deve essere considerata come

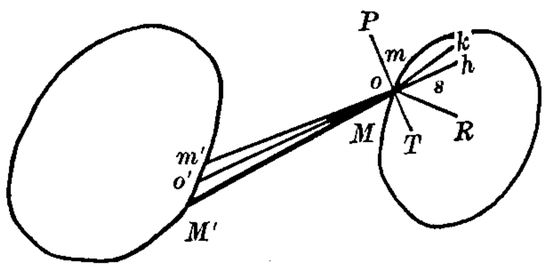


Fig. 38.

[78] Come già abbiamo avuto occasione di vedere, Ampère con questa locuzione vuole significare circuiti che non contengano conduttori costituiti da liquidi o da aeriformi.

una funzione delle due variabili indipendenti s e s' che rappresentano gli archi delle due curve, calcolati a partire da due punti fissi, presi sulle stesse. L'azione mutua dei due elementi ds, ds' è, come abbiamo già visto, una forza diretta secondo la retta r ed avente il valore

$$-ii'\,ds\,ds'\,r^k\,\frac{d\left(r^k\frac{dr}{ds}\right)}{ds'}\,.$$

La si può scrivere più semplicemente in questo modo:

$$-ii'\,r^k\,d'\,(r^k dr)\,,$$

distinguendo con i simboli d e d' i differenziali relativi alla variazione delle sole coordinate x, y, z dell'elemento ds da quelli che si ottengono facendo variare solamente le coordinate x', y', z' dell'elemento ds'; ci serviremo di questa distinzione ogni volta che dovremo considerare differenziali presi rispetto alla variazione delle prime coordinate e rispetto a quella delle seconde.

Essendo questa forza attrattiva, bisogna, per avere la sua componente parallela all'asse delle x, moltiplicarne il valore per $\frac{x-x'}{r}$ o per $-\frac{x-x'}{r}$, secondo che la si consideri agente sull'elemento ds' o sull'elemento ds; in quest'ultimo caso, la componente è perciò uguale a

$$ii'\,r^{k-1}\,(x-x')\,d'\,(r^k dr)\,.$$

Questa espressione può essere messa sotto un'altra forma, utilizzando il valore che si ottiene per udv (essendosi indicate con u e v quantità qualsiasi), quando si sommino membro a membro le due identità,

$$udv + vdu = d(uv)\,,$$

$$udv - vdu = u^2\left(d\frac{v}{u}\right);$$

questo valore è

$$udv = \frac{1}{2}\,d(uv) + \frac{1}{2}\,u^2 d\,\frac{v}{u}\,;$$

ponendo

$$u = r^{k-1}(x - x') , \qquad v = r^k dr ,$$

si deduce

$$r^{k-1}(x - x')\, d'(r^k dr) = \frac{1}{2} d'[r^{2k-1}(x - x')\, dr] +$$

$$+ \frac{1}{2} r^{2k-2}(x - x')^2 d' \frac{r dr}{x - x'} = \frac{1}{2} d' \frac{(x - x')\, dr}{r^n} +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{(x - x')^2}{r^{n+1}} d' \frac{r dr}{x - x'} ,$$

poiché $2k + n = 1$, e quindi

$$2k - 1 = -n , \quad 2k - 2 = -n - 1 .$$

Ma

$$r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

e per conseguenza

$$\frac{r dr}{x - x'} = dx + \frac{y - y'}{x - x'} dy + \frac{z - z'}{x - x'} dz ,$$

donde

$$d' \frac{r dr}{x - x'} = \frac{(z - z')\, dx' - (x - x')\, dz'}{(x - x')^2} dz -$$

$$- \frac{(x - x')\, dy' - (y - y')\, dx'}{(x - x')^2} dy .$$

Quindi la componente parallela all'asse delle x ha il valore

$$\frac{1}{2} ii' d' \frac{(x - x')\, dr}{r^n} + \frac{1}{2} ii' \left[\frac{(z - z')\, dx' - (x - x')\, dz'}{r^{n+1}} dz - \right.$$

$$\left. - \frac{(x - x')\, dy' - (y - y')\, dx'}{r^{n+1}} dy \right] .$$

I due termini di questa espressione si possono considerare separatamente come due forze la cui risultante equivale alla forza cercata. Ora, è facile vedere che, quando la curva s' forma un circuito chiuso, tutte le forze quali quella che ha per espressione la parte $\frac{1}{2} ii' d' \frac{(x - x')\, dr}{r^n}$, proveniente dall'azione di tutti gli elementi ds' del circuito s' sullo stesso

elemento ds, si elidono mutuamente. Infatti tutte queste forze sono applicate allo stesso punto o, punto di mezzo dell'elemento ds, secondo una medesima retta parallela all'asse delle x; perciò, onde avere la forza prodotta secondo questa retta dall'azione di una porzione qualunque del conduttore s', si deve integrare $\frac{1}{2} ii' d' \frac{(x - x')\, dr}{r^n}$ fra le due estremità di questa porzione; si trova

$$\frac{1}{2} ii' \left[\frac{(x - x'_2)\, dr_2}{r_2^n} - \frac{(x - x'_1)\, dr_1}{r_1^n} \right] ,$$

nella quale si sono chiamate con x'_1, r_1, dr_1 le quantità che si riferiscono a una estremità, e con x'_2, r_2, dr_2 quelle relative all'altra estremità; evidentemente, essendo il circuito chiuso, questo valore diventa nullo quando le sue due estremità coincidono in uno stesso punto.

Quando il conduttore s' forma così un circuito chiuso, per avere in modo più semplice l'azione che esercita sull'elemento ds parallelamente all'asse delle x, si deve sopprimere nell'espressione della componente parallela a questo asse la parte $\frac{1}{2} ii' d' \frac{d'(x - x')\, dx}{r^n}$ e considerare soltanto la rimanente parte

$$\frac{1}{2} ii' \left[\frac{(z - z')\, dx' - (x - x')\, dz'}{r^{n+1}} dz - \right.$$

$$\left. - \frac{(x - x')\, dy' - (y - y')\, dx'}{r^{n+1}} dy \right] ,$$

che indicheremo con X.

Applicando le stesse considerazioni alle altre due componenti della forza, parallele agli assi delle y e delle z, si avranno le forze Y e Z con valori

$$Y = \frac{1}{2} ii' \left[\frac{(x - x')\, dy' - (y - y')\, dx'}{r^{n+1}} dx - \right.$$

$$\left. - \frac{(y - y')\, dz' - (z - z')\, dy'}{r^{n+1}} dz \right]$$

$$Z = \frac{1}{2} ii' \left[\frac{(y - y')\,dz' - (z - z')\,dy'}{r^{n+1}}\,dy - \right.$$
$$\left. - \frac{(z - z')\,dx' - (x - x')\,dz'}{r^{n+1}}\,dx \right].$$

Cosicché, quando si tratta di un circuito chiuso, la risultante R delle tre forze X, Y, Z, alle quali si riducono le componenti della forza $-ii'r^k d'(r^k dr)$, sostituisce la forza; l'insieme di tutte le forze R è equivalente a quello di tutte le forze esercitate da ciascuno degli elementi ds' del circuito chiuso s', e rappresenta l'azione totale di quel circuito sull'elemento ds. Vediamo ora quali siano il valore e la direzione della forza R.

Siano u, v, w le proiezioni della linea r sui piani yz, xz e xy, le quali formino rispettivamente gli angoli φ, χ, ψ con gli assi delle y, delle z e delle x. Consideriamo il settore $M'om'$ (fig. 38) che ha come base l'elemento ds' e come vertice il punto o, punto di mezzo dell'elemento ds, le cui coordinate sono x, y, z. Chiamiamo λ, μ, ν gli angoli che la normale al piano di questo settore forma con gli assi e ϑ' l'angolo compreso fra le direzioni di ds' e di r. Il doppio dell'area di questo settore è $r ds' \operatorname{sen} \vartheta'$, e le sue proiezioni sui piani delle coordinate sono

$$u^2 d'\varphi = r ds' \operatorname{sen} \vartheta' \cos \lambda = (y' - y)\,dz' - (z' - z)\,dy',$$
$$v^2 d'\chi = r ds' \operatorname{sen} \vartheta' \cos \mu = (z' - z)\,dx' - (x' - x)\,dz',$$
$$w^2 d'\psi = r ds' \operatorname{sen} \vartheta' \cos \nu = (x' - x)\,dy' - (y' - y)\,dx'.$$

Perciò si può dare la seguente nuova forma ai valori delle forze X, Y, Z.

$$X = \frac{1}{2} ii' \left(\frac{v^2 d'\chi}{r^{n+1}}\,dz - \frac{w^2 d'\psi}{r^{n+1}}\,dy \right) =$$
$$= \frac{1}{2} \frac{ii' ds ds' \operatorname{sen} \vartheta'}{r^n} \left(\frac{dz}{ds} \cos \mu - \frac{dy}{ds} \cos \nu \right)$$
$$Y = \frac{1}{2} ii' \left(\frac{w^2 d'\psi}{r^{n+1}}\,dx - \frac{u^2 d'\varphi}{r^{n+1}}\,dz \right) =$$
$$= \frac{1}{2} \frac{ii' ds ds' \operatorname{sen} \vartheta'}{r^n} \left(\frac{dx}{ds} \cos \nu - \frac{dz}{ds} \cos \lambda \right)$$

$$Z = \frac{1}{2} ii' \left(\frac{u^2 d'\varphi}{r^{n+1}}\,dy - \frac{v^2 d'\chi}{r^{n+1}}\,dx \right) =$$
$$= \frac{1}{2} \frac{ii' ds ds' \operatorname{sen} \vartheta'}{r^n} \left(\frac{dy}{ds} \cos \lambda - \frac{dx}{ds} \cos \mu \right).$$

Ora da questi valori si ha

$$X \frac{dx}{ds} + Y \frac{dy}{ds} + Z \frac{dz}{ds} = 0,$$
$$X \cos \lambda + Y \cos \mu + Z \cos \nu = 0;$$

il che significa che la direzione della forza, R forma con quella dell'elemento $mM = ds$ e con la normale op al piano del settore $M'om'$, angoli i cui coseni sono uguali a zero, dimodoché la forza giace sul piano del settore ed è perpendicolare all'elemento ds. Quanto alla sua intensità, dalle formule note si ha

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} = \frac{1}{2} \frac{ii' ds ds' \operatorname{sen} \vartheta' \operatorname{sen} pom}{r^n} =$$
$$= \frac{1}{2} \frac{ii' ds ds' \operatorname{sen} \vartheta' \cos mok}{r^n},$$

essendo ok la proiezione di om sul piano del settore $M'om'$ [79]. Questa forza può essere scomposta, sul piano del settore stesso, in altre due, l'una, S, diretta secondo la linea $oo' = r$, l'altra, T, perpendicolare a questa linea. Questa è

$$T = R \cos ToR = R \cos hok =$$
$$= \frac{1}{2} \frac{ii' ds ds' \operatorname{sen} \vartheta' \cos mok \cos hok}{r^n};$$

poiché l'angolo triedro formato dalle direzioni di om, ok, oh dà

$$\cos mok \cos hok = \cos moh = \cos \vartheta,$$

si ha

$$T = \frac{1}{2} \frac{ii'\, ds ds' \operatorname{sen} \vartheta' \cos \vartheta}{r^n}.$$

[79] La formula soprascritta è stata riportata dal Reynard negli *Annales de Chimie et de Physique*, tomo XIX, p. 272, 1870 ed è spesso indicata sotto il nome di *formula di Reynard*.

La forza S, secondo *oh*, è

$$S = R \operatorname{sen} hok = T \operatorname{tang} hok .$$

Indicando con ω l'inclinazione del piano *moh* sul piano *hok*, che è quello del settore *M'om'*, si ha

$$\operatorname{tang} hok = \operatorname{tang} \vartheta \cos \omega ;$$

$$S = \frac{1}{2} \frac{ii' \, ds \, ds' \operatorname{sen} \vartheta \operatorname{sen} \vartheta' \cos \omega}{r^n} .$$

Se si integrano le espressioni di X, Y, Z per tutta l'estensione del circuito chiuso s', si otterranno le tre componenti dell'azione esercitata dall'intero circuito sull'elemento ds; sostituendo n con il suo valore 2, i valori delle tre componenti diventano

$$\frac{1}{2} ii' \left(dz \int \frac{v^2 d'\chi}{r^3} - dy \int \frac{w^2 d'\psi}{r^3} \right),$$

$$\frac{1}{2} ii' \left(dx \int \frac{w^2 d'\psi}{r^3} - dz \int \frac{u^2 d'\varphi}{r^3} \right),$$

$$\frac{1}{2} ii' \left(dy \int \frac{u^2 d'\varphi}{r^3} - dx \int \frac{v^2 d'\chi}{r^3} \right).$$

Forze analoghe applicate a tutti gli elementi ds della curva s daranno l'azione totale esercitata dal circuito s' sul circuito s. Si otterranno integrando nuovamente le espressioni precedenti per tutta l'estensione di quest'ultimo circuito.

Immaginiamo ora due superfici prese ad arbitrio σ, σ', terminanti con i due contorni s, s', i cui punti siano tutti indissolubilmente legati fra loro e con tutti quelli della superficie corrispondente, e immaginiamo su queste superfici strati infinitamente sottili di uno stesso fluido magnetico che vi sia trattenuto da una forza coercitiva sufficiente a far sì che esso non vi si possa spostare. Considerando su queste due superfici due porzioni infinitesime di secondo ordine, che rappresenteremo con $d^2\sigma$ e $d^2\sigma'$, le cui posizioni siano determinate per la prima dalle coordinate x, y, z e per la seconda dalle coordinate x', y', z' e la cui distanza sia r, la loro

azione mutua sarà una forza repulsiva diretta secondo la linea r e rappresentata da $-\frac{\mu\varepsilon\varepsilon' \, d^2\sigma \, d^2\sigma'}{r^2}$ che considereremo come agente sull'elemento ds [80]; ε, ε' indicano qui quello che viene chiamato lo spessore dello strato magnetico su ogni superficie; μ è un coefficiente costante, cosicché $\mu\varepsilon\varepsilon'$ rappresenta l'azione repulsiva che si manifesterebbe se si riunissero in due punti, posti a una distanza uguale all'unità, da una parte tutto il fluido distribuito su un'area uguale all'unità di superficie, in cui lo spessore fosse costante e uguale a ε, e dall'altra tutto il fluido distribuito su un'altra area uguale all'unità di superficie, in cui lo spessore fosse costante e uguale a ε'.

Scomponendo questa forza parallelamente ai tre assi, si hanno le tre componenti

$$\frac{\mu\varepsilon\varepsilon' \, d^2\sigma \, d^2\sigma' \, (x - x')}{r^3} , \quad \frac{\mu\varepsilon\varepsilon' \, d^2\sigma \, d^2\sigma' \, (y - y')}{r^3} ,$$

$$\frac{\mu\varepsilon\varepsilon' \, d^2\sigma \, d^2\sigma' \, (z - z')}{r^3} .$$

Immaginiamo ora una nuova superficie limitata dallo stesso contorno s che limita la superficie σ e tale che tutti i segmenti di normali alla superficie σ compresi fra questa e la nuova superficie siano piccolissimi. Supponiamo che su quest'ultima superficie sia distribuito fluido magnetico della specie contraria a quello della superficie σ, in modo che sulla porzione della nuova superficie, circoscritta dalle normali condotte per tutti i punti del contorno dell'elemento di superficie $d^2\sigma$, si abbia una quantità di fluido uguale a quella distribuita su $d^2\sigma$ [81]. Chiamiamo h la lunghezza della piccola porzione della normale alla superficie σ, condotta per il punto le cui coordinate siano x, y, z, compresa fra le due superfici, la quale misura, in tutta l'estensione del-

[80] Evidentemente si deve leggere $d^2\sigma$ anziché ds.

[81] Questa distribuzione spiegata da Ampère è quella che, fino a qualche decina di anni fa, veniva chiamata nei trattati *lamina magnetica*.

l'area infinitesima $d^2\sigma$, la distanza dei punti di questa dai punti corrispondenti dell'altra superficie, e indichiamo con ξ, η, ζ gli angoli che tale normale forma con gli assi; le tre componenti dell'azione mutua fra l'elemento $d^2\sigma'$ e la piccola porzione della nuova superficie, circoscritta nel modo suddetto, che è sempre uguale a $d^2\sigma$, essendo h piccolissima, tanto che ne trascuriamo nei calcoli le potenze superiori alla prima, si otterranno, sostituendo nell'espressione trovata sopra x, y, z con $x + h\cos\xi$, $y + h\cos\eta$, $z + h\cos\zeta$. Poiché i due fluidi distribuiti sulle due aree uguali a $d^2\sigma$ sono di natura contraria, si dovranno sottrarre i nuovi valori di queste componenti dai valori trovati precedentemente; la qual cosa si ridurrà, dato che si trascureranno le potenze superiori alla prima, a trovare le derivate di quei valori, sostituire nel risultato i differenziali di x, y, z con $h\cos\xi$, $h\cos\eta$, $h\cos\zeta$ e cambiarne il segno. Essendo questi differenziali presi passando dalla prima superficie σ all'altra, li indicheremo con δ secondo la notazione del calcolo delle variazioni; avremo così per la componente parallela alle x il valore che risulta dall'espressione $-\mu\varepsilon\varepsilon' d^2\sigma d^2\sigma' \delta \frac{x - x'}{r^3}$ quando vi si sostituisca δx con $h\cos\xi$, ossia

$$\mu\varepsilon\varepsilon' d^2\sigma\, d^2\sigma' h\cos\xi \left[\frac{3(x - x')\frac{\delta r}{\delta x}}{r^4} - \frac{1}{r^3}\right].$$

Determiniamo ora la forma e la posizione dell'elemento $d^2\sigma$.

Indichiamo, come prima, con u, v, w le proiezioni della linea r sui piani delle yz, delle zx, delle xy, e con φ, χ, ψ gli angoli che queste proiezioni formano rispettivamente con gli assi delle y, delle z e delle x. Scomponiamo la prima superficie σ in una infinità di zone infinitamente strette, quali *abcd* (fig. 42), per mezzo di una serie di piani perpendicolari al piano delle yz, condotti per la coordinata $m'p' = x$ dal punto m'. Poiché ogni zona è delimitata dai due bordi del contorno s della superficie σ, essa avrà come proiezione sul piano delle yz un'area, anch'essa scomponibile in elementi

quadrangolari infinitamente piccoli, ai quali corrisponderanno altrettanti elementi della superficie σ sulla zona di cui trattasi. Sono questi gli elementi che si devono considerare come valori di $d^2\sigma$. Quello, la cui posizione rispetto all'elemento $d^2\sigma'$ è determinata dalle coordinate polari r, u, φ, è uguale alla sua proiezione $u\,du\,d\varphi$ sul piano delle yz divisa per il coseno dell'angolo ξ compreso fra questo piano e il piano tangente alla superficie σ con il quale coincide l'elemento $d^2\sigma$.

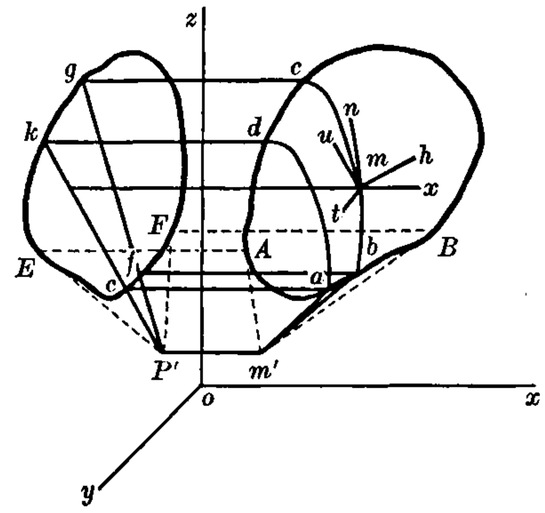


Fig. 42.

Bisognerà dunque sostituire nella formula precedente $d^2\sigma$ con $\frac{u\,du\,d\varphi}{\cos\xi}$ e si avrà

$$\mu h\varepsilon\varepsilon' d^2\sigma' u\, du\, d\varphi \left[\frac{3(x - x')\frac{\delta r}{\delta x}}{r^4} - \frac{1}{r^3}\right].$$

Per calcolare il valore di $(x - x')\frac{\delta r}{\delta x}$, siano mx il prolungamento della coordinata $mp = x$ del punto m, in cui è situato l'elemento $d^2\sigma$, mn una parallela al piano delle yz condotta nel piano $pmm'p'$ e mt la perpendicolare a quest'ultimo piano nel punto m. È facile vedere che la retta mn, secondo la quale $pmm'p'$ taglia il piano tangente in m alla superficie σ, forma con le tre rette mx, mn, mt, che sono fra loro perpendicolari, angoli i cui coseni sono rispettivamente

$$\frac{dx}{\sqrt{dx^2 + du^2}}, \quad \frac{du}{\sqrt{dx^2 + du^2}}, \quad 0,$$

e che la normale mh forma con le stesse direzioni angoli i cui coseni sono

$$\frac{\delta x}{\sqrt{\delta x^2+\delta u^2+\delta t^2}},\quad \frac{\delta u}{\sqrt{\delta x^2+\delta u^2+\delta t^2}},\quad \frac{\delta t}{\sqrt{\delta x^2+\delta u^2+\delta t^2}},$$

indicando con δt la proiezione di mh su mt. Il coseno dell'angolo compreso fra lar etta mn e la normale mh sarà dunque

$$\frac{\mathrm{d}x\,\delta x+\mathrm{d}u\,\delta u}{\sqrt{\mathrm{d}x^2+\mathrm{d}u^2}\cdot\sqrt{\delta x^2+\delta u^2+\delta t^2}},$$

e, poiché detto angolo è retto, $\mathrm{d}x\,\delta x+\mathrm{d}u\,\delta u=0$, donde $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}=-\frac{\delta u}{\delta x}$. Ma l'equazione

$$r^2=(x-x')^2+u^2$$

dà

$$r\delta r=(x-x')\,\delta x+u\delta u,$$
$$r\mathrm{d}r=u\mathrm{d}u+(x-x')\,\mathrm{d}x,$$

da cui si deduce

$$\frac{\delta r}{\delta x}=\frac{x-x'}{r}+\frac{u}{r}\frac{\delta u}{\delta x},$$
$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}u}=\frac{u}{r}+\frac{x-x'}{r}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}u}=\frac{u}{r}-\frac{x-x'}{r}\frac{\delta u}{\delta x};$$

eliminando $\frac{\delta u}{\delta x}$ fra queste due equazioni si ha

$$(x-x')\frac{\delta r}{\delta x}+u\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}u}=\frac{(x-x')^2}{r}+\frac{u^2}{r}=r.$$

Se ora ricaviamo da questa equazione il valore di $(x-x')\frac{\delta r}{\delta x}$ e lo sostituiamo in quella della forza parallela all'asse delle x, avremo

$$\mu h\varepsilon\varepsilon' u\mathrm{d}u\mathrm{d}\varphi\left(\frac{3r-3u\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}u}}{r^4}-\frac{1}{r^3}\right)=$$
$$=\mu h\varepsilon\varepsilon'\mathrm{d}\varphi\left(\frac{2u\mathrm{d}u}{r^3}-\frac{3u^2\mathrm{d}r}{r^4}\right)=\mu h\varepsilon\varepsilon'\,\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}\frac{u^2}{r^3}.$$

L'altezza h e lo spessore ε dello strato di fluido infinitamente sottile distribuito sulla superficie σ possono variare da un punto all'altro di detta superficie; per raggiungere lo scopo che ci proponiamo, cioè quello di rappresentare per mezzo di fluidi magnetici le azioni esercitate dai conduttori voltaici, bisogna supporre che queste due quantità ε, h varino in ragione inversa l'una rispetto all'altra, in modo che il prodotto $h\varepsilon$ conservi lo stesso valore in tutta l'estensione della superficie σ [82]. Chiamando g il valore costante di questo prodotto, l'espressione precedente diventa

$$\mu g\varepsilon'\,\mathrm{d}^2\sigma'\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\frac{u^2}{r^3}$$

che si integra immediatamente. Il suo integrale $\mu g\varepsilon'\,\mathrm{d}^2\sigma'\,\mathrm{d}\varphi\left(\frac{u^2}{r^3}-C\right)$ esprime la somma delle forze parallele all'asse delle x che agiscono sugli elementi $\mathrm{d}^2\sigma$ della zona della superficie σ racchiusa fra i due piani condotti per $m'p'$ che comprendono l'angolo $\mathrm{d}\varphi$. Poiché la superficie σ è limitata dal contorno chiuso s, l'integrale suddetto va esteso fra i limiti determinati dai due elementi ab, cd di questo contorno, che sono compresi nell'angolo $\mathrm{d}\varphi$ dei due piani suindicati; chiamando u_1, r_1 e u_2, r_2 i valori di u e di r relativi a questi due elementi si ha

$$\mu g\varepsilon'\,\mathrm{d}^2\sigma'\,\mathrm{d}\varphi\left(\frac{u_2^2}{r_2^3}-\frac{u_1^2}{r_1^3}\right)$$

come somma di tutte le forze esercitate dall'elemento $\mathrm{d}^2\sigma'$ sulla zona parallelamente all'asse delle x.

Se la superficie σ, invece di essere limitata da un contorno, racchiudesse da ogni lato uno spazio di figura qualunque, la zona di questa superficie compresa nell'angolo diedro φ sarebbe chiusa e si avrebbe $u_2=u_1$, $r_2=r_1$; perciò l'azione esercitata su questa zona parallelamente all'asse delle x sarebbe nulla, e per conseguenza lo sarebbe anche

[82] Nel linguaggio dei trattati citati nella nota precedente il prodotto $h\varepsilon$ viene di solito denominato *potenza della lamina magnetica*.

quella che l'elemento $d^2\sigma'$ eserciterebbe su tutta la superficie σ composta di simili zone. Poiché la stessa cosa avverrebbe rispetto alle forze parallele agli assi delle y e delle z, si vede che il complesso di due superfici vicinissime fra loro, racchiudenti da ogni lato uno spazio di forma qualsiasi e coperte, nel modo che abbiamo detto, l'una di fluido australe, l'altra di fluido boreale, non ha azione su una molecola magnetica, comunque posta, e per conseguenza su un corpo magnetizzato qualunque esso sia. Riprendendo l'espressione precedente

$$\mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \left(\frac{u_2^2\, d\varphi}{r_2^3} - \frac{u_1^2\, d\varphi}{r_1^3} \right),$$

sarà facile vedere che, per avere la somma totale delle forze parallele all'asse delle x che l'elemento $d^2\sigma'$ esercita sull'intera superficie σ, bisogna integrare, rispetto a φ, le due parti di cui si compone l'espressione, rispettivamente nelle due porzioni $AabB$, $BcdA$ del contorno s, determinate dai due piani tangenti $p'm'A$, $p'm'B$, condotti per la linea $m'p'$. Ma ciò equivale a integrare $\mu g\varepsilon' d^2\sigma' \frac{u^2 d\varphi}{r^3}$ in tutta l'estensione del circuito s; infatti, se in luogo di u e φ si mettono i loro valori in funzione di r dedotti dall'equazione della curva s, si vede che, passando dalla parte $AabB$ alla parte $BcdA$, $d\varphi$ cambia segno e per conseguenza gli elementi di una di queste parti sono di segno contrario rispetto a quelli dell'altra.

Pertanto, se indichiamo con X la somma delle forze parallele alle x che l'elemento $d^2\sigma'$ esercita sul complesso delle due superfici limitate dallo stesso contorno s, avremo

$$X = \mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \int \frac{u^2 d\varphi}{r^3},$$

o, ciò che è lo stesso,

$$X = \mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \int \frac{(y-y')\, dz - (z-z')dy}{r^3},$$

essendo le x, y, z relative soltanto al contorno s.

Parimenti, chiamando Y e Z le somme delle forze parallele alle y e alle z che agiscono sul medesimo complesso di superfici, si avrà

$$Y = \mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \int \frac{v^2 d\chi}{r^3} = g\mu\varepsilon'\, d^2\sigma' \int \frac{(z-z')\, dx - (x-x')dz}{r^3}$$

$$Z = \mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \int \frac{w^2 d\psi}{r^3} = g\mu\varepsilon'\, d^2\sigma' \int \frac{(x-x')\, dy - (y-y')\, dx}{r^3}\ a.$$

Poiché tutte le forze elementari che l'elemento $d^2\sigma'$ esercita su queste superfici passano per il punto m' ove l'elemento è situato, si vede che tutte queste forze hanno una risultante unica la cui direzione passa per lo stesso punto m' e le cui componenti parallele agli assi sono X, Y, Z. I momenti di tale risultante rispetto ai medesimi assi sono

$$Yz' - Zy' \ , \quad Zx' - Xz' \ , \quad Xy' - Yx' \ .$$

Supponiamo ora che invece di queste forze si applichi al punto di mezzo di ogni elemento ds del contorno s una forza uguale a $\mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \frac{ds \operatorname{sen} \vartheta}{r^2}$ e perpendicolare al piano del settore che ha ds come base, il punto m' come vertice e $\frac{1}{2} r ds \operatorname{sen} \vartheta$ come area. Essendo le tre componenti di questa forza rispettivamente uguali a

$$\mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \frac{u^2 d\varphi}{r^3} \ , \quad \mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \frac{v^2 d\chi}{r^3} \ , \quad \mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \frac{w^2 d\psi}{r^3} \ ,$$

parallele a quelle che passano per l'elemento $d^2\sigma$ e dirette nello stesso senso, si avranno gli stessi valori per le tre forze X, Y, Z che tendono a muovere il circuito s, ma le somme dei momenti di rotazione che ne risulteranno, invece di essere rappresentate da

$$\mu g\varepsilon'\, d^2\sigma' \left(z' \int \frac{v^2 d\chi}{r^3} - y' \int \frac{w^2 d\psi}{r^3} \right),$$

a. Inutile osservare che queste X, Y, Z esprimono forze completamente diverse da quelle che avevamo indicato con le stesse lettere, quando si trattava dell'azione mutua di due elementi di circuiti voltaici.

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \left(x' \int \frac{w^2 d\psi}{r^3} - z' \int \frac{u^2 d\varphi}{r^3} \right),$$

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \left(y' \int \frac{u^2 d\varphi}{r^3} - x' \int \frac{v^2 d\chi}{r^3} \right),$$

saranno date da

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \left(\int \frac{zv^2 d\chi}{r^3} - \int \frac{yw^2 d\psi}{r^3} \right),$$

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \left(\int \frac{xw^2 d\psi}{r^3} - \int \frac{zu^2 d\varphi}{r^3} \right),$$

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \left(\int \frac{yu^2 d\varphi}{r^3} - \int \frac{xv^2 d\chi}{r^3} \right).$$

A prima vista sembrerebbe che questo cambiamento debba apportarne uno anche all'azione esercitata sul contorno s, ma non è così, purché il contorno formi un circuito chiuso; infatti, se si sottrae la prima somma di momenti, relativa ad esempio all'asse delle x, dalla quarta che si riferisce allo stesso asse, facendo attenzione che x', y', z' in queste integrazioni devono essere considerate come costanti, si avrà

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \int \frac{(z - z') \, v^2 d\chi - (y - y') \, w^2 d\psi}{r^3} =$$

$$= \mu g\varepsilon' \, d^2\sigma'$$

$$\int \frac{(z - z')^2 dx - (z - z') \, (x - x') dz - (y - y') \, (x - x') dy + (y - y')^2 dx}{r^3} =$$

$$= \mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \int \frac{[(z - z')^2 + (y - y')^2] \, dx - (x - x') \, [(z - z') \, dz + (y - y') \, dy]}{r^3} =$$

$$= \mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \int \frac{[r^2 - (x - x')^2] \, dx - (x - x') \, [r dr - (x - x') dx]}{r^3} =$$

$$= \mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \int \left[\frac{r dx - (x - x') \, dr}{r^2} \right] =$$

$$= \mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \left(\frac{x_2 - x'}{r_2} - \frac{x_1 - x'}{r_1} \right),$$

chiamando x_1, x_2, e r_1, r_2 i valori di x e di r alle due estremità dell'arco s per il quale si calcola il valore della differenza dei due momenti. Quando l'arco forma un circuito chiuso, è evidente che $x_2 = x_1$, $r_2 = r_1$, la qual cosa rende nullo l'integrale così ottenuto; si ha allora

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \int \frac{zv^2 d\chi - yw^2 d\psi}{r^3} =$$

$$= \mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \left(z' \int \frac{v^2 d\chi}{r^3} - y' \int \frac{w^2 d\psi}{r^3} \right).$$

Mediante un calcolo analogo si trova che i momenti relativi agli altri due assi sono uguali, per un circuito chiuso, sia che le direzioni delle forze

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \, \frac{u^2 d\varphi}{r^3}, \quad \mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \, \frac{v^2 d'\chi}{r^3}, \quad \mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \, \frac{w^2 d\psi}{r^3}$$

passino per l'elemento $d^2\sigma'$, sia che passino per il punto di mezzo di ds; da ciò segue che in questi due casi l'azione che si manifesta sul contorno s è esattamente uguale, poiché il contorno è invariabilmente legato alle due superfici vicinissime che esso limita; l'azione esercitata sulle due superfici dall'elemento $d^2\sigma'$ si ridurrà, se il contorno s è una curva chiusa, alle forze applicate, come abbiamo testé detto, ad ogni elemento del contorno, avendo la forza che agisce sull'elemento ds il valore

$$\mu g\varepsilon' \, d^2\sigma' \, \frac{ds \operatorname{sen} \vartheta}{r^2}.$$

La forza applicata al punto di mezzo o dell'elemento $ab = ds$, la quale è proporzionale a $ds \operatorname{sen} \vartheta$ diviso per il quadrato della distanza r di questo elemento dal punto m' e la cui direzione è perpendicolare al piano che passa per l'elemento ab e per il punto m', è precisamente quella che l'estremità di un solenoide elettrodinamico indefinito eserciterebbe, come abbiamo già visto, sull'elemento ds, quando si ponga detta estremità nel punto m'; è pure quella che sarebbe prodotta, secondo le ultime esperienze del sig. Biot, dall'azione mutua dell'elemento ab e di una molecola magnetica situata in m'.

Ma, dando a tale forza lo stesso valore e la stessa direzione perpendicolare al piano $m'ab$, che le si dovrebbe dare quando la si determina, come ho fatto io, sostituendo la molecola magnetica con l'estremità di un solenoide indefinito, il sig. Biot pensa che il suo punto di applicazione, o meglio il punto di applicazione della forza uguale ed opposta che l'elemento ds esercita sul punto m' (dato che a quest'ultima forza sono riferite le esperienze che egli ha fatto) debba trovarsi in m'. Invece la direzione della forza esercitata da questo elemento sull'estremità posta in m' di un solenoide indefinito deve passare per il punto m, come pure quella che il solenoide esercita sull'elemento, quando si deduce la forza dalla mia formula. Così, conservando le notazioni da noi usate, e rappresentando per brevità con ρ il coefficiente costante $g\mu\varepsilon' d^2\sigma'$, le somme dei momenti, seguendo il modo in cui il sig. Biot colloca i punti di applicazione delle forze, sarebbero per i tre assi

$$-\rho\int\frac{z'v^2d\chi - y'w^2d\psi}{r^3},$$

$$-\rho\int\frac{x'w^2d\psi - z'u^2d\varphi}{r^3},$$

$$-\rho\int\frac{y'u^2d\varphi - x'v^2d\chi}{r^3},$$

mentre, prendendo i punti di applicazione secondo il mio metodo, le somme dei momenti sono

$$-\rho\int\frac{zv^2d\chi - yw^2d\psi}{r^3},$$

$$-\rho\int\frac{xw^2d\psi - zu^2d\varphi}{r^3},$$

$$-\rho\int\frac{yu^2d\varphi - xv^2d\chi}{r^3};$$

i segni sono stati cambiati trattandosi delle forze che agiscono sul punto m'.

Questi ultimi valori sono rispettivamente uguali, come abbiamo testé visto, ai tre precedenti, quando la porzione

di conduttore forma un circuito chiuso; pertanto, in questo caso, l'esperienza non può decidere se il punto di applicazione delle forze sia realmente nel punto m' oppure nel punto di mezzo m dell'elemento ds. Ora l'illustre fisico, al quale sono dovute le esperienze in parola, aveva proprio usato un circuito completamente chiuso, composto da due parti rettilinee formanti un angolo al quale si dava successivamente diversi valori, dalle rimanenti parti del filo conduttore e dalla pila, circuito che veniva fatto agire su un piccolo magnete durante un dato tempo. Perciò i risultati delle esperienze fatte in questo modo, essendo uguali tanto se il punto di applicazione delle forze sia supposto in o quanto se esso sia immaginato in m', non possono servire per decidere quale di queste due supposizioni debba essere preferita; la soluzione del problema della posizione del punto di applicazione è quindi da ricercarsi in altre considerazioni; per questo ritengo necessario, prima di procedere oltre, esaminarlo più particolarmente.

20. *Esame delle tre ipotesi che si sono fatte sulla natura della azione mutua di un elemento di filo conduttore e di una cosiddetta « molecola magnetica ».*

Nella Memoria che ho letto nella seduta del 4 dicembre 1820, ho comunicato all'Académie la formula fondamentale di tutta la teoria esposta in detta Memoria, formula che dà il valore dell'azione mutua di due fili conduttori; essa è:

$$\frac{ii'\,ds\,ds'\,(\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\vartheta'\cos\omega + k\cos\vartheta\cos\vartheta')}{r^2}$$ a

essendo k un numero costante, di cui ho in séguito determinato il valore, provando, per mezzo di altre esperienze, che esso è uguale a $-\frac{1}{2}$.

a. *Journal de physique*, tomo XCI, pp. 226-230.

Qualche tempo dopo, nella seduta del 18 dello stesso mese, il sig. Biot lesse una Memoria nella quale descriveva le esperienze [83] che aveva fatto sulle oscillazioni di un piccolo magnete sottoposto all'azione di un conduttore angolare e nella quale, da queste esperienze, deduceva la conclusione erronea, che abbiamo già esposto, secondo cui l'azione di ogni elemento di conduttore su una cosiddetta molecola magnetica è rappresentata da una forza perpendicolare al piano condotto per la molecola e per l'elemento, con intensità in ragione inversa del quadrato della loro distanza e proporzionale al seno dell'angolo che la retta, che misura questa distanza, forma con la direzione dell'elemento. Dai calcoli precedenti si vede che questa forza è esattamente quella che la mia formula dà per l'azione mutua di un elemento di filo conduttore e dell'estremità del solenoide elettrodinamico, e che essa è anche quella che risulta dalla legge di Coulomb nell'ipotesi dei due fluidi magnetici, quando si cerca l'azione che si manifesta fra una molecola magnetica e gli elementi del conduttore che limita due superfici infinitamente vicine, ricoperte l'una di fluido australe e l'altra di fluido boreale, supponendo le molecole di questi fluidi distribuite sulle due superfici come ho già spiegato.

In questi due modi di concepire le cose, si trovano gli stessi valori per le tre componenti, parallele ai tre assi presi ad arbitrio, della risultante di tutte le forze esercitate dagli elementi del contorno e, per ognuna di tali forze, l'azione è opposta alla reazione secondo le rette che congiungono a due a due i punti fra i quali esse si esercitano; ciò si verifica anche per la risultante stessa e per la sua reazione. Ma nel primo caso il punto O (fig. 36) rappresenta l'estremità del solenoide a cui appartengono i punti P, N, ed essendo o il punto in cui è posto l'elemento, le due forze uguali ed opposte $\bar{o}g$, $o\gamma$ passano per questo elemento; nel secondo caso invece bisogna immaginare situato in O l'elemento del contorno delle superfici ricoperte di molecole magnetiche P, N e in o la molecola sulla quale agiscono queste superfici,

[83] Vedi la descrizione di questa esperienza alla nota, 3 p. 229.

dimodoché le due forze uguali ed opposte passano per la molecola. Fintanto che si ammette che non si possa avere azione di un punto materiale su un altro senza che quest'ultimo reagisca sul primo con una forza uguale e diretta in senso inverso secondo la stessa retta, il che comporta l'esistenza della stessa condizione relativamente all'azione e alla reazione di due sistemi di punti invariabilmente legati, si può scegliere soltanto fra le due suddette ipotesi. Poiché l'esperienza del sig. Faraday sulla rotazione di una

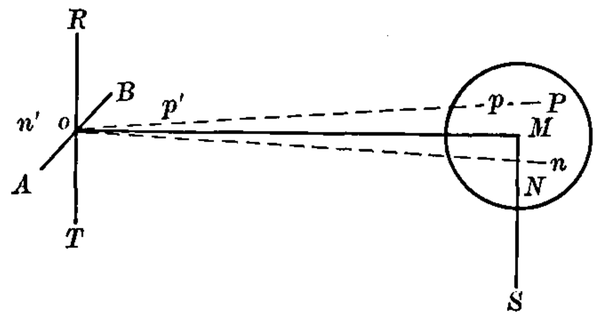


Fig. 39.

porzione di filo conduttore intorno ad un magnete è, come spiegherò fra breve, in contraddizione manifesta con la prima ipotesi, non dovrebbero più esserci difficoltà a ritenere, come me, che la sola ammissibile sia l'ipotesi secondo cui si fa passare per il punto di mezzo dell'elemento la retta lungo la quale sono dirette le due forze. Parecchi fisici supposero allora che, nell'azione mutua di un elemento AB (fig. 39) di filo conduttore e di una molecola magnetica M, l'azione e la reazione, quantunque uguali e dirette in senso contrario, non seguissero la stessa retta ma due rette parallele; dimodoché la molecola M, agendo sull'elemento AB, tenderebbe a muoverlo secondo la retta OR condotta per il punto di mezzo O dell'elemento AB perpendicolarmente al piano MAB e che l'azione che reciprocamente questo elemento esercita sulla molecola M tenderebbe a portarla, con una forza uguale, nella direzione MS parallela a OR.

Se cotesta singolare ipotesi fosse vera, risulterebbe che sarebbe matematicamente impossibile ricondurre i feno-

meni prodotti dall'azione mutua di un filo conduttore e di un magnete a forze agenti in modo che l'azione e la reazione siano uguali ed opposte nella direzione delle rette che congiungono a due a due i punti fra i quali si esercitano, come sono tutte quelle di cui finora si conosce l'esistenza in natura; infatti, ogni volta che tale condizione è soddisfatta da forze elementari qualsiasi, essa deve evidentemente essere soddisfatta, per il principio stesso della composizione delle forze, anche dalle loro risultanti. Inoltre i fisici che hanno aderito a quell'opinione devono forzatamente ammettere l'esistenza di un'azione realmente elementare, consistente in due forze uguali dirette in sensi contrari secondo due rette parallele, che forma quindi una coppia primitiva, che non può essere ricondotta a forze per le quali l'azione e la reazione siano opposte lungo una stessa retta. Io ho sempre considerato questa ipotesi delle coppie primitive come assolutamente contraria alle leggi primarie della meccanica, fra le quali si deve annoverare, con Newton, l'eguaglianza dell'azione e della reazione agenti in sensi contrari secondo la stessa retta; ed ho ricondotto i fenomeni che si osservano quando un filo conduttore e un magnete agiscono l'uno sull'altro, come tutti gli altri fenomeni elettrodinamici, ad un'azione fra due elementi di correnti elettriche, dalla quale risultano due forze uguali ed opposte dirette entrambe secondo la retta che congiunge i due elementi. Viene così verificato questo carattere primario delle altre forze osservate in natura; quanto poi all'altro carattere che consiste nel fatto che le forze che si considerano come realmente elementari siano semplicemente funzioni della distanza dei punti fra i quali si esercitano, nulla vieta, come ho già osservato, che la forza, il cui valore ho determinato per mezzo di esperienze precise, possa un giorno essere ricondotta a forze elementari che soddisfino anche questa seconda condizione, purché si introduca nel calcolo il movimento continuo, nei fili conduttori, delle molecole elettriche alle quali queste ultime forze sarebbero inerenti. La considerazione di questi movimenti introduce necessariamente nel valore della forza che ne risulterebbe fra due elementi, oltre alla loro distanza, gli

angoli che determinano le direzioni secondo le quali si muovono le molecole elettriche e che dipendono dalle direzioni stesse degli elementi; precisamente questi angoli o, ciò che è lo stesso, le derivate della distanza dei due elementi, considerata come una funzione degli archi formati dai fili conduttori, sono i soli elementi che, oltre alla distanza, entrano nella mia formula. Non bisogna dimenticare che, secondo l'ipotesi che a me sembra la sola ammissibile, le due forze uguali ed opposte OR e OT sono risultanti di una infinità di forze uguali ed opposte a due a due; OR è quella delle forze On', Op', ecc., che passano tutte per il punto O, cosicché la loro risultante OR passa pure per tale punto, mentre OT è la risultante delle forze Nn, Pp, ecc., esercitate dall'elemento AB su punti quali N, P, ecc. indissolubilmente legati all'estremità M del solenoide elettrodinamico, estremità che io suppongo sostituisca la cosiddetta molecola magnetica. Questi punti sono vicinissimi a M, quando il solenoide è piccolissimo, ma ne sono sempre distinti; perciò la risultante OT non passa per il punto M, ma per il punto O verso il quale sono dirette tutte le forze Nn, Pp, ecc.

Da tutto quanto abbiamo detto si vede che, mantenendo alle due forze uguali, che risultano dall'azione mutua di un filo conduttore e di un magnete e che agiscono l'una sul filo di cui fa parte l'elemento AB, l'altra sul magnete a cui appartiene il punto M, lo stesso valore e la stessa direzione perpendicolare al piano MAB, si possono fare tre ipotesi sul punto di applicazione di queste forze: nella prima si suppone che le due forze passino per il punto M; nella seconda, quella che risulta dalla mia formula, si suppone che le due forze passino per il punto di mezzo O dell'elemento; nella terza si suppone che, delle due forze OR e MS, quella che agisce sull'elemento sia applicata nel punto O e l'altra nel punto M. Queste tre ipotesi concordano interamente fra loro: 1) per quanto riguarda il valore di queste forze che, in tutte e tre, è in ragione inversa del quadrato della distanza MO e in ragione diretta del seno dell'angolo MOB che la retta OM, che misura tale distanza, forma con l'elemento AB; 2) per quanto riguarda

la direzione delle forze stesse, sempre perpendicolare al piano MAB che passa per la molecola e per la direzione dell'elemento; ma per quanto riguarda la posizione dei punti di applicazione delle forze, le prime due ipotesi differiscono fra loro; si ha identità tra la prima e la terza soltanto per le forze che agiscono sul magnete e fra la seconda e la terza soltanto per le forze che agiscono sul conduttore.

A causa dell'identità dei valori e delle direzioni delle forze, che si ha nelle tre ipotesi, le componenti delle loro risultanti, prese parallelamente a tre assi qualsiasi, saranno le stesse; ma i momenti di rotazione, che dipendono anche dai punti di applicazione delle forze, saranno in generale gli stessi, per quanto riguarda le forze che tendono a muovere il magnete, soltanto nella prima e nella terza ipotesi e, per quanto riguarda le forze che agiscono sul filo conduttore, soltanto nella seconda e nella terza ipotesi.

Abbiamo visto che nel caso in cui si tratti dell'azione di una porzione di filo conduttore, formante un circuito chiuso, i valori dei momenti sono uguali tanto se si prende, per ogni elemento, il punto di applicazione delle forze in O, quanto se lo si prende in M; dunque in questo caso nelle tre ipotesi si avrà identità anche per i momenti.

21. *Impossibilità di generare un moto indefinitamente accelerato per mezzo dell'azione mutua di un circuito solido e chiuso e di un magnete o di un solenoide elettromagnetico.*

Il movimento di un corpo, avente tutte le parti indissolubilmente legate fra loro, dipende unicamente dalle tre componenti parallele a tre assi scelti ad arbitrio, e dai tre momenti intorno ai medesimi assi; da ciò risulta che vi è completa identità nelle tre ipotesi per il movimento prodotto sia nel magnete, sia nel conduttore, quando questo forma un circuito solido e chiuso. L'impossibilità di un moto indefinitamente accelerato è in generale una conseguenza necessaria della prima ipotesi, poiché in essa le forze elementari sono semplicemente funzione delle distanze dai punti fra i quali le forze si esercitano; evidentemente questo moto è

Tavola II della *Teoria dei fenomeni elettrodinamici.*

pure impossibile secondo le altre due ipotesi soltanto nel caso in cui il conduttore formi un circuito solido e chiuso.

Del resto è facile vedere che la dimostrazione, così ottenuta, dell'impossibilità di generare un moto indefinitamente accelerato mediante l'azione mutua di un circuito elettrico solido e chiuso e di un magnete non è soltanto una conseguenza necessaria della mia teoria, ma risulta anche, nell'ipotesi delle coppie primitive, dal solo valore dato dal sig. Biot per la forza perpendicolare al piano MAB, così come ho dimostrato direttamente, con tutti i particolari desiderabili, in una lettera che ho scritto su questo argomento al dottor Gherardi. Perciò, se si fosse potuto produrre un moto accelerato facendo agire su un magnete un conduttore solido e chiuso, sarebbe venuta meno non soltanto la mia formula, ma anche quella che ha dato il sig. Biot, la quale è stata completamente confermata da tutte le osservazioni fatte in séguito e la cui esattezza non è mai stata messa in dubbio neppure dai fisici che ammettono l'ipotesi delle coppie primitive.

22. *Esame dei diversi casi nei quali un movimento indefinitamente accelerato può risultare dall'azione che un circuito voltaico, avente una parte mobile separatamente dal resto del circuito, esercita su un magnete o su un solenoide elettrodinamico.*

Quando si rende mobile una porzione del circuito voltaico si devono distinguere tre casi: quello in cui essa forma un circuito quasi chiuso [a]; quello in cui, potendo soltanto ruotare intorno ad un asse, essa ha le sue due estremità su questo

a. Il circuito formato da una porzione mobile di filo conduttore non è mai rigorosamente chiuso, perché è pur necessario che le sue due estremità comunichino separatamente con quelle della pila; ma è facile rendere l'intervallo che le separa abbastanza piccolo da poter considerare il circuito come se fosse perfettamente chiuso.

asse; quello in cui almeno una delle sue estremità percorre un certo spazio man mano che la porzione di conduttore si muove; quest'ultimo caso comprende quello in cui questa porzione è costituita da un liquido conduttore.

Abbiamo già visto che, nel primo di questi tre casi, il movimento che la porzione mobile assume per l'azione di un magnete è assolutamente identico nelle tre ipotesi; non può mai accelerarsi indefinitamente, ma tende soltanto a portare la porzione mobile in una posizione determinata, nella quale si ferma in equilibrio dopo avere per un po' di tempo oscillato intorno ad essa a causa della velocità acquisita.

La stessa cosa deve dirsi per il secondo caso, che differisce dal primo soltanto in apparenza; infatti, se si aggiungesse nell'asse una corrente che riunisse le due estremità della porzione mobile, si avrebbe un circuito chiuso senza avere cambiato alcunché al momento di rotazione intorno a quest'asse, poiché i momenti esercitati sulla corrente aggiunta sarebbero evidentemente nulli; ne segue che il movimento della porzione mobile sarebbe assolutamente identico a quello del circuito chiuso così ottenuto.

Ma, quando la porzione mobile non forma un circuito chiuso e le sue due estremità non sono su un asse attorno al quale essa sarebbe soggetta a ruotare, i momenti prodotti dall'azione sia di una molecola magnetica, sia dell'estremità di un solenoide indefinito, sono gli stessi soltanto nella seconda e nella terza ipotesi ed hanno un valore differente nella prima. Prendendo come asse delle x la retta intorno alla quale si suppone che la porzione mobile sia legata in modo da poter ruotare soltanto intorno alla retta stessa, e mantenendo le notazioni che abbiamo usato nei calcoli precedenti, dedurremo che il valore del momento di rotazione prodotto dalle forze che agiscono sulla porzione mobile sarebbe

$$\rho \int \frac{z' v^2 d\chi - y' w^2 d\psi}{r^3}$$

nella prima ipotesi, e

$$\rho \int \frac{z' v^2 d\chi - y' w^2 d\psi}{r^3} + \rho \left(\frac{x_2 - x'}{r_2} - \frac{x_1 - x'}{r_1} \right)$$

nelle altre due.

A cotesta differenza nei valori del momento di rotazione si deve la possibilità di provare per mezzo dell'esperienza che la prima ipotesi è in contraddizione con i fatti. Invero, se si considera un magnete come ridotto a due molecole magnetiche di una forza quasi infinita poste nei suoi due poli, e se, dopo aver messo in posizione verticale la retta che li congiunge, si sollecitasse una porzione di filo conduttore a ruotare intorno a questa retta, assunta come asse delle x, i due momenti di rotazione relativi ai due poli sarebbero espressi dalla formula precedente, sostituendovi x', y', z' con x'_1, y'_1, z'_1 per uno dei poli e x'_2, y'_2 z'_2 per l'altro, avendo cura di cambiare il segno di uno di questi momenti, ad esempio del primo, poiché i due poli sono necessariamente di natura opposta, l'uno australe e l'altro boreale.

Quando i due poli, come abbiamo qui supposto, sono situati sull'asse delle x, si ha $y'_1 = 0$, $y'_2 = 0$, $z'_1 = 0$, $z'_2 = 0$ e i due momenti di rotazione intorno all'asse delle x diventano nulli nella prima ipotesi; ciò che sarebbe stato facile prevedere poiché in questa ipotesi le direzioni di tutte le forze applicate al conduttore mobile passano per uno dei due poli e quivi incontrano l'asse fisso, la qual cosa rende necessariamente nulli i momenti di queste forze.

Invece nelle altre due ipotesi, secondo le quali le direzioni delle forze passano per i punti di mezzo degli elementi, soltanto le parti dei momenti uguali a quelle della prima ipotesi si annullano; quando, dopo averle soppresse, si riunisce quanto rimane di ciascun momento, si ha

$$\rho \left(\frac{x_2 - x'_2}{r_{2,2}} + \frac{x_1 - x'_2}{r_{1,2}} - \frac{x_2 - x'_1}{r_{2,1}} + \frac{x_1 - x'_1}{r_{1,1}} \right)$$

avendo indicato con $r_{2,2}$; $r_{1,2}$; $r_{2,1}$; $r_{1,1}$ le distanze dei punti le cui ascisse sono rispettivamente x_2, x'_2; x_1, x'_2; x_2, x'_1;

x_1, x'_1. È facile vedere che i quattro termini della quantità che in questa espressione è compresa fra le parentesi sono precisamente i coseni degli angoli formati con l'asse delle x dalle rette che misurano le distanze $r_{2,2}$; $r_{1,2}$; $r_{2,1}$; $r_{1,1}$; il che rende il valore che abbiamo trovato per il momento prodotto dall'azione dei due poli sul conduttore mobile identico a quello che abbiamo già ottenuto per il momento che risulta dall'azione sullo stesso conduttore di un solenoide, le cui estremità fossero situate in quei poli e le cui correnti elettriche avessero intensità i e distanze rispettive tali che fosse

$$\frac{\lambda i i'}{2g} = \rho ,$$

essendo i' l'intensità della corrente del conduttore.

Poiché il momento di rotazione è sempre nullo nella prima ipotesi, la porzione mobile del circuito voltaico non potrebbe mai ruotare per l'azione di un magnete, situato nel modo che abbiamo sopra detto, intorno all'asse di questo magnete; nelle altre due ipotesi, invece, essa deve ruotare a causa del momento di rotazione, del quale abbiamo or ora calcolato il valore, che è sempre uguale in queste due ipotesi. Il sig. Faraday, che per primo ha prodotto questo movimento, conseguenza necessaria delle leggi che io avevo stabilito sull'azione mutua dei conduttori voltaici e del modo in cui avevo considerato i magneti quali complessi di correnti elettriche, ha dimostrato con ciò che la direzione dell'azione esercitata dal polo di un magnete su un elemento di filo conduttore passa veramente per il punto di mezzo dell'elemento, in conformità alla spiegazione che io ho dato di questa azione, e non per il polo del magnete. Da questo momento in poi, l'insieme dei fenomeni elettrodinamici non può più essere spiegato sostituendo l'azione delle molecole magnetiche australi e boreali, distribuite, nel modo che sopra ho detto, su due superfici vicinissime e delimitate dai fili conduttori del circuito voltaico, in luogo dell'azione, espressa dalla mia formula, esercitata dalle correnti di questi fili. Tale sostituzione può farsi soltanto quando si

tratta dell'azione dei circuiti solidi e chiusi; la sua principale utilità è quella di dimostrare l'impossibilità di ottenere un moto indefinitamente accelerato, sia mediante l'azione mutua di due conduttori solidi e chiusi, sia per mezzo di quella di un conduttore di questo genere e di un magnete.

Quando il magnete è mobile, bisogna anche qui distinguere tre casi: quello in cui tutte le parti del circuito voltaico che agisce sul magnete sono immobili; quello in cui alcune parti del circuito sono mobili, ma senza legami con il magnete, potendo tali parti del circuito essere costituite da un filo metallico o da un liquido conduttore; infine quello in cui una parte della corrente passa per il magnete o per una porzione di conduttore legata al magnete.

Nel primo caso l'intero circuito, composto dai conduttori e dalla pila, è necessariamente chiuso; poiché tutte le sue parti sono immobili, le tre somme dei momenti delle forze esercitate sui punti del magnete, considerati sia come molecole di fluido australe e boreale, sia come estremità di solenoidi elettrodinamici, sono identiche nelle tre ipotesi, così come lo sono le risultanti delle forze stesse; cosicché i movimenti impressi al magnete e tutte le caratteristiche di questi movimenti sono esattamente uguali, qualunque ipotesi si adotti. Ciò si verifica ad esempio per la durata delle oscillazioni compiute dal magnete sotto l'influenza del circuito chiuso e immobile; per questo le ultime esperienze del sig. Biot [83], dalle quali risulta che la forza che produce quelle oscillazioni è proporzionale alla tangente del quarto dell'angolo formato dai due rami del conduttore impiegato, concordano tanto con la conseguenza della mia teoria, per cui le direzioni delle forze che agiscono sul magnete passano per il punto di mezzo degli elementi del filo conduttore, quanto con l'ipotesi che egli ha adottato, nella quale si suppone che queste direzioni passino per i punti del magnete ove pone le molecole magnetiche.

L'identità, che si manifesta in questo caso fra le tre ipotesi, mostra nel medesimo tempo l'impossibilità che il

[83] Cfr. nota, p. 396.

moto del magnete acceleri indefinitamente e prova che l'azione del circuito voltaico può soltanto tendere a portarlo in una posizione di equilibrio determinata.

A prima vista potrebbe sembrare che la stessa impossibilità debba aversi anche nel secondo caso, il che è contrario all'esperienza, almeno quando una parte del circuito è formata da un liquido. Invero è evidente che la mobilità di una porzione del conduttore non impedisce che tale porzione agisca in ogni istante come se essa fosse fissa nella posizione che occupa nell'istante stesso. E a tutta prima non si vede come cotesta mobilità possa cambiare le condizioni del movimento del magnete in modo tale che esso diventi capace di assumere una accelerazione indefinita, la cui impossibilità è dimostrata quando tutte le parti del circuito voltaico sono immobili.

Se però si esamina con una certa attenzione quanto deve necessariamente accadere, secondo le leggi dell'azione mutua di un corpo conduttore e di un magnete, quando il conduttore è liquido e un cilindro magnetizzato verticale galleggia in questo liquido (la superficie del cilindro deve essere ricoperta di una vernice isolante onde evitare che la corrente lo attraversi, ciò che ci farebbe cadere nel terzo caso), si vede sùbito come il fatto che il magnete galleggiante acquista un moto che accelera indefinitamente risulti dalla mobilità della porzione di liquido del circuito voltaico. Per questo basta applicare a questo caso la spiegazione che ho dato negli *Annales de chimie et de physique* (tomo XX, pp. 68-70) dello stesso movimento, quando si suppone che il magnete, non essendo ricoperto da vernice, venga liberamente attraversato dalle correnti del liquido.

Infatti tale spiegazione è fondata sul fatto che le porzioni di correnti che si trovano nel magnete non possono esercitare alcuna azione su di esso e che quelle che sono nel liquido fuori del magnete agiscono tutte per accelerarne il moto sempre nello stesso senso; evidentemente tutto quanto avviene in questo caso deve anche avvenire quando la sostanza isolante, che riveste il magnete, elimina soltanto proprio quelle porzioni di correnti che non avrebbero alcuna

azione, mentre lascia sussistere ed agire, sempre nello stesso modo, quelle porzioni di correnti che, essendo fuori del magnete, tendono tutte ad accelerarne il moto costantemente nello stesso senso. Affinché si possa meglio giudicare che non vi è in effetti nulla da cambiare nella spiegazione di cui ho ora parlato, ritengo opportuno ripeterla qui, applicandola al caso in cui il magnete sia ricoperto di una sostanza isolante. Per maggiore semplicità supporrò in questa spiegazione di sostituire al magnete un solenoide elettrodinamico, le cui estremità siano ai poli del magnete, quantunque, secondo la mia teoria, questo dovrebbe essere considerato come un fascio di solenoidi. Detta supposizione non muta gli effetti prodotti, poiché le correnti del mercurio, agendo nello stesso modo e nello stesso senso su tutti i solenoidi del fascio, gli imprimono un movimento simile a quello che esse darebbero a un solo solenoide e si può sempre supporre che le correnti elettriche di quest'ultimo abbiano sufficiente intensità da far sì che il suo movimento sia sensibilmente uguale a quello del fascio.

Sia $ETFT'$ (fig. 40) la sezione orizzontale di un vaso di vetro pieno di mercurio in contatto con un cerchio di rame che ricopre il bordo interno del vaso e che comunica con uno dei reofori, ad esempio il reoforo negativo, mentre il reoforo positivo viene immerso in P; si formano così nel mercurio correnti che vanno dal centro P del cerchio $ETFT'$ alla sua circonferenza.

Rappresentiamo la sezione orizzontale del solenoide con il piccolo cerchio *etft'*, il cui centro è in A e la cui circonferenza *etft'* è una delle correnti elettriche che lo compongono; supponendo che questa corrente si muova nel senso *etft'*, essa sarebbe attratta dalle correnti del mercurio quali PUT, che, nella figura, si trovano a destra di *etft'*, perché la semicirconferenza *etf*, nella quale la corrente va nello stesso senso, è più vicina di *ft'e*, nella quale essa va in senso contrario. Sia AS questa attrazione, uguale alla differenza fra le forze esercitate dalle correnti PUT sulle due semicirconferenze, e passante necessariamente per il loro centro A, poiché risulta dalle forze, che tali correnti eserci-

tano su tutti gli elementi della circonferenza *etft'* e che sono perpendicolari a questi elementi e per conseguenza dirette secondo i raggi di tale circonferenza. La stessa corrente *etft'* del solenoide è invece respinta dalle correnti che, come $PU'T'$, sono, nella figura, a sinistra della corrente *etft'*, poiché esse hanno senso contrario nella semicirconferenza *ft'e* che è la più

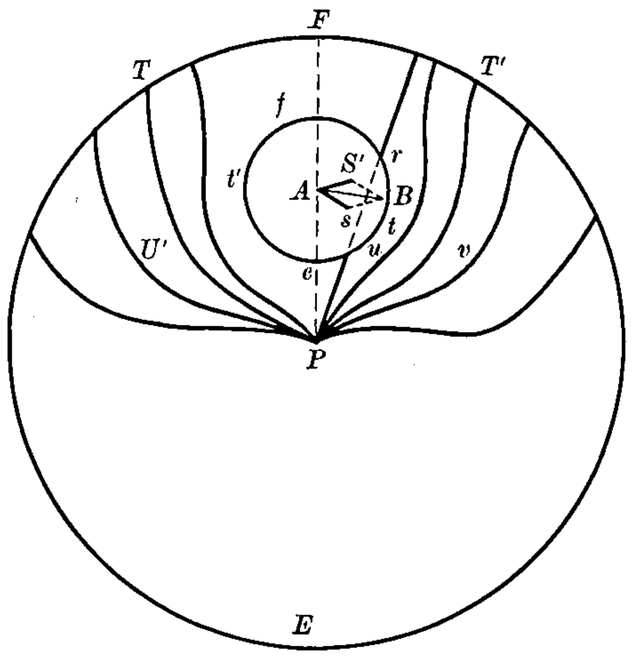


Fig. 40.

vicina a $PU'T'$. Sia AS' la repulsione che risulta dalla differenza delle azioni esercitate dalle correnti $PU'T'$ sulle due semicirconferenze *ft'e*, *etf*; essa sarà uguale ad AS e formerà con il raggio PAF l'angolo $FAS' = PAS$, poiché tutto è uguale da una parte e dall'altra di questo raggio; la risultante AR di queste due forze sarà dunque perpendicolare ad esso. Poiché essa passerà per il centro A, come le sue due componenti AS, AS', il solenoide non avrà alcuna tendenza a ruotare intorno al proprio asse, come si osserva in effetti con il magnete galleggiante che rappresenta questo solenoide; in ogni istante esso tenderà a muoversi lungo la perpendicolare AR al raggio PAF e poiché, quando si fa l'esperimento con un magnete galleggiante, la resistenza del mercurio distrugge in ogni istante la velocità acquistata, si vede che il magnete descrive la curva perpendicolare a tutte le rette che passano, come PAF, per il punto P, la quale non è altro che la circonferenza ABC di cui il suddetto punto è il centro.

Questa bella esperienza, dovuta al sig. Faraday, è stata spiegata dai fisici che non ammettono la mia teoria, attribuendo il movimento del magnete al reoforo immerso in P nel mercurio, reoforo al quale si dà ordinariamente direzione perpendicolare alla superficie del mercurio. È bensì vero che in tal caso la corrente di questo reoforo tende a portare il magnete nel senso secondo cui si muove realmente; ma è facile verificare, con esperienze comparative, che si tratta di una forza assolutamente troppo debole per vincere la resistenza del mercurio e produrre, nonostante tale resistenza, il moto che si osserva. Sùbito mi fece meraviglia che questi fisici non tenessero conto dell'azione che le correnti del mercurio devono esercitare secondo la loro stessa teoria; ma la mia meraviglia aumentò quando ne ho scoperto la causa in un errore manifesto che si trova enunciato nei termini seguenti nell'opera già citata [a]: « L'azione trasversale di questo filo fittizio (la corrente elettrica che è nel mercurio) sul magnetismo australe di A (fig. 43) tenderà a spingere costantemente A dalla destra verso la sinistra di un osservatore che abbia il capo in C' e i piedi in Z [84]. Ma sul polo B si eserciterà una tendenza contraria, e con uguale energia, se la linea orizzontale $C'FF'Z$ si trova all'altezza precisa del centro della sbarretta; dimodoché

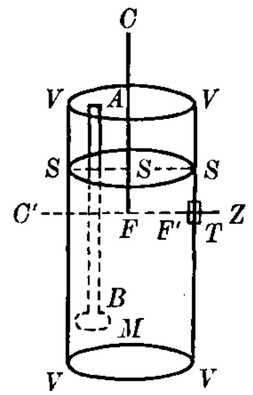


Fig. 43.

a. Précis élémentaire de physique expérimentale, 3ª ediz., tomo II, p. 753.

[84] Secondo la regola dell'*omino di Ampère*; vedi parte prima di questa Sezione, art. primo.

in definitiva non ne risulterà alcun movimento di traslazione. Sarà dunque la sola forza esercitata da CF a determinare la rotazione della sbarretta AB ». Come mai l'autore [85] non ha visto che le azioni che « il filo fittizio », situato come egli ha detto, esercita sui due poli della sbarretta AB tendono a portarlo nello stesso senso e si sommano, anziché distruggersi, poiché, essendo di specie contraria, questi poli si trovano dalle due bande opposte del filo?

A questo riguardo importa notare che, se porzioni di correnti facenti parte di quelle del mercurio, potessero trovarsi all'interno del piccolo cerchio *etft'* e agire su di esso, tenderebbero a farlo ruotare intorno al punto P in senso contrario e con una forza che, anziché essere la differenza delle azioni esercitate sulle due semicirconferenze *etf*, *ft'e*, ne è la somma; invero, se *uv* rappresenta una di quelle porzioni, è evidente che essa attirerà l'arco *utv* e respingerà l'arco *vt'u*, dando luogo così a due forze che cospirano a muovere *etft'* nella direzione AZ opposta ad AR. È chiaro che questa condizione non può manifestarsi con il magnete galleggiante, il quale occupa tutto l'interno del cerchio *etft'*, poiché quando è rivestito di materiale isolante ne esclude la corrente e, nel caso contrario, le porzioni di corrente comprese in detto cerchio, manifestandosi nelle particelle del magnete invariabilmente legate a quelle sulle quali agiscono, producono un'azione che è eliminata da una reazione uguale e contraria; dimodoché in entrambi i casi rimangono soltanto le forze esercitate dalle correnti del mercurio le quali tendono tutte a muovere il magnete secondo AR. Questa è la sola ragione per cui esso ruota intorno al punto P in questo senso, come si può verificare sostituendo il magnete con un conduttore mobile *xzetft'sy* (fig. 41), formato da un filo di rame molto fine, rivestito di seta, la cui parte intermedia *etft'* sia piegata a cerchio e delle cui due porzioni estreme, ritorte insieme da *e* a *z*, l'una, *ezx*, vada in *x* entro una vaschetta di mercurio comunicante con uno dei reofori e

[85] Biot.

l'altra, *t'sy*, peschi in P (fig. 40) nel mercurio, che comunica, come abbiamo detto sopra, con l'altro reoforo: si sospende questo conduttore mobile in modo che il cerchio *etft'* (fig. 41) sia vicinissimo alla superficie del mercurio e si vede che esso rimane immobile, per l'equilibrio che si stabilisce fra le forze esercitate dalle porzioni di correnti comprese nel cerchio *etft'* e quelle esercitate dalle correnti e porzioni esterne al cerchio. Ma non appena si sopprimano le porzioni di correnti comprese nello spazio *etft'* (fig. 40), immergendo nel mercurio, sotto il cerchio *etft'* (fig. 41), un cilindro di materiale isolante, di uguale base per analogia con il caso del magnete galleggiante, si vede che il cerchio si muove, come il magnete, nel senso AR. Lasciando il cilindro di materiale isolante nel luogo ove era inizialmente il cerchio *etft'*, questo non ruota indefinitamente, come farebbe il magnete, ma si ferma dopo qualche oscillazione in una posizione di equilibrio; la differenza di comportamento è dovuta al fatto che il magnete galleggiante muovendosi lascia dietro di sé uno spazio che viene sùbito riempito dal mercurio, e man mano spinge via il mercurio davanti a sé prendendone il posto. Questo cambiamento nella posizione di una parte del mercurio ne apporta un altro nelle correnti elettriche e fa sì che, sebbene il circuito voltaico nel suo complesso sia chiuso, il movimento continuo del magnete, che con l'azione di un circuito solido e chiuso sarebbe impossibile, avviene invece in questo caso poiché il circuito chiuso cambia forma a causa del movimento stesso del magnete. Onde produrre tale movimento impiegando, invece del magnete, il conduttore mobile che abbiamo sopra descritto (avendo verificato che esso si muove soltanto quando si sopprimono, per mezzo del cilindro di materiale isolante, le porzioni di correnti interne al piccolo cerchio *etft'* e che, lasciando questo cilindro allo stesso posto, si ferma in una determinata posizione di equi-

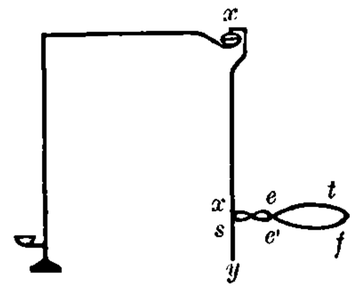


Fig. 41.

librio dopo aver oscillato intorno ad essa), bisogna imitare quanto avviene con il magnete galleggiante, facendo scorrere il cilindro di materiale isolante sul fondo del vaso, in modo che venga a trovarsi sempre sotto il cerchio *etft'* (fig. 41) e che il suo centro corrisponda sempre verticalmente a quello del cerchio; il conduttore mobile incomincerà allora a ruotare indefinitamente intorno al punto P (fig. 40) come il magnete.

In generale, quando si vogliono analizzare i diversi movimenti dei magneti per mezzo dell'esperienza senza ricorrere al calcolo, ci si può fare un'idea esatta delle loro cause sostituendo ai magneti conduttori mobili curvati a cerchio; questa sostituzione dà la possibilità di variare le circostanze in diversi modi, che sarebbe spesso impossibile realizzare con magneti e che invece sono le sole che possono chiarire le difficoltà presentate da fenomeni sovente così complicati. Ad esempio sarebbe impossibile verificare con un magnete il risultato della teoria secondo cui, se porzioni di correnti del mercurio potessero attraversare il magnete e agire ciò nonostante su di esso conservando l'intensità e la direzione che esse hanno nel mercurio quando si sposta il magnete, questo non ruoterebbe intorno al punto P; la verifica diverrà invece facile quando gli si sostituisca, come abbiamo fatto qui, il conduttore mobile rappresentato (fig. 41).

L'identità di comportamento, che si osserva costantemente fra i moti di un conduttore mobile e quelli di un magnete tutte le volte che si trovano nelle stesse condizioni, non consente di dubitare, quando si è fatta l'esperienza precedente, che il magnete non rimarrebbe anch'esso immobile, quando fosse attraversato dalle porzioni di corrente interne al cerchio *etft'*, se queste porzioni potessero agire su di esso; e si vede, al contrario, che quando non è rivestito da una sostanza isolante e le correnti lo attraversano liberamente, si muove precisamente come se fosse rivestito e nessuna porzione di corrente potesse penetrare nell'interno del magnete; si ha così una prova diretta del principio su cui si fonda una parte delle spiegazioni che io ho dato, ossia: che le porzioni di correnti che attraversano il magnete non agiscono in alcun

modo su di esso, poiché le forze che risulterebbero dalla loro azione sulle correnti proprie del magnete, o su quelle che vengono chiamate molecole magnetiche, manifestandosi fra particelle di uno stesso corpo solido, sono necessariamente distrutte da una reazione uguale ed opposta.

Confesso che questa prova sperimentale di un principio che è semplicemente una conseguenza necessaria delle leggi primarie della meccanica mi sembra completamente inutile, e tale sarebbe apparsa a tutti i fisici che hanno considerato questo principio come una delle basi della scienza. Non l'avrei neppure fatta notare, se non si fosse supposto che l'azione mutua di un elemento di filo conduttore e di una molecola magnetica consistesse in una coppia primitiva, composta di due forze uguali e parallele, ma non direttamente opposte, a causa della quale una porzione di corrente che si manifestasse in un magnete potrebbe farlo muovere; questa supposizione è contraria al principio sopra richiamato ed è smentita dall'esperienza precedente, secondo la quale nessuna azione è esercitata sul magnete dalle porzioni di correnti che lo attraversano quando non è rivestito da una guaina isolante, poiché il movimento che avviene in questo caso si verifica anche quando si impedisce alle correnti di attraversare il magnete, racchiudendolo in questa guaina.

Bisogna partire da questo principio per vedere quali fenomeni debba presentare un magnete mobile sotto l'influenza della corrente voltaica nel terzo caso che ci rimane da considerare, quello in cui una porzione della corrente passi per il magnete o per una parte di filo conduttore indissolubilmente legata ad esso. Abbiamo or ora visto che quando si tratta di un moto di rivoluzione di un magnete intorno a un filo conduttore, il movimento deve essere lo stesso, e lo è in effetti, sia che la corrente attraversi il magnete, sia che non lo attraversi. Ma non è così nel caso del movimento di rotazione continua di un magnete intorno alla retta che ne congiunge i poli.

Io ho dimostrato, con la teoria e con esperimenti variati in diversi modi, i cui risultati hanno sempre confermato quelli della teoria, che la possibilità o l'impossibilità di

questo movimento dipende unicamente dal fatto che una porzione dell'intero circuito voltaico sia in tutti i suoi punti separata dal magnete oppure che questa passi nel magnete o in una porzione di conduttore legata invariabilmente ad esso. Invero nel primo caso la pila e i fili conduttori formano un circuito sempre chiuso, tutte le parti del quale agiscono sempre sul magnete, siano esse fisse o mobili; in quest'ultimo caso esercitano, in ogni istante, esattamente le stesse forze che eserciterebbero se fossero fisse nella posizione in cui si trovano nell'istante stesso. Ora abbiamo dimostrato, prima sinteticamente per mezzo delle considerazioni che ci hanno fornito le figure 30 e 31, poi calcolando direttamente i momenti di rotazione, che un circuito chiuso non può imprimere a un magnete un movimento continuo attorno alla retta che congiunge i suoi poli, sia che lo si identifichi, in conformità alla mia teoria, con le due estremità di un solenoide equivalente, sia che lo si identifichi con due molecole magnetiche la cui intensità sia abbastanza grande perché le azioni esercitate siano uguali a quelle che eserciterebbero tutte le molecole di cui si considera composto il magnete nell'ipotesi dei due fluidi. L'impossibilità del moto di rotazione del magnete intorno al proprio asse, quando l'intero circuito chiuso ne sia in ogni punto separato, è così completamente dimostrata, non soltanto applicando la mia formula alle correnti del solenoide sostituito al magnete, ma anche partendo dalla considerazione di una forza che si manifestasse fra un elemento di filo conduttore e una molecola magnetica perpendicolarmente al piano che passa per questa molecola e per la direzione dell'elemento, con intensità inversamente proporzionale al quadrato della distanza e proporzionale al seno dell'angolo compreso fra la retta che misura questa distanza e la direzione dell'elemento. Ma, quando si supponga che la forza passi per il punto di mezzo dell'elemento, tanto agendo su di esso quanto reagendo sulla molecola magnetica, come avviene secondo la mia teoria per il solenoide, il movimento diventa possibile se una porzione di corrente passa o per una parte di conduttore invariabilmente legato al magnete o per il magnete stesso; infatti, poiché tutte le azioni esercitate da questa porzione sulle particelle sono annullate dalle reazioni uguali ed opposte che esercitano su di esse queste medesime particelle, rimangono soltanto le azioni esercitate dal resto del circuito che non è più chiuso e può per conseguenza fare ruotare il magnete.

Per renderci ben conto di tutto quanto si riferisce a questo genere di movimento, immaginiamo che l'asta $TVUS$ (fig. 13) [86], che sostiene la coppetta S nella quale passa la punta o del conduttore mobile oab, sia piegata in V e U come si vede nella figura, in modo da lasciare libera la porzione VU della retta TS presa come asse di rotazione, allo scopo di poter sospendere il magnete cilindrico GH, per mezzo di un filo finissimo ZK, al gancio K fissato in U all'asta; immaginiamo inoltre che il conduttore mobile oab, mantenuto nella posizione nella quale lo si vede nella figura mediante il contrappeso c, termini in b con una lamina di rame bef, che peschi nell'acqua acidulata contenuta nel vaso MN, affinché il conduttore comunichi con il reoforo pP immerso nel mercurio della vaschetta P, mentre l'altro reoforo rR è in comunicazione con l'asta $TVUS$ attraverso il mercurio che si mette nella vaschetta R; completa la chiusura dell'intero circuito la pila pr.

Non appena si stabilisce la corrente in questo apparecchio, si vede il conduttore mobile ruotare intorno alla retta TS; ma il magnete è soltanto portato in una posizione determinata intorno alla quale esso oscilla per qualche tempo e in cui rimane poi immobile. In virtù del principio dell'uguaglianza dell'azione e della reazione, che vale per i momenti di rotazione intorno ad un asse come per le forze, se si rappresenta con M il momento di rotazione impresso dall'azione del magnete al conduttore mobile oab, la reazione di questo tenderà necessariamente a far ruotare il magnete intorno al suo asse con il momento $-M$, uguale a M ma agente in senso contrario.

[86] Cfr. p. 292.

Perciò l'immobilità del magnete proviene evidentemente dal fatto che, se il conduttore mobile *oab* agisce su di esso, la rimanente parte *bMPprRTS* del circuito totale deve fare lo stesso; il momento dell'azione che questa parte del circuito esercita sul magnete, unito a quello di *oab*, dà il momento del circuito chiuso *oabMPprRTS* che è nullo; dal che risulta che il momento di *bMPprRTS* è M, uguale ed opposto a $-M$.

Se invece si fissa il magnete *GH* al conduttore mobile *oab*, si viene ad avere un sistema di forma invariabile in cui l'azione e la reazione reciproche dei suoi componenti si elidono mutuamente; tale sistema evidentemente rimarrebbe immobile se la parte *bMPprRTS* non agisse, come prima, sul magnete in modo da farlo ruotare imprimendogli il momento di rotazione M.

È in virtù di questo momento che il magnete e il conduttore mobile, riuniti in un sistema di forma invariabile, ruotano intorno alla retta *TS*; poiché detto momento è, come abbiamo visto, dello stesso valore e dello stesso segno di quello che imprimerebbe il magnete al conduttore *oab* quando il conduttore fosse separato dal magnete e ruotasse da solo, questi due movimenti avverranno necessariamente nello stesso senso, ma con velocità inversamente proporzionali al momento di inerzia del conduttore e alla somma di questo momento di inerzia e di quello del magnete.

Nelle considerazioni precedenti ho fatto astrazione dall'azione esercitata dalla porzione *bMPprRTS* del circuito totale sul conduttore mobile *oab*, tanto nel caso in cui questo conduttore sia separato dal magnete quanto nel caso in cui esso vi sia unito; ciò ho fatto, non soltanto perché questa azione è molto piccola rispetto a quella esercitata dal magnete, ma anche perché essa tende unicamente a portare il conduttore mobile nella posizione determinata dalla repulsione mutua degli elementi di queste due porzioni del circuito totale e per conseguenza non dà alcun contributo, nei due casi, ai moti di rotazione di *oab*, limitandosi a farne variare un poco la velocità, la quale altrimenti sarebbe costante.

Allo scopo di potere facilmente unire e separare alternativamente il magnete e il conduttore mobile, senza interrompere le esperienze, conviene fissare al gancio Z, mediante il quale il magnete è sospeso al filo *ZK*, un pezzo di filo di rame *ZX*, terminante in X con una forcella i cui due denti *Xx*, *Xy* abbracciano il conduttore mobile *oab* che viene ad essere chiuso fra questi, quando si pieghi opportunamente l'asta *ZX*; piegandola in senso contrario, le si dà la posizione rappresentata in figura e il conduttore ridiventa libero.

Ho spiegato particolareggiatamente questa esperienza perché mi sembra che essa possa, più di qualsiasi altra, convalidare l'ipotesi della coppia primitiva, quando non la si consideri come ho fatto io. Invero in tale ipotesi si ammette, come faccio io, che le forze esercitate dal magnete *GH* sugli elementi di conduttore mobile *oab* passino per questi elementi e che, immaginandoli tutti nel piano verticale *TSab*, condotto per la retta *TS*, le forze siano normali a questo piano; esse tendono quindi a far ruotare *oab* sempre nello stesso senso intorno a *TS*. Queste forze, secondo la legge proposta dal sig. Biot, sono uguali, per grandezza, direzione e punti di applicazione, alle forze date nella mia formula; perciò esse producono lo stesso momento di rotazione M ad opera del quale avviene il movimento del conduttore *oab* quando questo è libero. Ma, secondo i fisici che ammettono l'ipotesi in parola, le forze dovute alla reazione degli elementi del conduttore sul magnete sono uguali soltanto in grandezza e per il fatto che sono perpendicolari al piano *TSab*; essi ritengono che queste forze siano applicate alle molecole magnetiche, o, ciò che è lo stesso, ai due poli del magnete *GH*, i quali giacciono sulla retta *TS*; cosicché i loro momenti di rotazione sarebbero nulli rispetto a questa retta. Essi attribuiscono a questa causa l'immobilità del magnete quando non sia legato ad alcuna porzione del circuito voltaico; ma per spiegare il movimento di rotazione del magnete nel caso in cui lo si unisca al conduttore mobile *oab*, per mezzo dell'asta *ZX*, essi suppongono che la riunione di questi due corpi in un sistema di forma invariabile non impedisca al magnete di agire sempre in modo da imprimere al conduttore mobile lo stesso momento di rotazione M senza che il conduttore reagisca sul magnete

in maniera da ostacolare il movimento del sistema; quest'ultimo per conseguenza deve ruotare nello stesso senso in cui ruotava il conduttore mobile prima di essere legato invariabilmente al magnete, ma con una velocità in ragione inversa ai momenti di inerzia del solo conduttore e del conduttore riunito al magnete.

Così si trovano con questa ipotesi gli stessi risultati che si ottengono quando si suppone l'azione opposta alla reazione lungo la stessa retta e si tiene conto dell'azione esercitata dal magnete sulla rimanente parte *bMPprRTS* del circuito voltaico. Da tutto quanto è stato dimostrato nella presente Memoria risulta che l'identità degli effetti prodotti e dei valori delle forze che abbiamo trovato, nel caso esaminato, tra la maniera in cui io ho spiegato i fenomeni e l'ipotesi della coppia primitiva, è una conseguenza necessaria del fatto che il circuito voltaico che si fa agire sul magnete è sempre chiuso; invero, quando si tratta di un circuito chiuso, non soltanto le tre forze, parallele a tre assi, che risultano dall'azione che tale circuito esercita su un magnete, ma anche i tre momenti di rotazione intorno a questi tre assi sono uguali nelle due ipotesi, come pure il moto del magnete, che dipende solo da quelle sei quantità.

La stessa identità si trova per conseguenza in tutte le esperienze dello stesso genere; questo problema non può dunque risolversi né attraverso queste esperienze, né mediante la misura delle forze che si sviluppano fra i fili conduttori e i magneti; la soluzione deve essere trovata:

1) nella necessità del principio che l'azione mutua delle diverse parti di un sistema di forma invariabile non può in alcun caso imprimere al sistema un movimento qualsiasi; principio che non è altro se non una conseguenza dell'idea stessa che abbiamo delle forze e dell'inerzia della materia;

2) nella considerazione che l'ipotesi della coppia primitiva è stata concepita da quelli che l'hanno proposta soltanto perché essi hanno ritenuto che i fenomeni da cui sono partiti non potessero essere spiegati altrimenti, non avendo tenuto conto dell'azione che esercita sul magnete la totalità del circuito voltaico; infatti essi non hanno fatto

attenzione che questo circuito è sempre chiuso e non hanno dedotto, come ho fatto io, dalla legge proposta dal sig. Biot la conseguenza rigorosa secondo la quale per un circuito chiuso le forze e i momenti sono identicamente uguali, sia supponendo che le direzioni delle forze esercitate sul magnete passino per le molecole magnetiche, sia supponendo che passino per i punti di mezzo degli elementi dei fili conduttori;

3) nel fatto che, quando si ammetta che i fenomeni di cui ci occupiamo possano essere prodotti in ultima analisi dalle forze, espresse in funzione delle distanze, esercitate dalle molecole dei due fluidi elettrici e attribuite anche ai due fluidi magnetici, quando li si considerino come la causa dei fenomeni (secondo me puramente elettrici) presentati dai magneti, si può ben immaginare che, se queste molecole sono in movimento nei fili conduttori, risultino fra i loro elementi forze che dipendano non soltanto dalle distanze di questi elementi ma anche dalle direzioni secondo le quali avviene il moto delle molecole elettriche che li percorrono (quali precisamente le forze che dà la mia formula), purché queste forze soddisfino alla condizione che l'azione e la reazione siano dirette lungo la stessa retta; mentre è contraddittorio supporre che forze, dirette secondo le rette che congiungono le molecole fra le quali si esercitano, quali che siano i loro valori in funzione delle distanze, possano produrre, per qualsivoglia combinazione, anche quando le molecole siano in movimento, forze per le quali l'azione e la reazione non siano dirette lungo la stessa retta, ma secondo due rette parallele, come nell'ipotesi della coppia primitiva.

Invero si sa che, anche quando molecole elettriche e magnetiche sono in movimento, esse agiscono in ogni istante come se fossero in riposo nella posizione nella quale si trovano in quell'istante. Perciò, se si considerano due sistemi di molecole tali che ogni molecola dell'uno eserciti su ogni molecola dell'altro una forza uguale ed opposta (secondo la retta che le congiunge) alla forza esercitata dalla seconda molecola sulla prima, immaginando di fermare tutte le

molecole nella posizione in cui si trovano in un dato istante, si può supporre che esse siano tutte legate insieme invariabilmente in tale posizione; in tale supposizione vi sarà necessariamente equilibrio nel sistema di forma invariabile che risulta composto dei predetti due sistemi, poiché vi sarà necessariamente equilibrio fra le forze elementari prese a due a due. La risultante di tutte le forze esercitate dal primo sistema sul secondo sarà dunque uguale ed opposta, secondo la stessa retta, alla risultante di tutte le forze esercitate dal secondo sul primo; queste due risultanti non potranno mai produrre una coppia capace di far ruotare l'intero sistema, quando tutte le sue parti siano invariabilmente legate fra loro, come suppongono coloro che, pur adottando l'ipotesi di una coppia nell'azione mutua di una molecola magnetica e di un elemento di filo conduttore, pretendono tuttavia che cotesta azione risulti dal fatto che l'elemento agisce sulla molecola soltanto perché è esso stesso un insieme di molecole magnetiche, le cui azioni su quella che si considera sono quali Coulomb le ha stabilite, cioè dirette secondo le rette che le congiungono ad essa e inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze.

Basterebbe leggere con una certa attenzione quanto ha scritto il sig. Biot sui fenomeni di cui ci occupiamo, nel libro IX della terza edizione del suo *Traité élémentaire de physique expérimentale*, per vedere che, dopo avere sempre considerato le forze, che gli elementi dei fili conduttori esercitano sui magneti, come applicate alle molecole magnetiche perpendicolarmente ai piani passanti per ogni elemento e per ogni molecola, suppone poi, quando parla del movimento dei fili conduttori intorno ai magneti, che le forze esercitate dalle molecole magnetiche sugli elementi dei fili passino per questi elementi nelle direzioni parallele a quelle delle forze esercitate sul magnete e formino per conseguenza delle coppie con le prime, invece di essere opposte a queste secondo le stesse rette; in particolare egli spiega, alla p. 754, tomo II, dell'opera citata, il moto di rotazione di un magnete intorno al suo asse, quando una porzione di corrente lo attraversi, supponendo che il magnete ruoti per l'azione che questa

stessa porzione esercita sul resto del magnete, che costituisce tuttavia con essa un sistema di forma invariabile le cui parti sono tutte invariabilmente legate fra loro [a]: il che suppone evidentemente che l'azione e la reazione della porzione di corrente e del magnete formino una coppia. Allora come si può concepire che il fisico che ammette simile supposizione possa esprimersi in questi termini, alla p. 769 dello stesso libro? « Se si calcola l'azione che eserciterebbe a distanza un ago magnetizzato di lunghezza infinitamente

a. Non so se sia necessario rammentare in proposito quanto ho già fatto osservare altrove, ossia che i fluidi elettrici, per l'insieme dei fatti e soprattutto perché l'azione dell'elettricità che si muove nel vuoto sui corpi leggerissimi è nulla, devono essere considerati incapaci di azione in virtù della loro massa (la quale si può dire infinitamente piccola in confronto a quella dei corpi ponderabili) e che perciò ogni attrazione o repulsione esercitata fra detti corpi e i fluidi elettrici può bensì mettere questi in movimento, ma non i corpi ponderabili. Affinché questi ultimi si muovano, quando si tratta delle attrazioni e repulsioni elettriche ordinarie, bisogna che l'elettricità si mantenga sulla loro superficie, affinché la forza che supera l'inerzia di uno si appoggi, per così dire, sull'inerzia dell'altro. Parimenti, affinché l'azione mutua di due fili conduttori metta questi fili in movimento, occorre che le decomposizioni e ricomposizioni del fluido neutro, che si producono in ogni istante in tutti gli elementi della lunghezza dei due fili, determinino fra le loro particelle ponderabili forze capaci di vincere l'inerzia di queste particelle imprimendo ai due fili velocità inversamente proporzionali alle loro masse. Quando si parla dell'azione mutua di due correnti elettriche, si è sempre inteso parlare (e non potrebbe intendersi diversamente) dell'azione dei conduttori percorsi dalle correnti: i fisici che ammettono le molecole magnetiche agenti sugli elementi di un filo conduttore, in conformità alla legge proposta dal sig. Biot, ammettono senza dubbio anche che questa azione muova il filo unicamente perché la molecola magnetica è trattenuta dalle particelle ponderabili del magnete che costituiscono l'elemento magnetico a cui la molecola appartiene; è allora evidente che, supponendo che il magnete si muova a causa dell'azione della porzione di corrente elettrica che lo attraversa, si ammette necessariamente che il suo movimento risulti dall'azione mutua che si manifesta fra ognuna delle sue particelle attraversate dalla corrente e tutte le altre particelle dello stesso corpo.

piccola e quasi molecolare, si vede facilmente che si possono formare composizioni di tali aghi, che eserciterebbero forze trasversali. La sola difficoltà, ma senza dubbio grandissima, consiste nel combinare tali sistemi in modo che ne risultino, per le parti di un filo congiuntivo di dimensione sensibile, le stesse leggi di attrazioni trasversali che l'esperienza fa riscontrare e che noi abbiamo sopra esposte ». Certamente dall'azione di due sistemi di piccoli magneti, le cui molecole australi e boreali si attirano o si respingono in ragione inversa dei quadrati delle loro distanze, secondo le rette che le congiungono a due a due, possono risultare *azioni trasversali*, ma non *azioni che non siano uguali ed opposte alle reazioni dirette lungo le stesse rette*, come quelle che suppone il sig. Biot.

In una parola, il valore dell'azione di due elementi di fili conduttori, che io ho dedotto unicamente dall'esperienza, dipende dagli angoli che determinano la direzione rispettiva dei due elementi; anche secondo la legge proposta dal sig. Biot, la forza che si sviluppa fra un elemento di filo conduttore e una molecola magnetica dipende dall'angolo che determina la direzione dell'elemento. Io ho chiamato *elementare* la forza di cui ho determinato il valore, perché essa si esercita fra due elementi di fili conduttori e perché non è stata ancora ricondotta a forze più semplici; anche il sig. Biot ha chiamato *elementare* la forza che suppone fra una molecola magnetica ed un elemento del filo conduttore. Fin qui tutto è simile fra i due generi di forze; senonché per la forza che io ammetto come elementare, l'azione e la reazione sono opposte secondo la stessa retta (nulla impedisce del resto di supporre che essa risulti dalle attrazioni e dalle repulsioni inerenti alle molecole dei due fluidi elettrici, purché si immaginino queste molecole in movimento nei fili conduttori, per giustificare l'influenza della direzione degli elementi di questi fili sul valore della forza); il sig. Biot invece, ammettendo una forza per la quale l'azione e la reazione sono dirette in senso contrario non su una stessa retta, ma su rette parallele, e formano una coppia, si pone nell'impossibilità assoluta di ridurre questa forza ad attrazioni e repulsioni dirette secondo le rette che congiungono a due a due le molecole magnetiche,

come ammettono tutti i fisici che se ne sono serviti per spiegare l'azione mutua di due magneti. Sembra dunque evidente che proprio di questa ipotesi del sig. Biot (su forze rivolutive per cui l'azione e la reazione sono opposte non secondo la stessa retta) si dovrebbe dire quanto egli stesso dice (p. 771) a proposito dell'azione mutua di due elementi di fili conduttori, quale io l'ho determinata con le mie esperienze e con i calcoli che ne ho dedotto, ossia che una simile supposizione è *in primo luogo in sé stessa completamente al di fuori delle analogie che ci presentano tutte le altre leggi di attrazione*. Esiste forse un'ipotesi più contraria a tali analogie di quella che immagina forze tali che l'azione mutua di diverse parti di un sistema di forma invariabile possa mettere in movimento il sistema?

Senza per nulla allontanarmi da alcuna delle leggi che Newton ha considerato come le basi della teoria fisica dell'universo, dopo avere scoperto un gran numero di fatti che nessuno aveva osservato prima di me, ho determinato, con la sola esperienza e seguendo la via tracciata da questo sommo, dapprima le leggi dell'azione elettrodinamica, poi l'espressione analitica della forza che si sviluppa fra due elementi di fili conduttori ed infine ho dedotto da quella espressione tutte le conseguenze esposte in questa Memoria. Il sig. Biot, citando i nomi di una parte dei fisici che hanno osservato nuovi fatti o inventato strumenti che sono stati utili per la scienza, non ha parlato del mezzo con cui io sono giunto a rendere mobili porzioni di fili conduttori, sospendendoli su punte di acciaio in coppe piene di mercurio, mezzo senza il quale non si conoscerebbe nulla delle azioni esercitate su questi fili da altri conduttori o dal globo terrestre o dai magneti; neppure ha parlato degli apparecchi che io ho costruito per mettere in evidenza tutte le condizioni che si presentano in queste azioni e per determinare con precisione i casi di equilibrio da cui ho dedotto le leggi che governano tali azioni; né delle leggi stesse determinate dalle mie esperienze; né della formula che ho stabilito; né delle applicazioni che di questa formula ho fatto. Egli cita uno solo dei fatti che io ho per primo osservato: quello

dell'azione mutua di due fili conduttori; e lo cita per darne la spiegazione che era stata in principio proposta da alcuni fisici stranieri, in un'epoca nella quale non erano ancora state fatte le esperienze che ormai da molto tempo hanno dimostrato che tale spiegazione è completamente inammissibile. Questa spiegazione consiste, come è noto, nel supporre che due fili conduttori agiscano l'uno sull'altro come lo farebbero ad opera dell'azione mutua di aghi magnetizzati infinitamente piccoli, tangenti alle sezioni circolari che si possono fare in tutta la lunghezza dei fili (supposti circolari); il complesso dei piccoli aghi di una stessa sezione formerebbe così un anello magnetizzato, simile a quello che è servito ai signori Gay-Lussac [87] e Velter [88] per fare, nel 1820, un'esperienza decisiva per tale spiegazione. Come si sa, questa esperienza ha dimostrato che un simile anello non esercita assolutamente alcuna azione finché costituisce una circonferenza intera, nonostante che esso sia talmente magnetizzato che, se fabbricato con acciaio atto a conservare, quando lo si rompa, tutto il suo magnetismo, si trova, spezzandolo, che tutti i suoi pezzi sono fortissimamente magnetizzati [89].

Sir H. Davy [90] e il sig. Erman [91] hanno ottenuto il medesimo risultato con un anello di acciaio di forma qualsiasi. Del resto ciò è una conseguenza necessaria sia della teoria dei fluidi magnetici, sia della mia, come è facile convincersi per mezzo di un calcolo in tutto simile a quello con il quale io ho dimostrato, nella presente Memoria, che l'azione di un solenoide formante curva chiusa è nulla; questo in conformità di quanto il sig. Savary [92] ha trovato per primo mediante un calcolo che non differisce essenzialmente dal mio e che

[87] Per Gay-Lussac vedi nota 6, p. 126.

[88] Joseph Welter, chimico francese, nato e morto a Valenciennes (1763-1852). Collaboratore di Gay-Lussac.

[89] Vedi la nota 3, p. 229.

[90] Per Davy vedi nota 2, p. 126.

[91] Per Erman vedi nota 67, p. 361.

[92] Vedi nota 1, p. 229.

si può vedere, sia nell'appendice aggiunta alla *Mémoire sur l'application du calcul aux phénomènes électrodynamiques*, pubblicata nel 1823, sia nel *Journal de Physique*, tomo XCVI, pp. 295 segg. Riproponendo la suddetta spiegazione, il sig. Biot ha dimostrato di non conoscere né l'esperienza dei signori Gay-Lussac e Velter, né il calcolo del sig. Savary.

Inoltre i piccoli aghi tangenti alle circonferenze delle sezioni dei fili conduttori sono considerati dal sig. Biot come le particelle stesse della superficie del filo conduttore magnetizzate dalla corrente elettrica che separerebbe in queste particelle il fluido australe dal fluido boreale, dirigendole in senso contrario, senza che le molecole di questi fluidi possano uscire dalle particelle del filo nel quale si trovavano dapprima riunite in fluido neutro. Cosicché, quando la corrente si sia stabilita da un po' di tempo nel fluido e si mantenga indefinitamente, la distribuzione delle molecole magnetiche nei fili conduttori non potrebbe più cambiare; avverrebbe cioè come se in questi fili vi fosse una gran quantità di punti determinati che non mutassero posizione finché la corrente si mantenesse con la stessa intensità e dai quali emanassero forze attrattive e repulsive dovute alle molecole magnetiche e per conseguenza inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze.

Nello stesso modo due fili conduttori agirebbero l'uno sull'altro soltanto in virtù di forze espresse da una funzione delle distanze fra punti fissi in uno dei fili e altri punti, parimenti fissi, sull'altro filo; ma allora uno dei fili, supposto immobile, dovrebbe necessariamente condurre l'altro nella posizione di equilibrio, nella quale l'integrale delle forze vive, che si ottiene sempre in funzione delle coordinate dei punti del filo mobile quando le forze siano funzioni delle distanze, raggiunga il suo valore massimo. Simili forze non potrebbero mai generare un moto di rotazione, la cui velocità vada sempre aumentando nello stesso senso fino a diventare costante a causa degli attriti o delle resistenze del liquido in cui devono essere immersi i conduttori mobili per mantenere le comunicazioni. Ora, io ho ottenuto questo

moto di rotazione facendo agire un conduttore a spira, formante quasi un cerchio, su un filo rettilineo, ruotante intorno ad una delle sue estremità, poste al centro del cerchio, mentre l'altra estremità si trovava molto vicina al conduttore a spira.

Questa esperienza, nella quale il movimento è rapidissimo e può durare parecchie ore, quando si adoperi una pila sufficientemente forte, è in manifesta contraddizione con il punto di vista del sig. Biot. Essa non è in contraddizione con l'opinione secondo la quale l'azione di due fili conduttori risulta dalle forze attrattive e repulsive inerenti alle molecole dei due fluidi elettrici, per il fatto che queste molecole non rimangono, come quelle che si suppone compongano i due fluidi magnetici, circoscritte entro spazi piccolissimi ove la loro distribuzione è determinata da una causa permanente, ma invece percorrono tutta la lunghezza di ogni filo con un succedersi di composizioni e di decomposizioni, a intervalli brevissimi; donde possono risultare, come già ho osservato, movimenti sempre continui nello stesso senso, che sarebbero incompatibili con la supposizione che i punti da cui emanano le forze attrattive e repulsive non cambino posizione nei fili.

Infine il sig. Biot ripete nella terza edizione del suo *Traité élémentaire de physique* (tomo II, p. 773) quanto aveva già detto nella Nota, pubblicata negli *Annales de chimie et de physique*, sulle prime esperienze relative all'argomento di cui ci occupiamo, che egli ha fatto con il sig. Savart, sostenendo che, quando un elemento di filo congiuntivo finissimo e indefinito agisce su una molecola magnetica, « la natura della sua azione è la stessa di quella di un ago magnetizzato che fosse posto sul contorno del filo in un senso determinato e sempre costante rispetto alle direzioni della corrente voltaica ». Ma l'azione di questo ago su una molecola magnetica è diretta secondo la stessa retta secondo la quale è diretta la reazione della molecola sull'ago; è facile d'altronde vedere che la forza che ne risulta è in ragione inversa del cubo, e non del quadrato, della distanza, come lo stesso sig. Biot ha trovato per quella dell'elemento del filo.

23. *Identità dell'azione mutua di due circuiti voltaici chiusi e di quella di due sistemi, composti ciascuno di due superfici vicinissime limitate dal circuito corrispondente ad ogni sistema, sulle quali siano distribuiti, in riposo, i due fluidi magnetici australe e boreale, in modo che l'intensità magnetica sia uguale in ogni punto.*

Mi rimane ora da estendere all'azione mutua di due circuiti chiusi, di grandezza e forma qualsiasi, le considerazioni relative alle superfici limitate da questi circuiti, i punti delle quali agiscono come le cosiddette molecole di fluido australe e di fluido boreale, considerazioni che ho precedentemente applicato all'azione mutua di un circuito chiuso qualunque e di un elemento di filo conduttore. Ho trovato che l'azione dell'elemento $d^2\sigma'$ sulle due superfici limitate dal contorno s è espressa dalle tre forze

$$\mu g\varepsilon' d^2\sigma' \frac{u^2 d\varphi}{r^3}, \quad \mu g\varepsilon' d^2\sigma' \frac{v^2 d\chi}{r^3}, \quad \mu g\varepsilon' d^2\sigma' \frac{w^2 d\psi}{r^3},$$

applicate ad ognuno degli elementi ds del contorno; farò ora, rispetto al circuito s', quanto ho fatto allora riguardo al circuito s. A tale scopo immaginiamo un'altra superficie, limitata da ogni parte, analogamente alla superficie σ', dalla curva chiusa s' e tale che le porzioni delle normali alla superficie σ' comprese fra questa e la nuova superficie siano dappertutto piccolissime. Supponiamo che sulla nuova superficie vi sia fluido di specie contraria a quello della superficie σ', in modo che vi siano uguali quantità dei due fluidi nelle parti corrispondenti delle due superfici. Indichiamo con ξ', η', ζ' gli angoli che la normale al punto m', di coordinate x', y', z', forma con i tre assi, e con h' la piccola porzione di questa normale compresa fra le due superfici; potremo, come abbiamo fatto per l'elemento $d^2\sigma'$, ridurre l'azione dell'elemento della nuova superficie, rappresentato da $d^2\sigma'$, sul complesso delle due superfici limitate dal contorno s, a forze applicate, come abbiamo visto alla p. 391, ai diversi elementi del contorno; quella relativa all'elemento ds

e parallela alle x si otterrà sostituendo nell'espressione che abbiamo già trovato per tale forza

$$\mu g\varepsilon' d^2\sigma' \frac{u^2 d\varphi}{r^3}$$

o

$$-\mu g\varepsilon' d^2\sigma' \frac{(y'-y)\,dz-(z'-z)\,dy}{r^3}$$

le nuove coordinate $x'+h'\cos\xi', y'+h'\cos\eta', z'+h'\cos\zeta'$, al posto di x', y', z'. Poiché le forze così ottenute agiscono in senso contrario alle prime, bisogna sottrarle; il che si riduce, quando nel calcolo si trascurino le potenze di h superiori alla prima, a differenziare

$$-\mu g\varepsilon' d^2\sigma' \frac{(y'-y)\,dz-(z'-z)\,dy}{r^3},$$

facendo variare x', y', z', sostituendo $\delta x', \delta y', \delta z'$ con $h'\cos\xi'$, $h'\cos\eta'$, $h'\cos\zeta'$, e cambiando il segno del risultato, mentre x, y, z e dx, dy, dz devono essere considerate come costanti, dato che appartengono all'elemento ds.

La formula, nella quale si deve sostituire $h'\cos\xi'$, $h'\cos\eta'$, $h'\cos\zeta'$ a $\delta x'$, $\delta y'$, $\delta z'$, è

$$\mu g\varepsilon'\left(dz\,d^2\sigma'\delta'\frac{y'-y}{r^3}-dy\,d^2\sigma'\delta'\frac{z'-z}{r^3}\right);$$

dopo la sostituzione, deve essere integrata in tutta l'estensione della superficie σ' per avere l'azione totale esercitata da questa superficie e da quella che le è unita sul sistema delle due superfici limitate dal contorno s. Si può fare questa doppia integrazione separatamente su ciascuno dei due termini, di cui l'espressione è composta. Eseguiamo dapprima quella relativa al primo termine

$$\mu g\varepsilon' dz\,d^2\sigma'\delta'\frac{y'-y}{r^3}.$$

Per fare questo, scomponiamo la superficie σ' in una infinità di zone infinitamente strette, per mezzo di una serie di piani perpendicolari al piano delle xz, condotti per le

coordinate y del punto di mezzo o dell'elemento ds. Prenderemo su una di queste zone, per $d^2\sigma'$ l'elemento della superficie σ' che ha per espressione

$$\frac{v\,d'v\,d'\chi}{\cos\eta'};$$

dovremo integrare la quantità

$$\mu g\varepsilon' dz\frac{v\,d'v\,d'\chi}{\cos\eta'}\delta'\frac{y'-y}{r^3},$$

che, mediante una trasformazione analoga a quella che abbiamo usato a suo tempo rispetto a

$$d^2\sigma=\frac{u\,du\,d\varphi}{\cos\xi},$$

si trasformerà in

$$-\mu g\,dz\,h'\varepsilon'\,d'\chi\,d'\frac{v^2}{r^3}.$$

Supponendo, analogamente a quanto abbiamo fatto per la superficie σ, che le quantità h', ε' varino insieme in modo che il loro prodotto mantenga un valore costante g', si integrerà l'ultima espressione, supponendo l'angolo χ costante in tutta la lunghezza della zona racchiusa, sulla superficie σ', fra i due piani che comprendono l'angolo $d'\chi$ da un bordo all'altro del contorno s'. Questa prima integrazione si effettua immediatamente e dà

$$-\mu gg'\,dz\,d'\chi\left(\frac{v_2^2}{r_2^3}-\frac{v_1^2}{r_1^3}\right),$$

ove r_1, v_1 e r_2, v_2 rappresentano i valori di r e di v per i due bordi del contorno s'. Le due parti di questa espressione debbono ora essere integrate rispetto a χ, rispettivamente nelle due porzioni del contorno s' determinate dai due piani tangenti a questo contorno condotti per l'ordinata y dell'elemento ds; secondo l'osservazione che abbiamo fatto alle pp. 389-390, riguardo al valore della forza paral-

lela alle x nel calcolo relativo alle due superfici limitate dal contorno s, è facile vedere che si ha qui

$$-\mu gg'\,\mathrm{d}z\int\frac{v^2\mathrm{d}'\chi}{r^3},$$

prendendo questo integrale in tutta l'estensione del contorno chiuso s'; le variabili r, v, χ si riferiscono ora soltanto a questo contorno.

Nello stesso modo si farà la doppia integrazione, in tutta l'estensione della superficie σ', dell'altro termine che è uguale a

$$-\mu g\varepsilon'\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}^2\sigma'\delta'\,\frac{z'-z}{r^3}.$$

A tale scopo si dovrà dividere questa superficie in una infinità di zone, per mezzo di piani condotti per le coordinate z del punto di mezzo dell'elemento $\mathrm{d}s$, e prendere, su una di queste zone, come $\mathrm{d}^2\sigma'$, l'area infinitamente piccola che ha per espressione $\dfrac{w\mathrm{d}'w\mathrm{d}'\psi}{\cos\zeta'}$. La formula, dopo essere stata trasformata come la precedente, si integrerà dapprima in tutta la lunghezza della zona; l'integrale conterrà allora soltanto quantità relative al contorno s'. La seconda integrazione, fatta rispetto a ψ nell'estensione del contorno chiuso s', darà

$$\mu gg'\,\mathrm{d}y\int\frac{w^2\mathrm{d}'\psi}{r^3}.$$

Infine, riunendo i due risultati ottenuti da queste doppie integrazioni, si avrà

$$\mu gg'\left(\mathrm{d}y\int\frac{w^2\mathrm{d}'\psi}{r^3}-\mathrm{d}z\int\frac{v^2\mathrm{d}'\chi}{r^3}\right)$$

come valore della forza parallela alle x, la cui direzione passa per il punto di mezzo dell'elemento $\mathrm{d}s$ e che proviene dall'azione esercitata dalle due superfici limitate dal contorno s' su quelle limitate dal contorno s.

Analogamente si avranno, parallelamente agli altri due assi, le forze

$$\mu gg'\left(\mathrm{d}z\int\frac{u^2\mathrm{d}'\varphi}{r^3}-\mathrm{d}x\int\frac{w^2\mathrm{d}'\psi}{r^3}\right),$$
$$\mu gg'\left(\mathrm{d}x\int\frac{v^2\mathrm{d}'\chi}{r^3}-\mathrm{d}y\int\frac{u^2\mathrm{d}'\varphi}{r^3}\right).$$

In tal modo, supponendo applicate ad ogni elemento $\mathrm{d}s$ del contorno s le forze che abbiamo ora determinato, si avrà l'azione che risulta dalle attrazioni e repulsioni dei due fluidi magnetici, distribuiti, in riposo, sui due sistemi di superfici limitate dai due contorni s, s'.

Le suddette forze applicate agli elementi $\mathrm{d}s$ differiscono soltanto per il segno da quelle che abbiamo ottenuto a p. 384, per l'azione dei due circuiti s, s' supposti percorsi dalle correnti elettriche, purché si abbia $\mu gg'=\frac{1}{2}ii'$. Questa differenza proviene dal fatto che nel calcolo che ci ha dato quelle forze i differenziali $\mathrm{d}'\varphi$, $\mathrm{d}'\chi$, $\mathrm{d}'\psi$, sono stati supposti dello stesso segno dei differenziali $\mathrm{d}\varphi$, $\mathrm{d}\chi$, $\mathrm{d}\psi$, mentre devono essere presi con segni contrari quando le due correnti si muovono nello stesso senso; così facendo, le forze prodotte dall'azione mutua di queste correnti sono esattamente uguali a quelle che risultano dall'azione delle due superfici σ' sulle due superfici σ; rimane così completamente dimostrato che l'azione mutua di due circuiti solidi e chiusi, percorsi da correnti elettriche, può essere sostituita da quella di due sistemi, composti ciascuno di superfici aventi come contorni questi due circuiti, sulle quali siano fissate molecole di fluido australe e di fluido boreale, che si attirano e si respingono secondo le rette che le congiungono, in ragione inversa dei quadrati delle distanze.

24. *Impossibilità di produrre un moto indefinitamente accelerato per mezzo dell'azione mutua di due circuiti voltaici solidi e chiusi, e di conseguenza per mezzo di due sistemi qualunque di circuiti di tale natura.*

Dalla combinazione del suddetto risultato con la conseguenza rigorosa del principio generale della conservazione delle forze vive, più volte richiamata nel presente lavoro, secondo la quale tutte le azioni rapportabili a forze che siano funzioni delle distanze, esercitantesi fra punti materiali che costituiscano due sistemi solidi, l'uno fisso e l'altro mobile, non possono mai generare un movimento che continui indefinitamente, nonostante le resistenze e gli attriti cui è soggetto il sistema mobile, dedurremo, come già abbiamo fatto quando si trattava di un magnete e di un circuito voltaico solido e chiuso, che tale genere di movimento non può mai risultare dall'*azione mutua di due circuiti solidi e chiusi.*

Invece di sostituire a ciascun circuito due superfici vicinissime ricoperte l'una di fluido australe e l'altra di fluido boreale, distribuiti come abbiamo spiegato a suo tempo, si potrebbe sostituire ciascun circuito con una sola superficie sulla quale siano uniformemente distribuiti elementi magnetici, quali sono stati definiti dal sig. Poisson, nella Memoria letta all'Académie des Sciences il 2 febbraio 1824.

L'autore di questa Memoria, calcolando le formule mediante le quali egli ha fatto rientrare nel campo dell'analisi tutti i problemi relativi alla magnetizzazione dei corpi, qualunque sia la causa a cui si attribuiscano, ha dato [a] i valori delle tre forze esercitate da un elemento magnetico su una molecola di fluido australe o boreale; questi valori sono identici a quelli che io ho dedotto dalla mia formula per le tre quantità A, B, C, nel caso di un circuito piccolissimo chiuso e piano, quando si supponga che i coefficienti costanti siano uguali. È facile da ciò stabilire un teorema secondo il quale si vede immediatamente:

1) che l'azione di un solenoide elettrodinamico, calcolata secondo la mia formula, è, in tutti i casi, uguale a quella di una serie di elementi magnetici di pari intensità, distribuiti uniformemente lungo la linea retta o curva che è circondata da tutti i piccoli circuiti del solenoide, dando

a. Mémoire sur la théorie du magnetisme, del sig. Poisson, p. 22.

in ogni suo punto, agli assi degli elementi, la stessa direzione di questa linea;

2) che l'azione di un circuito voltaico solido e chiuso, calcolata pure secondo la mia formula, è precisamente quella che eserciterebbero elementi magnetici di uguale intensità, distribuiti uniformemente su una superficie qualunque limitata da questo circuito, quando gli assi degli elementi magnetici fossero dappertutto normali alla superficie.

Lo stesso teorema porta anche alla seguente conseguenza.

Si immagini una superficie racchiudente da ogni parte uno spazio piccolissimo; si supponga, in un caso, che su questa superficie siano poste molecole di fluido australe e di fluido boreale distribuite in quantità uguali (come lo dovrebbero essere per costituire l'elemento magnetico considerato dal sig. Poisson) e, in un altro caso, che la stessa superficie sia ricoperta di correnti elettriche, formanti su di essa piccoli circuiti chiusi in piani paralleli ed equidistanti, e si immagini di calcolare in questo caso l'azione di tali correnti secondo la mia formula; le forze esercitate sia su un elemento di filo conduttore, sia su una molecola magnetica, sono perfettamente uguali nei due casi, indipendenti dalla forma della piccola superficie e proporzionali al volume che questa racchiude, e gli assi degli elementi magnetici sono rappresentati dalla retta perpendicolare ai piani dei circuiti.

Dimostrata l'identità di queste forze, tutti i risultati che io ho esposto nel presente trattato sulla possibilità di sostituire ai magneti, senza cambiare gli effetti prodotti, sistemi di correnti elettriche formanti circuiti chiusi intorno alle loro particelle, ne possono essere considerati dei semplici corollari. Ritengo sarà facile al lettore dedurre dai calcoli precedenti questa conseguenza e il teorema su cui si fonda. D'altronde io ho sviluppato tutto ciò in un altro scritto [93], nel quale ho discusso contemporaneamente, sotto questo

[93] È la lettera, riguardante diversi fenomeni elettrodinamici, che Ampère inviò al dott. Gherardi in data 16 agosto 1825 alla quale abbiamo accennato nel corsivo premesso a questa parte.

nuovo punto di vista, quanto si riferisce all'azione mutua di un magnete e di un conduttore voltaico.

25. *Esperienza che porta una definitiva conferma alla teoria secondo la quale si attribuiscono a correnti elettriche le proprietà dei magneti, dimostrando che un filo conduttore, foggiato a spira o ad elica, percorso dalla corrente voltaica, subisce da un disco metallico in movimento un'azione del tutto simile a quella che il sig. Arago ha scoperto fra questo disco e un magnete.*

Mentre io stavo redigendo queste note, il sig. Arago [94] ha scoperto un nuovo genere di azione esercitata sui magneti. Questa scoperta, tanto importante quanto inattesa, consiste nell'azione mutua che si manifesta fra un magnete e un disco o un anello di una sostanza qualsiasi [95], la cui posizione relativa cambi continuamente. Il sig. Arago, avendo avuto l'idea che si sarebbe potuto, in questa esperienza, sostituire alla sbarretta magnetizzata un conduttore piegato ad elica, mi invitò a verificare tale supposizione per mezzo di un'esperienza sul cui successo non si poteva dubitare. I difetti dell'apparecchio con il quale ho tentato di provare

[94] È la famosa esperienza del disco di Arago, che non è stata rettamente interpretata né dallo stesso Arago né da Ampère, poiché essi non conoscevano l'induzione elettromagnetica: ancora una volta questi fisici ebbero ad osservare un fenomeno di induzione senza rendersene conto. È noto infatti che la mutua azione verificata da Arago è dovuta alle correnti che vengono indotte nella massa metallica del disco a causa della variazione di flusso conseguente al fatto che la sua « posizione relativa [rispetto al magnete] cambia continuamente ». È questo il principio sul quale si fondano i motori a induzione e i contatori a induzione, nonché altri apparecchi del genere. In realtà Ampère era talmente preso dall'idea di dimostrare l'identità dell'effetto del solenoide e del magnete che non si è preoccupato di cercare la spiegazione del nuovo fenomeno del disco di Arago. Fu poi Faraday a ritenere queste azioni come dovute a correnti elettriche indotte nel disco: egli fece una controprova facendo ruotare un disco conduttore fra i poli di un magnete; appoggiando sul disco due spazzoline collegate a un galvanometro vide la deviazione dell'indice di questo.

[95] Evidentemente qui Ampère intende dire « una qualsiasi sostanza *conduttrice* ».

l'esistenza di questa azione nelle esperienze che feci con il sig. Arago, ci impedirono di ottenere un risultato decisivo; ma, essendosi il sig. Colladon [96] voluto incaricare di disporre più convenientemente l'apparecchio di cui ci eravamo serviti, io ho verificato con lui, nel modo più completo, oggi 30 agosto 1826, l'idea del sig. Arago, usando una doppia elica cortissima con spire di circa due pollici di diametro.

Questa esperienza completa l'identità degli effetti prodotti dai magneti e dai sistemi di circuiti solidi e chiusi [a];

a. A prima vista potrebbe sembrare che questa identità debba valere soltanto per circuiti voltaici chiusi di diametro piccolissimo; ma è facile vedere che essa si ha pure per circuiti di grandezza qualsiasi, poiché abbiamo visto che questi ultimi possono essere sostituiti da elementi magnetici distribuiti uniformemente su superfici limitate da questi circuiti e si può moltiplicare a piacere il numero delle superfici che uno stesso circuito circoscrive. Il complesso di queste superfici può essere considerato come un fascio di magneti equivalenti al circuito. La stessa considerazione prova che, senza cambiare nulla nelle forze che ne risultano, è sempre possibile sostituire le piccolissime correnti elettriche che circondano le particelle di una sbarretta magnetizzata con correnti elettriche di grandezza finita, formanti circuiti chiusi intorno all'asse della sbarretta quando le correnti delle particelle sono distribuite simmetricamente intorno a tale asse. A tale scopo basta immaginare nella sbarretta delle superfici, terminanti alla superficie del magnete, le quali taglino dappertutto ad angolo retto le linee di magnetizzazione e passino per gli elementi magnetici che si possono sempre supporre esistenti nei punti di incontro delle linee di magnetizzazione con le superfici. In questa ipotesi, se tutti gli elementi di una stessa superficie avessero uguali intensità per aree uguali, essi potrebbero essere sostituiti da una sola corrente che percorra la curva formata dall'intersezione di questa superficie e di quella del magnete; se essi variassero di intensità dalla superficie all'asse del magnete, bisognerebbe anzitutto sostituire loro una corrente in detta intersezione, tale che sia commisurata all'intensità *minima* delle correnti particellari della superficie normale alle linee di magnetizzazione che si considerano, poi, ad ogni linea circoscrivente le porzioni di questa superficie nelle quali le piccole correnti diventano più intense, si dovrebbe immaginare un'altra corrente

[96] Daniel Colladon, assistente di Ampère.

essa conclude la dimostrazione del fatto che la serie di scomposizioni e ricomposizioni del fluido neutro, che costituisce la corrente elettrica, è sufficiente per produrre, in questo caso come in tutti gli altri, gli effetti che di solito vengono spiegati mediante l'azione di due fluidi diversi dall'elettricità, indicati con i nomi di *fluido australe* e di *fluido boreale*.

26. *Conseguenze generali delle esperienze e dei calcoli relativi ai fenomeni elettrodinamici.*

Dopo avere lungamente riflettuto su tutti questi fenomeni e sull'ingegnosa spiegazione che il sig. Poisson ha recentemente dato sul nuovo genere di azione scoperto dal sig. Arago, mi sembra che, allo stato attuale della scienza,

concentrica alla precedente e proporzionata alla differenza di intensità delle correnti adiacenti, le une fuori e le altre dentro la suddetta linea; se l'intensità delle correnti particellari andasse diminuendo dalla superficie all'asse della sbarretta, bisognerebbe immaginare, sulla linea di separazione, una corrente concentrica alla precedente ma diretta in senso contrario; infine un aumento di intensità che seguisse a questa diminuzione richiederebbe una nuova corrente diretta come la prima.

Del resto, faccio qui questa osservazione soltanto per non omettere una conseguenza notevole dei risultati ottenuti in questa Memoria e non per dedurne un altro argomento a favore della supposizione che le correnti elettriche dei magneti formino circuiti chiusi intorno ai loro assi. Dopo essere stato incerto fra questa supposizione e l'altro modo di concepire queste correnti considerandole come circondanti le particelle dei magneti, ho, dopo molto tempo, riconosciuto che quest'ultimo è più aderente all'insieme dei fatti e non ho più cambiato opinione a tale riguardo.

D'altronde la suddetta conseguenza è utile perché rende la similitudine tra le azioni prodotte da un'elica elettrodinamica e quelle prodotte da un magnete così completa, dal punto di vista teorico, che la si ritrova consultando l'esperienza e perché giustifica le spiegazioni nelle quali si sostituisce, come ho fatto io in quella che ho dato sopra per il moto di rivoluzione di un magnete galleggiante, un solo circuito chiuso al magnete che si considera.

si possano ammettere, come maggiormente probabili, le seguenti proposizioni:

1) pur senza ritenersi autorizzati a rifiutare le spiegazioni fondate sulla reazione dell'etere, messo in movimento dalle correnti elettriche, nulla tuttavia obbliga finora a farvi ricorso;

2) le molecole dei due fluidi elettrici, che sono distribuite nei corpi conduttori sulla superficie e nei corpi non conduttori o sulla superficie o internamente ad essi, e che restano ferme nei punti ove si trovano, nel primo caso perché sono in equilibrio, nel secondo perché trattenute dalla forza coercitiva dei corpi non conduttori, producono, con le loro attrazioni e repulsioni inversamente proporzionali ai quadrati delle distanze, tutti i fenomeni dell'elettricità ordinaria [97];

3) quando invece quelle stesse molecole sono in movimento nei fili conduttori, riunendosi in fluido neutro e separandosi continuamente in ogni istante, dalla loro azione mutua risultano forze che dipendono in primo luogo dalla durata degli intervalli brevissimi intercorrenti fra due riunioni e due separazioni consecutive, e in secondo luogo dalle direzioni secondo le quali avvengono alternativamente le composizioni e scomposizioni del fluido neutro. Le forze così prodotte restano costanti dal momento in cui questo stato dinamico dei fluidi elettrici nei fili conduttori diviene permanente; sono queste forze che producono tutti i fenomeni di attrazione e repulsione che io ho scoperto fra questi fili [98];

4) l'azione fra la Terra e i conduttori voltaici, della quale io stesso ho svelata l'esistenza [99], non permette di dubitare che nell'interno del nostro globo non vi siano correnti simili a quelle dei fili conduttori. Si potrebbe presumere che tali correnti siano la cagione del calore proprio dell'interno della Terra; inoltre che esse si manifestino principalmente

[97] I fenomeni elettrostatici.
[98] I fenomeni elettrodinamici.
[99] Vedi parte prima di questa Sezione, art. primo, § II.

ove lo strato ossidato che la circonda da ogni parte poggia su un nucleo metallico, in conformità della spiegazione che Sir H. Davy ha dato dei vulcani, e che magnetizzino i minerali metallici ed i corpi che si trovano in condizioni adatte per subire l'azione elettrodinamica della Terra. Tuttavia dalla identità di effetti spiegata nella nota precedente, non si hanno né si potrebbero avere prove irrefutabili che le correnti terrestri si manifestino soltanto intorno alle particelle del globo;

5) lo stesso stato elettrodinamico permanente, consistente in una successione di scomposizioni e ricomposizioni del fluido neutro, che si ha nei fili conduttori, esiste intorno alle particelle dei corpi magnetizzati e vi produce azioni simili a quelle che esercitano quei fili;

6) calcolando tali azioni con la formula che rappresenta l'azione di due elementi di correnti voltaiche, si trovano proprio, per le forze che ne risultano sia quando un magnete agisce su un filo conduttore, sia quando due magneti agiscono l'uno sull'altro, nel primo caso i valori che dànno le recenti esperienze del sig. Biot, e nel secondo quelli di Coulomb;

7) cotesta identità, puramente matematica, conferma nel modo più completo l'opinione, fondata d'altronde sul complesso dei fatti, secondo cui le proprietà dei magneti sono realmente dovute al movimento continuo dei due fluidi elettrici intorno alle particelle dei magneti [100];

8) quando l'azione di un magnete, o quella di un filo conduttore, stabilisce questo movimento intorno alle particelle di un corpo, le molecole di elettricità positiva e di elettricità negativa, che si devono costituire nello stato elettrodinamico permanente, da cui risultano le azioni che il corpo esercita su un filo conduttore o su un corpo magnetizzato, giungono a questo stato in un tempo sempre brevissimo, ma mai nullo; la durata di questo tempo dipende in generale dalla resistenza che il corpo oppone

[100] Si veda la spiegazione moderna, molto vicina a quella di Ampère, nella *Introduzione*.

allo spostamento dei fluidi elettrici che esso contiene. Durante questo spostamento, sia prima di giungere a uno stato di moto permanente, sia quando questo stato cessa, le molecole elettriche debbono esercitare delle forze che probabilmente sono quelle che producono i singolari effetti scoperti dal sig. Arago. Del resto questa spiegazione non è altro che quella del sig. Poisson, applicata alla mia teoria; infatti, poiché una corrente elettrica formante un piccolissimo circuito chiuso agisce esattamente come due molecole, l'una di fluido australe, l'altra di fluido boreale, poste sul suo asse da una parte e dall'altra del piano della piccola corrente, a distanze da questo piano uguali tra loro, ma tanto più grandi quanto maggiore è l'intensità della corrente elettrica, si devono necessariamente trovare, per le forze che si sviluppano, gli stessi valori, sia quando si supponga che la corrente si stabilisca o cessi gradualmente, sia quando si immagini che le molecole magnetiche, prima riunite in fluido neutro, si separino, allontanandosi successivamente a distanze via via più grandi e poi riavvicinandosi per riunirsi nuovamente.

Terminando questa Memoria, ritengo opportuno far osservare che non ho ancora avuto il tempo di far costruire gli apparecchi rappresentati nella fig. 4 e nella fig. 20. Perciò le esperienze alle quali sono destinati non sono ancora state fatte; ma, pur avendo queste esperienze soltanto lo scopo di verificare risultati già ottenuti per altra via, può essere utile farle come controprova di quelle che hanno fornito detti risultati, per cui non ho ritenuto di doverne omettere la descrizione.

NOTE

CONTENENTI ALCUNI NUOVISSIMI SVILUPPI SU ARGOMENTI TRATTATI NEL PRESENTE LAVORO.

I. *Sul modo di dimostrare, per mezzo dei quattro casi di equilibrio esposti all'inizio di questa Memoria, che il valore dell'azione mutua di due fili conduttori è*

$$-\frac{2\,ii'}{\sqrt{r}}\cdot\frac{ds\,ds'}{d^2r}\,ds\,ds'\,.$$

Seguendo l'ordine delle trasformazioni che ho fatto via via subire a questo valore, si trova dapprima, in virtù dei due primi casi di equilibrio, che tale valore è

$$\frac{ii'\,(\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\vartheta'\cos\omega+k\cos\vartheta\cos\vartheta')\,ds\,ds'}{r^n}\,.$$

Dal terzo caso di equilibrio si deduce fra n e k la relazione $n+2k=1$, e dal quarto $n=2$, da cui $k=-\frac{1}{2}$; questo quarto caso di equilibrio è perciò quello che serve in ultima analisi alla determinazione del valore della forza che si sviluppa fra due elementi di fili conduttori. Si può però seguire un'altra via, partendo da una considerazione di cui si è servito il sig. Laplace[1], quando, dalle prime esperienze del sig. Biot sull'azione mutua di un magnete e di un conduttore rettilineo indefinito, ha dedotto che l'azione esercitata da un elemento di questo filo su un polo del magnete è inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza, qualora vari solo il valore di questa distanza e rimanga invariato l'angolo compreso fra la retta che la misura e la direzione dell'elemento. Applicando questa considerazione all'azione mutua di due elementi di fili conduttori, è facile vedere, indipendentemente da ogni ricerca preliminare sul valore della forza che ne risulta, che tale forza è anch'essa inversamente proporzionale al quadrato della distanza quando sia questa sola a variare e gli angoli che determinano la posizione relativa dei due elementi non subiscano cambiamenti. Invero, seguendo le considerazioni esposte all'inizio della presente Memoria, la forza di cui qui si tratta è necessariamente diretta secondo la retta r ed ha come valore

$$ii'f\,(r,\vartheta,\vartheta',\omega)\,ds\,ds'\,;$$

donde consegue che, chiamando α, β, γ gli angoli che questa retta forma con i tre assi, le tre componenti della forza saranno espresse da

$$ii'f\,(r,\vartheta,\vartheta',\omega)\cos\alpha\,dsds'\,,\quad ii'f\,(r,\vartheta,\vartheta',\omega)\cos\beta\,dsds'\,,$$
$$ii'f\,(r,\vartheta,\vartheta',\omega)\cos\gamma\,dsds'\,,$$

[1] Ecco, secondo il riassunto del Joubert, il ragionamento di Laplace: consideriamo due correnti rettilinee indefinite, parallele e della stessa intensità, situate a distanze a e a' dal polo magnetico, e su queste correnti due elementi ds e ds' compresi fra due raggi vettori infinitamente vicini partenti dal polo; chiamando r e r' le distanze dei due elementi dal polo, si ha evidentemente

$$\frac{ds}{ds'}=\frac{r}{r'}=\frac{a}{a'}\,;$$

le azioni esercitate dai due elementi sono proporzionali alle loro lunghezze, a una stessa funzione della distanza e a una stessa funzione dell'inclinazione; essendo quest'ultima la stessa per i due elementi ds e ds', si ha, fra le azioni $d\varphi$ e $d\varphi'$ che questi esercitano, la relazione

$$\frac{d\varphi}{d\varphi'}=\frac{ds f\,(r)}{ds' f\,(r')}\,.$$

È evidente che la legge di Biot (vedi nota 3, p. 229) sarà soddisfatta se si ha

$$\frac{d\varphi}{d\varphi'}=\frac{r'}{r}\,,$$

il che dà

$$\frac{f\,(r)}{f\,(r')}=\frac{r'^2}{r^2}$$

qualunque sia la funzione dell'inclinazione.

e le tre forze parallele ai tre assi, che risultano fra due circuiti, saranno espresse dagli integrali doppi di queste espressioni, tenendo i e i' costanti.

Ora, dal quarto caso di equilibrio, sostituendo i tre cerchi con curve qualsiasi simili fra loro, aventi le dimensioni omologhe in progressione geometrica continua, si deduce che queste tre forze hanno valori uguali nei due sistemi simili; quindi bisogna, secondo l'osservazione del sig. Laplace che ho testé rammentato, che gli integrali che le esprimono abbiano dimensione nulla rispetto a tutte le linee che vi entrano e che per conseguenza lo stesso avvenga per i differenziali di cui si compongono, comprendendo ds e ds' fra le linee che vi entrano, poiché il numero di questi differenziali, quantunque infinito di secondo ordine, deve essere considerato uguale nei due sistemi.

Ora il prodotto $dsds'$ è di due dimensioni: quindi $f(r, \vartheta, \vartheta', \omega)\cos\alpha$, $f(r, \vartheta, \vartheta', \omega)\cos\beta$, $f(r, \vartheta, \vartheta', \omega)\cos\gamma$ devono avere dimensione -2; poiché gli angoli ϑ, ϑ', ω, α, β, γ sono espressi con numeri che non entrano affatto nelle dimensioni dei valori dei differenziali e poiché $f(r, \vartheta, \vartheta', \omega)$ contiene soltanto il segmento r, tale funzione deve necessariamente essere proporzionale a $\frac{1}{r^2}$, dimodoché la forza che due elementi di fili conduttori esercitano l'uno sull'altro è espressa da

$$\frac{ii'\varphi(\vartheta, \vartheta', \omega)}{r^2}\,ds\,ds'\,.$$

I primi due casi di equilibrio determinano poi la funzione φ, nella quale soltanto k è incognita, e come valore della forza cercata si ha

$$\frac{ii'(\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\vartheta'\cos\omega + k\cos\vartheta\cos\vartheta')}{r^2}\,ds\,ds'\,;$$

come è noto, questa è la forma sotto la quale ho dato questo valore nella Memoria che ho letto all'Académie des Sciences

il 4 dicembre 1820. Sostituendo allora $\operatorname{sen}\vartheta\operatorname{sen}\vartheta'\cos\omega$ e $\cos\vartheta\cos\vartheta'$ con i loro valori

$$-\frac{r\mathrm{d}^2r}{ds\,ds'}\,ds\,ds'\,,\quad -\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\,,$$

si ha

$$-\frac{ii'}{r^2}\left(\frac{\mathrm{d}^2r}{ds\,ds'} + k\frac{dr}{ds}\cdot\frac{dr}{ds'}\right)\cdot ds\,ds' =$$

$$= -\frac{ii'(r\mathrm{d}d'r + k\mathrm{d}r\mathrm{d}'r)}{r^2} = -\frac{ii'(r^k\mathrm{d}d'r + kr^{k-1}\mathrm{d}r\mathrm{d}'r)}{r^{k+1}} =$$

$$= -\frac{ii'\mathrm{d}(r^k\mathrm{d}'r)}{r^{k+1}} = -\frac{ii'\mathrm{d}d'(r^{k+1})}{(k+1)\,r^{k+1}}\,;$$

ponendo, per brevità, $k + 1 = m$, si ha per la forza cercata questa semplicissima espressione

$$-\frac{ii'\,\mathrm{d}d'(r^m)}{mr^m}\,,$$

nella quale rimane soltanto da dimostrare che $r^m = \sqrt{r}$, ossia che il numero costante m è uguale a $\frac{1}{2}$ [2].

[2] Da questo punto fino alla fine della Nota il testo delle *Mémoires de l'Académie des Sciences* è sostituito dal seguente:

« Rimane soltanto da determinare m secondo il caso di equilibrio che dimostra che la somma delle componenti delle forze che un filo conduttore esercita su un elemento è sempre nulla quando il filo conduttore forma un circuito chiuso. Questo caso di equilibrio, il terzo di quelli che ho considerato nella presente Memoria, deve allora essere considerato come il quarto, essendo l'ultimo che si utilizza nella determinazione completa della forza cercata.

Sostituendo $\mathrm{d}'r'$ con $-\cos\vartheta ds'$ nel valore

$$-\frac{ii'\mathrm{d}(r^{m-1})\,\mathrm{d}'r}{r^m}$$

della forza che i due elementi esercitano l'uno sull'altro, si ha, per la sua componente nella direzione dell'elemento ds',

$$\frac{ii'\,ds'\cos\vartheta'\mathrm{d}(r^{m-1}\cos\vartheta')}{r^m} = \frac{1}{2}\,\frac{ii'\,ds'\mathrm{d}(r^{2m-2}\cos^2\vartheta')}{r^{2m-1}}\,,$$

L'esperienza descritta alle pp. 265 e segg., di cui mi sono servito in questo lavoro per determinare il valore di k, e di conseguenza quello di $m = k + 1$, non può raggiungere una grande precisione, a causa dello sfregamento dell'arco AA' (fig. 3) sul mercurio contenuto nelle vaschette M, M' e per la difficoltà che si incontra nell'impedire che la repulsione, che si manifesta tra l'arco e il mercurio quando la corrente elettrica li attraversa, li allontani l'uno dall'altro in modo tale da interrompere la comunicazione. In un primo tempo avevo dedotto il valore di k da un'altra esperienza che non presentava i suddetti inconvenienti, perché la parte mobile del circuito voltaico aveva le sue due estremità nell'asse verticale intorno al quale essa era destinata a ruotare, cosicché l'attrito del mercurio si aveva soltanto contro la superficie di due punte ruotanti su sé stesse ed era quindi quasi nullo ed inoltre le punte non potevano separarsi dal mercurio nel quale erano immerse; questa esperienza ha inoltre il vantaggio di non richiedere un apparecchio particolare, ma soltanto quello che serve per tutte le altre esperienze elettrodinamiche e che è descritto ed illustrato nel lavoro che ho pubblicato nel 1825 dall'editore Bachelier, quai des Augustins, n. 55, sotto il titolo *Description d'un appareil électrodynamique*, 2° édiz. Si può vedere in quella

il cui integrale relativo ai differenziali che dipendono da ds deve essere nullo tutte le volte che la curva s è chiusa; si vede facilmente, integrando per parti, che esso è uguale a

$$\frac{1}{2} ii' \, ds' \left[\frac{\cos^2 \vartheta'_2}{r_2} - \frac{\cos^2 \vartheta'_1}{r_1} + (2m - 1) \int \frac{\cos^2 \vartheta' \, dr}{r^2} \right].$$

La prima parte dell'espressione scompare quando la curva s è chiusa, poiché in tal caso $r_2 = r_1$, $\cos \vartheta'_2 = \cos \vartheta'_1$; per quanto riguarda la seconda, si dimostra facilmente, come abbiamo visto, che $\int \frac{\cos^2 \vartheta' \, dr}{r^2}$ non può scomparire qualunque sia la formula della curva chiusa s; bisogna perciò che si abbia $2m - 1 = 0$, $m = \frac{1}{2}$ e che il valore della forza dovuta all'azione mutua dei due elementi ds, ds' sia

$$- \frac{ii' dd' (r^m)}{m r^m} = - \frac{2ii' dd' \sqrt{r}}{\sqrt{r}} .$$

descrizione (alle pp. 19 e 20) come si fa l'esperienza in parola; essa ha lo scopo di verificare che una porzione mobile di filo conduttore, le cui due estremità siano sull'asse verticale intorno al quale può liberamente ruotare, non può muoversi continuamente intorno a questo asse per l'azione di un conduttore circolare orizzontale il cui centro sia sull'asse stesso. Ho poi abbandonato questo modo di determinare il valore di k, perché il calcolo che avevo usato per dedurlo supponeva dimostrato rispetto ad ogni elemento di conduttore circolare quanto l'esperienza provava invece soltanto per l'intero conduttore. Ma in séguito ho compreso che, partendo dal fatto che l'azione del conduttore circolare su un conduttore rettangolare con due lati verticali (questa è la forma più comoda per l'esperienza) è nulla, si può, attraverso una trasformazione che sarà oggetto della nota seguente, determinare direttamente il valore di m e per conseguenza quello di $k = m - 1$; questo esonera dal ricorrere all'apparecchio rappresentato nella fig. 3 e all'esperienza non passibile di esattezza alla quale esso era destinato.

II. *Su una trasformazione atta a semplificare il calcolo dell'azione mutua di due conduttori rettilinei.*

Quando i due conduttori sono rettilinei, l'angolo formato dalle direzioni dei due elementi è costante ed uguale a quello delle direzioni stesse dei due conduttori; è quindi da ritenersi noto e, chiamandolo con ε, si ha (vedi p. 279)

$$r \frac{d^2 r}{ds ds'} + \frac{dr}{ds} \cdot \frac{dr}{ds'} =$$

$$= - \frac{dx}{ds} \cdot \frac{dx'}{ds'} - \frac{dy}{ds} \cdot \frac{dy'}{ds'} - \frac{dz}{ds} \cdot \frac{dz'}{ds'} = - \cos \varepsilon ,$$

da cui

$$\frac{dd'(r^m)}{m r^m} = \frac{(m - 1) \, dr dr' + r dd' r}{r^2} =$$

$$= \frac{(m - 2) \, dr dr' - \cos \varepsilon \, ds ds'}{r^2} .$$

Indicando con p un altro esponente qualsiasi, si ha pure

$$\frac{\mathrm{dd'}\,(r^p)}{pr^p} = \frac{(p-2)\,\mathrm{d}r\mathrm{d}'r - \cos\varepsilon\,\mathrm{d}s\mathrm{d}s'}{r^2},$$

ed eliminando $\frac{\mathrm{d}r\mathrm{d}r'}{r^2}$ fra queste due equazioni, si ottiene

$$\frac{(p-2)\,\mathrm{dd'}(r^m)}{mr^m} - \frac{(m-2)\,\mathrm{dd'}(r^p)}{pr^p} = \frac{(m-p)\cos\varepsilon\,\mathrm{d}s\mathrm{d}s'}{r^2},$$

donde

$$\frac{\mathrm{dd'}\,(r^m)}{mr^m} = \frac{m-2}{p-2}\cdot\frac{\mathrm{dd'}\,(r^p)}{pr^p} + \frac{m-p}{p-2}\cdot\frac{\cos\varepsilon\,\mathrm{d}s\mathrm{d}s'}{r^2}\quad [3].$$

Moltiplicando i due membri di questa equazione per $-ii'$, si ha una espressione dell'azione mutua di due elementi di conduttori voltaici, nella quale si può assegnare il valore che si vuole alla costante indeterminata p; l'espressione è

$$-ii'\,\frac{\mathrm{dd'}\,(r^m)}{mr^m} =$$

$$= -ii'\left(\frac{m-2}{p-2}\cdot\frac{\mathrm{dd'}\,(r^p)}{pr^p} + \frac{m-p}{p-2}\cdot\frac{\cos\varepsilon\,\mathrm{d}s\mathrm{d}s'}{r^2}\right).$$

III. *Applicazione della suddetta trasformazione alla determinazione della costante* m *che entra nella formula per mezzo della quale è espressa la forza che due elementi di fili conduttori esercitano l'uno sull'altro e alla determinazione del valore che si deve dare a questa forza quando si vogliano calcolare gli effetti prodotti dall'azione mutua di due conduttori rettilinei* [4].

Si tratta anzitutto di applicare la formula che abbiamo trovato alla determinazione del valore di m, partendo dall'esperienza che dimostra che un conduttore mobile rettangolare avente due lati verticali non assume movimento alcuno quando è sottoposto all'azione di un conduttore circolare orizzontale ed ha possibilità di ruotare soltanto intorno all'asse del cerchio la cui circonferenza è formata da quest'ultimo conduttore. A tale scopo, eseguendo una delle due derivazioni indicate nel valore che abbiamo trovato per la forza esercitata sull'elemento ds' del conduttore circolare dall'elemento ds del conduttore mobile, potremo mettere tale valore sotto la forma

$$-ii'\left[\frac{m-2}{p-2}\cdot\frac{\mathrm{d}(r^{p-1}\mathrm{d}r')}{r^p} + \frac{m-p}{p-2}\cdot\frac{\cos\varepsilon\,\mathrm{d}s\mathrm{d}s'}{r^2}\right];$$

si prenderà poi la sua componente secondo la tangente al conduttore circolare moltiplicandola per $\cos\vartheta'$ e si sostituirà $\mathrm{d}r'$ con il suo valore $-\mathrm{d}s'\cos\vartheta'$, il che darà, come espressione di tale componente,

$$ii'\mathrm{d}s'\left[\frac{m-2}{p-2}r^{-p}\cos\vartheta'\,\mathrm{d}\,(r^{p-1}\cos\vartheta') - \frac{m-p}{p-2}\cdot\frac{\cos\vartheta'\cos\varepsilon\,\mathrm{d}s}{r^2}\right]$$

nella quale p può assumere qualsiasi valore arbitrario.

Moltiplicando l'espressione della componente per il raggio, che chiamerò a, della circonferenza secondo la quale è piegato il conduttore fisso, si avrà l'espressione del momento dell'azione che l'elemento ds eserciterebbe per la rotazione di ds' intorno all'asse, se questo elemento fosse mobile; ne segue che, cambiando segno al prodotto, si otterrà il valore del momento che risulta dall'azione di ds' per far ruotare ds intorno all'asse stesso. Poiché p può essere preso ad arbitrio, si semplificherà l'espressione ponendo $-p = p - 1$, oppure $p = \frac{1}{2}$; si avrà allora

$$r^{-p}\cos\vartheta'\,\mathrm{d}\,(r^{p-1}\cos\vartheta') = \frac{\cos\vartheta'}{\sqrt{r}}\,\mathrm{d}\,\frac{\cos\vartheta'}{\sqrt{r}} = \frac{1}{2}\,\mathrm{d}\,\frac{\cos^2\vartheta'}{r}$$

e l'espressione del momento diventa

$$a\,ii'\,\mathrm{d}s'\left(\frac{m-2}{3}\,\mathrm{d}\,\frac{\cos^2\vartheta'}{r} - \frac{2m-1}{3}\cdot\frac{\cos\vartheta'\cos\varepsilon\,\mathrm{d}s}{r^2}\right).$$

[3] Il capoverso che segue è sostituito nella stesura delle *Mémoires de l'Académie* dal passo che nella presente traduzione, condotta sul testo originale, è invece riportato alla Nota III, p. 452.

[4] Questa Nota nelle *Mémoires de l'Académie* non esiste.

Integrando rispetto ai differenziali indicati con il segno d, che si riferisce alla porzione mobile del filo conduttore, e chiamando r_1, r_2, $\cos\vartheta'_1$, $\cos\vartheta'_2$ i valori di r e $\cos\vartheta'$ che si hanno alle due estremità di tale porzione, si ha come espressione del momento che tende a farla ruotare intorno all'asse per l'azione dell'elemento ds'

$$a\,ii'\,ds'\left[\frac{m-2}{3}\left(\frac{\cos^2\vartheta'_2}{r}-\frac{\cos^2\vartheta'_1}{r}\right)-\frac{2m-1}{3}\int\frac{\cos\vartheta'\cos\varepsilon\,ds}{r^2}\right].$$

Poiché le rette condotte da tutti i punti dell'asse al punto di mezzo dell'elemento ds' del conduttore circolare sono perpendicolari alla direzione di questo elemento, è evidente che si ha, quando le due estremità del conduttore mobile sono sull'asse, $\cos\vartheta'_1 = 0$, $\cos\vartheta'_2 = 0$, cosicché il valore precedente si riduce a

$$-\frac{(2m-1)\,aii'ds'}{3}\int\frac{\cos\vartheta'\cos\varepsilon\,ds}{r^2}=$$
$$=\frac{(2m-1)\,aii'ds'}{3}\int\frac{dr}{ds'}\cdot\frac{\cos\varepsilon\,ds}{r^2}\quad{}^{a}.$$

L'integrale che entra in questa espressione deve essere esteso a tutto il contorno del rettangolo formato dal conduttore mobile, ossia alle quattro porzioni del conduttore che sono i quattro lati del rettangolo; anzitutto per le due porzioni verticali l'angolo ε, compreso fra la direzione dell'elemento orizzontale ds' e quella degli elementi che le compongono, è evidentemente un angolo retto, quindi il fattore $\cos\varepsilon$ è nullo, il che rende nullo anche l'integrale stesso in queste due porzioni; non rimane che calcolare le parti dell'integrale relative alle due porzioni orizzontali.

Supponiamo che la circonferenza $L'M'L''M''$ (fig. 23) rappresenti il conduttore orizzontale, che l'asse si innalzi

a. Si ha la stessa riduzione quando il conduttore mobile forma un circuito chiuso, poiché in tal caso $r_2 = r_1$ e $\vartheta'_2 = \vartheta'_1$, il che dà

$$\frac{\cos^2\vartheta'_2}{r_2}-\frac{\cos^2\vartheta'_1}{r_1}=0$$

dal centro O di questo cerchio perpendicolarmente al piano della figura, che le due porzioni orizzontali del conduttore mobile siano proiettate da b in c sul raggio OL e che P sia la proiezione dei punti di mezzo, posti su una stessa verticale, di due elementi uguali di ognuna di queste porzioni, entrambe rappresentate da ds e situate alla distanza $OP = s$ dal centro O, prendendo nelle due porzioni l'origine delle s nei punti d'incontro delle loro direzioni con quella dell'asse. Invece di calcolare l'integrale

$$\frac{2m-1}{3}\,a\,ii'\,ds'\int\frac{dr}{ds'}\cdot\frac{\cos\varepsilon\,ds}{r^2}$$

separatamente per ciascuna delle due porzioni e di riunire i due risultati, è meglio prendere una sola volta, da $s = 0$, $b = s$ a $s = 0$, $c = s$, l'integrale della somma dei due momenti delle forze esercitate dall'elemento ds' sui due elementi rappresentati da ds. Chiamando γ l'angolo $L'OM'$, si ha $s = a\gamma + C$, $ds = ad\gamma$; poiché il raggio OM è perpendicolare all'elemento ds', e le due porzioni orizzontali del conduttore mobile sono percorse in sensi contrari dalla corrente elettrica, è evidente che per quella nella quale la corrente è diretta verso l'asse si deve fare $\varepsilon = \frac{\pi}{2} - \gamma$ e per l'altra $\varepsilon = \frac{\pi}{2} + \gamma$.

Se indichiamo con r e r' le distanze dell'elemento ds' dai due elementi di quelle porzioni, rappresentati da ds, otterremo per il momento risultante di ds' sull'elemento della prima porzione nella quale $\cos\varepsilon = \operatorname{sen}\gamma$

$$\frac{(2m-1)\,a^2ii'd\gamma}{3}\cdot\frac{dr}{ds'}\cdot\frac{\operatorname{sen}\gamma\,ds}{r^2},$$

e per il momento impresso dalla stessa azione all'elemento della seconda porzione nella quale $\cos\varepsilon = -\operatorname{sen}\gamma$

$$-\frac{(2m-1)\,a^2ii'd\gamma}{3}\cdot\frac{dr'}{ds'}\cdot\frac{\operatorname{sen}\gamma\,ds}{r'^2}.$$

Siano h e h' le distanze dal piano del conduttore circolare delle due porzioni orizzontali del conduttore mobile; si avrà

$$r^2 = h^2 + a^2 + s^2 - 2as\cos\gamma\ ,$$

$$r'^2 = h'^2 + a^2 + s^2 - 2as\cos\gamma\ ,$$

$$r\frac{dr}{ds'}ds' = r'\frac{dr'}{ds'}ds' = as\,\mathrm{sen}\,\gamma\,d\gamma :$$

e, poiché $ds' = ad\gamma$, si ha

$$\frac{dr}{ds'} = \frac{s\,\mathrm{sen}\,\gamma}{r}\ ,\qquad \frac{dr'}{ds'} = \frac{s\,\mathrm{sen}\,\gamma}{r'}\ .$$

Sostituendo questi valori in quelli che abbiamo ottenuto per i due momenti, si trova che la loro somma è uguale a

$$\frac{(2m-1)\,a^2ii'}{3}\left(\frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r^3} - \frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r'^3}\right)\cdot s\,ds\,d\gamma\ .$$

Il momento totale risultante dall'azione del conduttore mobile sul conduttore circolare è uguale all'integrale doppio di questa espressione esteso da $\gamma = 0$ a $\gamma = 2\pi$ e da $s = s_1$ a $s = s_2$; l'ordine nel quale si eseguono queste due integrazioni è d'altronde arbitrario; questo momento sarà dunque espresso da

$$\frac{(2m-1)\,a^2ii'}{3}\int_{s_1}^{s_2} s\,ds\int_0^{2\pi}\left(\frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r^3} - \frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r'^3}\right)d\gamma\ .$$

Poiché l'esperienza prova che esso è nullo, sarà necessariamente

$$\int_{s_1}^{s_2} s\,ds\int_0^{2\pi}\left(\frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r^3} - \frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r'^3}\right)d\gamma = 0\ ,$$

oppure $2m - 1 = 0$; in quest'ultimo caso si avrebbe per m il valore $\frac{1}{2}$, quello cioè che ci eravamo proposti di dimostrare per la costante m.

Si tratta ormai soltanto più di provare che il suddetto integrale doppio non può mai essere nullo. Di ciò è facilissimo rendersi conto; infatti, in primo luogo i due termini

$\frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r^3}$ e $\frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r'^3}$ non possono cambiare segno qualunque sia il valore di γ perché le due distanze r e r' debbono sempre essere prese positive; in secondo luogo, poiché queste due distanze sono quelle di uno stesso elemento ds' di conduttore circolare dai due elementi uguali a ds che si trovano su una medesima verticale su ognuna delle porzioni orizzontali del conduttore mobile, è evidente che, se si suppone, per fissare le idee, che r si riferisca all'elemento ds della porzione che è a minore distanza dal piano del conduttore circolare, e r' all'altra, si avrà sempre $r < r'$ e per conseguenza

$$\left(\frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r^3} - \frac{\mathrm{sen}^2\gamma}{r'^3}\right)d\gamma$$

sarà positivo.

Essendo positivi tutti gli elementi del primo integrale, sarà pure positivo l'integrale stesso esteso da $\gamma = 0$ a $\gamma = 2\pi$ e il suo prodotto per $s\,ds$ avrà lo stesso segno di ds quando s è positivo, ossia quando il rettangolo formato dal conduttore mobile è interamente dalla stessa parte dell'asse, come appunto qui supponiamo. Il segno di ds è determinato dal senso della corrente nelle due porzioni orizzontali di questo conduttore, e, poiché abbiamo assegnato a $\cos\varepsilon$ in ciascuna porzione segni differenti, ds ha necessariamente lo stesso segno in entrambe: perciò tutti gli elementi che compongono il secondo integrale esteso da $s = s_1$ a $s = s_2$ hanno il medesimo segno e per conseguenza questo integrale non può mai essere nullo. Da quanto abbiamo ora detto deriva quindi che deve essere $m = \frac{1}{2}$, che l'azione mutua di due elementi di correnti elettriche deve avere il valore

$$-\frac{2ii'}{\sqrt{r}}\cdot\frac{d^2\sqrt{r}}{dsds'}\,ds\,ds'\ ,$$

e che il momento, dovuto all'azione di un conduttore circolare su un conduttore mobile intorno all'asse del cerchio formato dal primo, deve essere sempre nullo quando il conduttore mobile ha le due estremità in detto asse oppure

quando forma un circuito chiuso; il che, come è noto, è confermato dall'esperienza, qualunque sia la forma del contorno secondo cui il conduttore è piegato.

Ora che il valore di m è stato determinato, si può sostituire il valore $\frac{1}{2}$ a m nella trasformazione trovata a p. 446, supponendo nuovamente p arbitrario; si ha così, per l'azione mutua dei due elementi ds e ds', l'espressione

$$-\frac{2ii'\mathrm{dd}'\sqrt{r}}{\sqrt{r}} = \frac{\frac{3}{2}ii'}{p-2}\cdot\frac{\mathrm{dd}'(r^p)}{pr^p} - \frac{\left(\frac{1}{2}-p\right)ii'}{p-2}\cdot\frac{\cos\varepsilon\,\mathrm{ds}\,\mathrm{ds}'}{r^2},$$

formula nella quale si può assegnare a p il valore che si vuole. Il valore di p che risulta più comodo per il calcolo è $p = -1$; adottandolo, si ha

$$-\frac{2ii'\mathrm{dd}'\sqrt{r}}{\sqrt{r}} = \frac{1}{2}ii'r\,\mathrm{dd}'\frac{1}{r} + \frac{1}{2}\frac{ii'\cos\varepsilon\,\mathrm{ds}\,\mathrm{ds}'}{r^2} = \frac{1}{2}ii'\,\mathrm{ds}\,\mathrm{ds}'\left(\frac{\cos\varepsilon}{r^2} + r\,\frac{\mathrm{d}^2\frac{1}{r}}{\mathrm{ds}\,\mathrm{ds}'}\right).$$

Ho già ottenuto per altra via (pp. 445-446) questa espressione per la forza che due elementi di fili conduttori esercitano l'uno sull'altro, essa serve a semplificare i calcoli soltanto quando i conduttori sono rettilinei, perché soltanto in tal caso l'angolo ε è costante e noto; ma in questo caso è proprio per mezzo di detta formula che si determinano nel modo più semplice le forze e i momenti di rotazione che risultano dall'azione mutua di due conduttori di tal genere. Nel presente lavoro ho usato altri mezzi di calcolo unicamente perché all'epoca in cui lo scrissi non conoscevo ancora la trasformazione della mia formula che ho ora spiegato in queste Note.

IV. *Sulla posizione della retta che ho indicato con il nome di* direttrice dell'azione elettrodinamica a un punto dato, *quando questa azione è quella di un circuito chiuso e piano avente tutte le dimensioni piccolissime* [5].

La retta che io ho chiamato *direttrice dell'azione elettrodinamica a un punto dato* è la retta che forma con i tre assi angoli i cui coseni sono rispettivamente proporzionali alle tre quantità A, B, C; i valori di queste tre quantità, trovati alle pp. 299-300, diventano

$$A = \lambda\left(\frac{\cos\xi}{r^3} - \frac{3qx}{r^5}\right),$$
$$B = \lambda\left(\frac{\cos\eta}{r^3} - \frac{3qy}{r^5}\right),$$
$$C = \lambda\left(\frac{\cos\zeta}{r^3} - \frac{3qz}{r^5}\right),$$

qualora si sostituisca a n il numero 2 a cui n è uguale. Si supponga il piccolo circuito di forma qualunque e posto come nella fig. 14, ossia in modo che, avendo situato l'origine A delle coordinate nel punto dato, si prenda per l'asse delle z la perpendicolare AZ abbassata dal punto A sul piano del piccolo circuito e per piano delle xz quello che passa per questa perpendicolare e per il centro di inerzia O dell'area LMS, al quale si riferiscono le x, y, z che entrano nei valori di A, B, C; è evidente che si avrà $y = 0$, $q = z$, $\xi = \eta = \frac{\pi}{2}$, $\zeta = 0$ e che detti valori si ridurranno per conseguenza a

$$A = -\frac{3\lambda xz}{r^5},\quad B = 0,\quad C = \lambda\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^3}\right) = \frac{\lambda(x^2 - 2z^2)}{r^5}$$

essendo $r^2 = x^2 + z^2$. Poiché B è nullo, la direttrice AE è necessariamente nel piano xz, determinato come sopra detto; essa forma con l'asse delle x un angolo EAX, la cui tangente

[5] Questa Nota nelle *Mémoires de l'Académie* porta il numero III.

è uguale a $\frac{C}{A}$, ossia a $\frac{2z^2 - x^2}{3xz}$; e poiché la tangente dell'angolo OAX è uguale a $\frac{x}{z}$, si trova come valore della tangente di OAE

$$\text{tang } OAE = \frac{\frac{z}{x} - \frac{2z^2 - x^2}{3xz}}{1 + \frac{2z^2 - x^2}{3x^2}} =$$

$$= \frac{(z^2 + x^2)x}{(2x^2 + 2z^2)z} = \frac{1}{2}\frac{x}{z} = \frac{1}{2}\text{ tang } COA ;$$

ne consegue che, se si prende $OB = \frac{1}{3} OA$ e si innalza su OA al punto B un piano perpendicolare ad AO che incontri in D la normale OC al piano del piccolo circuito, la retta ADE, condotta per i punti A, D, sarà la direttrice dell'azione esercitata nel punto A dalla corrente elettrica che lo percorre, poiché si avrà

$$AB = 2OB \ , \quad \text{tang } BDA = 2 \text{ tang } BDO$$

e

$$\text{tang } OAE = \cot BDA = \frac{1}{2}\cot BDO = \frac{1}{2}\text{ tang } COA .$$

Questa costruzione dà, nel modo più semplice, la posizione della direttrice AE, lungo la quale, come abbiamo visto, il polo di un magnete posto in A è portato dall'azione della corrente [6]. Si deve notare che questa direttrice è situata, rispetto al piano LMS del piccolo circuito che descrive, nello stesso modo nel quale si trova in generale la direzione del-

[6] « Se si sostituisce il piccolo circuito chiuso con il piccolo magnete equivalente, questa costruzione è quella che è stata data più tardi da Gauss per determinare l'azione di un magnete su un polo situato a una grande distanza e che si indica comunemente con il nome di *teorema di Gauss* (Gauss, Resultate der Beobachtungen des Magnet, Vereins, 1837, p. 23) » (nota del Joubert).

l'ago di inclinazione rispetto all'equatore magnetico; infatti, considerando il punto O come il centro della Terra, i piani LMS [7], OAC come quelli dell'equatore e del meridiano magnetico e la retta AE come la direzione dell'ago di inclinazione, è evidente che l'angolo OAE, compreso fra il raggio terrestre OA e la direzione AE dell'ago calamitato, è il complemento della latitudine magnetica LOA; l'equazione precedente diventa così

$$\text{cot incl.} = \frac{1}{2}\text{ cot lat.}$$

oppure

$$\text{tang incl.} = 2 \text{ tang lat.}$$

V. *Sul valore della forza che un conduttore angolare indefinito esercita sul polo di un piccolo magnete e sulla forza che imprime a questo polo un conduttore a forma di parallelogrammo posto nello stesso piano* [8].

Tanto se si considera il polo B (fig. 34) del piccolo magnete AB come l'estremità di un solenoide elettrodinamico, quanto se lo si considera come una molecola magnetica, vi è accordo fra i due punti di vista per quanto riguarda l'espressione della forza esercitata su questo polo da ogni elemento del conduttore angolare CMZ; generalmente si conviene che, abbassando dal punto B su uno dei suoi rami $C\mu M$, prolungato verso O, la perpendicolare $BO = b$, facendo $O\mu = s$, $BM = a$, $B\mu = r$, l'angolo $B\mu M = \vartheta$, l'angolo $CMH = BMO = \varepsilon$ e indicando con ρ un coefficiente costante, la forza esercitata sul polo B dall'elemento ds situato in μ è uguale a

$$\frac{\rho \text{ sen } \vartheta \, ds}{r^2} ;$$

[7] Nel testo delle *Mémoires de l'Académie* non è menzionato il piano LMS dell'equatore, ma soltanto quello OAC del meridiano.

[8] Questa Nota nelle *Mémoires de l'Académie* porta il numero IV.

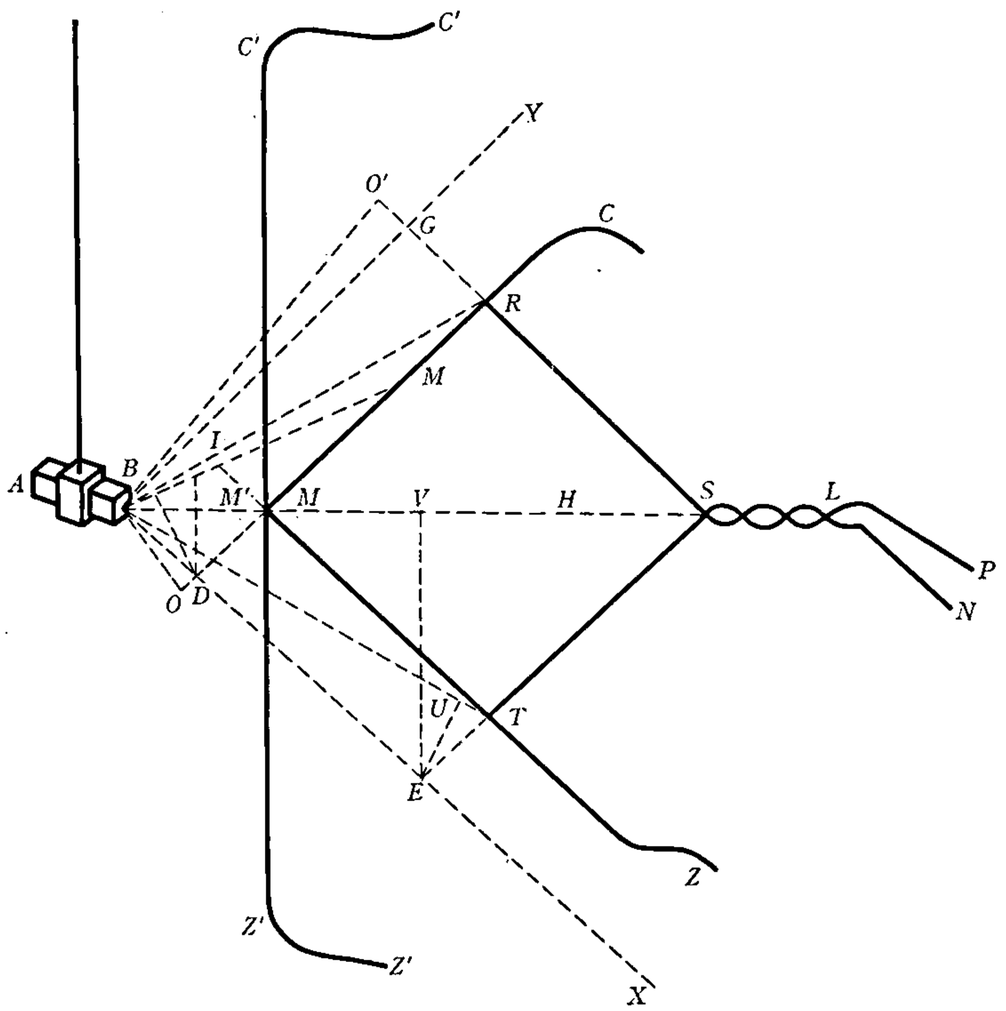


Fig. 34.

si tratta di integrare questa espressione da $s = OM = a \cos \varepsilon$ a $s = \infty$, o, ciò che è lo stesso, da $\vartheta = \varepsilon$ a $\vartheta = 0$; ma nel triangolo $BO\mu$, il cui lato $OB = b = a \operatorname{sen} \varepsilon$, si ha

$$r = \frac{a \operatorname{sen} \varepsilon}{\operatorname{sen} \vartheta}, \qquad s = a \operatorname{sen} \varepsilon \cot \vartheta,$$

$$ds = -\frac{a \operatorname{sen} \varepsilon \, d\vartheta}{\operatorname{sen}^2 \vartheta}, \qquad \frac{ds}{r^2} = -\frac{d\vartheta}{a \operatorname{sen} \varepsilon},$$

cosicché

$$\frac{\rho \operatorname{sen} \vartheta \, ds}{r^2} = -\frac{\rho \operatorname{sen} \vartheta \, d\vartheta}{a \operatorname{sen} \varepsilon};$$

l'integrale di questo termine è

$$\frac{\rho}{a \operatorname{sen} \varepsilon} (\cos \vartheta + C),$$

ossia, estendendolo ai limiti sopra determinati,

$$\frac{\rho (1 - \cos \varepsilon)}{a \operatorname{sen} \varepsilon} = \frac{\rho}{a} \operatorname{tang} \frac{1}{2} \varepsilon,$$

valore che basta raddoppiare per avere la forza esercitata sul polo B dal conduttore angolare indefinito CMZ; questa forza, inversamente proporzionale a $BM = a$ è quindi, per uno stesso valore di a, proporzionale alla tangente della metà dell'angolo CMH, e non all'angolo stesso, anche se si pretende che il valore

$$\frac{\rho \operatorname{sen} \vartheta \, ds}{r^2}$$

della forza esercitata dall'elemento ds sul polo B sia stato trovato « analizzando con il calcolo » la supposizione che la forza prodotta dal filo conduttore CMZ sia proporzionale all'angolo CMH. Non vi è dubbio che ci sia stato qualche errore in questo calcolo; ma sarebbe tanto più interessante conoscerlo in quanto esso avrebbe lo scopo di determinare il valore di un differenziale per mezzo dell'integrale definito che ne risulta per limiti dati, cosa che, per quanto mi consta, nessun matematico ha finora ritenuto possibile.

Poiché non si può, in pratica, rendere i rami MC, MZ del conduttore angolare realmente infiniti, né allontanare i prolungamenti del filo, di cui è formato, necessari per mettere questi rami in comunicazione con le estremità della pila, a una distanza dal piccolo magnete così grande che essi non abbiano su di lui assolutamente alcuna azione, si deve a rigore considerare il valore, che abbiamo testé ottenuto, soltanto come una approssimazione. Allo scopo di poter ricavare dall'esperienza un valore esatto, bisogna calcolare il valore della forza esercitata sul polo B del piccolo magnete da un filo conduttore $PSRMTSN$, le cui porzioni SP, SN, che comunicano con le due estremità della pila, sono

ricoperte di seta, e attorcigliate insieme, come si vede in *SL*, fin quasi alla pila, in modo che le azioni che esercitano si elidano mutuamente, mentre la rimanente parte forma una losanga *SRMT*, posta in modo che la direzione della diagonale *SM* della losanga passi per il punto *B*. Anzitutto, conservando le denominazioni precedenti e inoltre ponendo l'angolo $BRM = \vartheta_1$, l'angolo $BRO' = \vartheta_1'$, la distanza $BS = a'$ e la perpendicolare $BO' = b' = -a' \operatorname{sen} \varepsilon$, poiché l'angolo $BSO' = -\varepsilon$, si vede facilmente che l'azione della porzione *RS* del filo conduttore sul polo *B* è uguale a

$$-\frac{\rho\,(\cos\varepsilon - \cos\vartheta_1')}{b'};$$

analogamente, essendo $b = a \operatorname{sen} \varepsilon$, si troverebbe

$$\frac{(\cos\vartheta_1 - \cos\varepsilon)}{b}$$

per l'azione che la porzione *MR* esercita sullo stesso polo *B*, prendendo l'integrale precedente da $\vartheta = \varepsilon$ a $\vartheta = \vartheta_1$; si vede poi che basta riunire le suddette due espressioni e raddoppiarne la somma, per avere l'azione dell'intero contorno della losanga *MRST*, il che dà

$$2\rho\left(\frac{\cos\vartheta_1}{b} - \frac{\cos\varepsilon}{b} + \frac{\cos\vartheta_1'}{b'} - \frac{\cos\varepsilon}{b'}\right).$$

Questa espressione può essere messa sotto un'altra forma; essa si ottiene riferendo la posizione dei quattro angoli della losanga a due assi *BX*, *BY* condotti per il punto *B* parallelamente ai suoi lati e che li incontrano nei punti *D*, *E*, *F*, *G*; se si pone $BD = BF = g$, $BE = BG = h$, si ha

$$b = BO = g \operatorname{sen} 2\varepsilon\ ,\quad b' = BO' = h \operatorname{sen} 2\varepsilon\ ,$$

$$\cos\vartheta_1 = \frac{OR}{BR} = \frac{h + g\cos 2\varepsilon}{\sqrt{g^2 + h^2 + 2gh\cos 2\varepsilon}}\ ,$$

$$\cos\vartheta_1' = \frac{O'R}{BR} = \frac{g + h\cos 2\varepsilon}{\sqrt{g^2 + h^2 + 2gh\cos 2\varepsilon}}\ ,$$

espressioni per mezzo delle quali si trova, per il valore della forza esercitata sul polo *B*,

$$2\rho\left(\frac{h + g\cos 2\varepsilon}{g \operatorname{sen} 2\varepsilon \sqrt{g^2 + h^2 + 2gh\cos 2\varepsilon}} + \right.$$

$$\left. + \frac{g + h\cos 2\varepsilon}{h \operatorname{sen} 2\varepsilon \sqrt{g^2 + h^2 + 2gh\cos 2\varepsilon}} - \frac{\cos\varepsilon}{g \operatorname{sen} 2\varepsilon} - \frac{\cos\varepsilon}{h \operatorname{sen} 2\varepsilon}\right) =$$

$$= \rho\left(\frac{2\sqrt{g^2 + h^2 + 2gh\cos 2\varepsilon}}{gh \operatorname{sen} 2\varepsilon} - \frac{1}{g \operatorname{sen}\varepsilon} - \frac{1}{h \operatorname{sen}\varepsilon}\right),$$

riducendo i primi due termini al comune denominatore e sostituendo negli altri due sen 2ε con il suo valore $2 \operatorname{sen}\varepsilon \cos\varepsilon$.

Abbassiamo ora dal punto *D* le perpendicolari *DI*, *DK* sulle rette *BM*, *BR*: la prima sarà evidentemente uguale a $g \operatorname{sen}\varepsilon$ e la seconda si otterrà osservando che, moltiplicandola per $BR = \sqrt{g^2 + h^2 + 2gh\cos 2\varepsilon}$, si ha un prodotto uguale al doppio della superficie del triangolo *BDR*, ossia a $gh \operatorname{sen} 2\varepsilon$, dimodoché, chiamando $p_{1,1}$ e $p_{1,2}$ tali perpendicolari, risulta

$$\frac{1}{p_{1,1}} = \frac{1}{g \operatorname{sen}\varepsilon}\ ,\quad \frac{1}{p_{1,2}} = \frac{\sqrt{g^2 + h^2 + 2gh\cos 2\varepsilon}}{gh \operatorname{sen} 2\varepsilon};$$

abbassando dal punto *E* le due perpendicolari *EU*, *EV* sulle rette *BT*, *BS* e rappresentandole con $p_{2,1}$ e $p_{2,2}$, la prima sarà uguale a *DK* a causa dell'uguaglianza dei triangoli *BDR*, *BET*, e la seconda avrà come valore $h \operatorname{sen}\varepsilon$, dimodoché l'espressione della forza esercitata dal contorno della losanga *MRST* sul polo *B* potrà scriversi così:

$$\rho\left(\frac{1}{p_{1,2}} + \frac{1}{p_{2,1}} - \frac{1}{p_{1,1}} - \frac{1}{p_{2,2}}\right).$$

Sotto questa forma essa si applica non soltanto ad una losanga avente una diagonale diretta in modo da passare per il punto *B*, ma ad un parallelogrammo qualunque *NRST*

(fig. 44), il cui perimetro sia percorso da una corrente elettrica che agisca sul polo di un magnete situato sul piano del parallelogrammo [9]. Risulta infatti, da quanto è stato detto a p. 301, che, calcolando le quantità indicate con A, B, C e $D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$, relativamente a un circuito voltaico chiuso e piano, quale quello che forma il perimetro del parallelogrammo $NRST$, e a un punto B posto nello stesso piano si ha

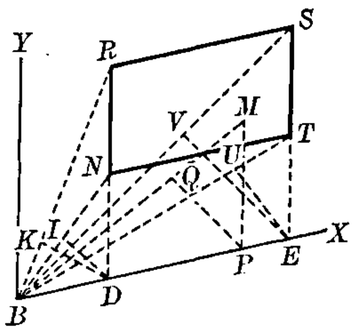


Fig. 44.

$$A = 0\,, \quad B = 0\,,$$
$$C = D = \iint \frac{d^2\lambda}{r^3}\,,$$

quando con $d^2\lambda$ si rappresenti un elemento di questo circuito e si sostituisca l'esponente costante n con il suo valore 2. Poiché A e B sono nulli, la direttrice dell'azione elettrodinamica esercitata al punto B dalla corrente che consideriamo è la perpendicolare innalzata in questo punto sul piano del parallelogrammo; donde consegue:

1) che la forza che esso imprime ad un elemento ds' di corrente elettrica, il cui punto di mezzo si trovi in B,

[9] Nella stesura delle *Mémoires de l'Académie*, invece delle righe seguenti (fino al 1° capoverso di p. 462), si legge:

« Risulta infatti, da quanto è stato detto a p. 301, che l'azione di $NRST$ sul polo B è uguale a quella che si avrebbe se tutti gli elementi $d^2\lambda$ di cui si compone la sua superficie agissero su questo polo con una forza uguale a $\frac{\rho d^2\lambda}{r^3}$; donde segue che, chiamando x e y le coordinate riferite agli assi BX, BY, e all'origine B di un punto qualunque M dell'area del parallelogrammo (il che darebbe

$$d^2\lambda = dx\,dy \operatorname{sen} 2\varepsilon \quad \text{e} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy\cos 2\varepsilon}\,)$$

si avrebbe per la forza totale impressa al polo B

$$\rho \operatorname{sen} 2\varepsilon \iint \frac{dx\,dy}{(x^2 + y^2 + 2xy\cos 2\varepsilon)^{\frac{3}{2}}}\,.$$

è, in questo piano, perpendicolare alla direzione dell'elemento, ed ha come valore

$$\frac{1}{2} D\, ii'\, ds' \operatorname{sen}\varepsilon = \frac{1}{2} ii'\, ds' \cos\omega \iint \frac{d^2\lambda}{r^3}\,,$$

ove con ω si è chiamata l'inclinazione dell'elemento ds' sul piano $BRST$, inclinazione che è il complemento dell'angolo ε formato dalla direzione di questo elemento e da quella della direttrice;

2) che, secondo quanto si è detto a p. 350, se si ponesse nel punto B l'estremità di un solenoide indefinito, la forza esercitata su tale estremità dalla stessa corrente elettrica sarebbe perpendicolare al piano $BRST$ e avrebbe come valore

$$\frac{\lambda' ii'\, D}{2g} = \frac{\lambda' ii'}{2g} \iint \frac{d^2\lambda}{r^3}$$

essendosi chiamata λ' l'area dei piccoli circuiti di cui si compone il solenoide, e g la distanza dei piani di due circuiti consecutivi;

3) che il polo di un magnete posto in B sarebbe sottoposto dal circuito $NRST$ ad un'azione diretta secondo la stessa perpendicolare ed espressa da

$$\rho \iint \frac{d^2\lambda}{r^3}$$

essendo ρ un coefficiente costante.

Per trovare il valore di $\iint \frac{d^2\lambda}{r^3}$, relativo al circuito voltaico rappresentato dal perimetro del parallelogrammo $NRST$, si riferiscono tutti i punti, quali M, della sua area a due assi BX, BY condotti per il punto B parallelamente ai suoi lati e, chiamando x, y le coordinate BP, PM, si avrà

$$d^2\lambda = dx\,dy \operatorname{sen} 2\varepsilon \quad \text{e} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy\cos 2\varepsilon}\,;$$

la forza totale, impressa al polo B del piccolo magnete AB, sarà perciò

$$\rho \operatorname{sen} 2\varepsilon \iint \frac{dx\,dy}{(x^2 + y^2 + 2xy\cos 2\varepsilon)^{\frac{3}{2}}}\,.$$

Ora, abbiamo visto a p. 341 che l'integrale indefinito di

$$\frac{ds\,ds'}{(a^2+s^2+s'^2-2ss'\cos\varepsilon)^{\frac{3}{2}}}$$

è

$$\frac{1}{a\,\mathrm{sen}\,\varepsilon}\,\mathrm{arc\,tang}\,\frac{ss'\,\mathrm{sen}^2\varepsilon+a^2\cos\varepsilon}{a\,\mathrm{sen}\,\varepsilon\sqrt{a^2+s^2+s'^2-2ss'\cos\varepsilon}}\,,$$

oppure

$$-\frac{1}{a\,\mathrm{sen}\,\varepsilon}\,\mathrm{arc\,tang}\,\frac{a\,\mathrm{sen}\,\varepsilon\sqrt{a^2+s^2+s'^2-2ss'\cos\varepsilon}}{ss'\,\mathrm{sen}^2\varepsilon+a^2\cos\varepsilon}$$

sopprimendo la costante $\frac{\pi}{2}$. Quando $a=0$, questa quantità si presenta sotto la forma $\frac{0}{0}$; ma poiché in tal caso l'arco deve essere sostituito dalla sua tangente, il fattore nullo $a\,\mathrm{sen}\,\varepsilon$ scompare e si ha

$$\iint\frac{ds\,ds'}{(s^2+s'^2-2ss'\cos\varepsilon)^{\frac{3}{2}}}=-\frac{\sqrt{s^2+s'^2-2ss'\cos\varepsilon}}{ss'\,\mathrm{sen}^2\varepsilon}\,,$$

come è facile verificare per mezzo della derivazione. Se ne deduce immediatamente che l'espressione della forza che calcoliamo, considerata come un integrale indefinito, è

$$-\frac{\rho\sqrt{x^2+y^2+2xy\cos 2\varepsilon}}{xy\,\mathrm{sen}\,2\varepsilon}=-\frac{\rho}{p}\,,$$

chiamando p la perpendicolare PQ abbassata dal punto P su BM, poiché il doppio dell'area del triangolo BPM è insieme uguale a $p\sqrt{x^2+y^2+2xy\cos 2\varepsilon}$ e a $xy\,\mathrm{sen}\,2\varepsilon$; il che dà

$$\frac{1}{p}=\frac{\sqrt{x^2+y^2+2xy\cos 2\varepsilon}}{xy\,\mathrm{sen}\,2\varepsilon}\,.$$

Rimane ora soltanto da calcolare i valori che questo integrale indefinito assume ai quattro vertici N, R, T, S del parallelogrammo e sommarli con segni convenienti; continuando a indicare rispettivamente con $p_{1,1}$, $p_{1,2}$, $p_{2,1}$, $p_{2,2}$ le perpendicolari DI, DK, EU, EV, è evidente che si ottiene così per il valore della forza cercata

$$\rho\left(\frac{1}{p_{1,2}}+\frac{1}{p_{2,1}}-\frac{1}{p_{1,1}}-\frac{1}{p_{2,2}}\right).\ ^{10}$$

Se in tale espressione si sostituisce la costante ρ con $\frac{1}{2}ii'ds'\cos\omega$ si avrà il valore della forza che risulta dall'azione che la corrente elettrica $NRST$ esercita sull'elemento ds' e la cui direzione, compresa nel piano $BRST$, è perpendicolare a quella dell'elemento; detto valore è

$$\frac{1}{2}ii'\,ds'\left(\frac{1}{p_{1,2}}+\frac{1}{p_{2,1}}-\frac{1}{p_{1,1}}-\frac{1}{p_{2,2}}\right)\cos\omega\,.$$

[10] Da questo punto fino alla fine della Nota, il testo delle *Mémoires de l'Académie* è variato come segue:

« La direzione perpendicolare al piano del parallelogrammo $NRST$ secondo cui il polo di un magnete situato in B è portato dall'azione della corrente elettrica che percorre il contorno di quel parallelogrammo, è la direttrice dell'azione elettrodinamica esercitata al punto B: donde segue che, se vi fosse in questo punto un elemento di corrente elettrica situato nel piano del parallelogrammo, detto elemento formerebbe un angolo retto con la direttrice; l'azione della corrente sull'elemento sarebbe una forza situata in quel piano, perpendicolare alla direzione dell'elemento e uguale a quella che la stessa corrente eserciterebbe sul polo di un magnete posto nel punto B, moltiplicata per un rapporto costante, che qui è quello da ρ a $\frac{1}{2}ii'\,ds$, chiamando ds l'elemento; dimodoché la forza così diretta agente sull'elemento avrebbe come valore

$$\frac{1}{2}ii'\,ds\left(\frac{1}{p_{1,2}}+\frac{1}{p_{2,1}}-\frac{1}{p_{1,1}}-\frac{1}{p_{2,2}}\right).$$

Quando l'elemento posto in B non è nel piano del parallelogrammo, ma forma con questo piano un angolo uguale a ω, lo si può sostituire con due elementi della stessa intensità, l'uno in quel piano, l'altro perpendicolare a questo: poiché l'azione della corrente del parallelogrammo su quest'ultimo è nulla, si deve tener conto soltanto di quella che esercita sul primo; essa è evidentemente nel piano del parallelogrammo, perpendicolare all'elemento e uguale a

$$\frac{1}{2}ii'\,ds\cos\omega\left(\frac{1}{p_{1,2}}+\frac{1}{p_{2,1}}-\frac{1}{p_{1,1}}-\frac{1}{p_{2,2}}\right).$$

Quando l'elemento è situato in B sul piano del parallelogrammo, si ha $\omega = 0$, $\cos\omega = 1$, e il valore della forza che abbiamo calcolato si riduce a

$$\frac{1}{2}\, ii'\, ds' \left(\frac{1}{p_{1,2}} + \frac{1}{p_{2,1}} - \frac{1}{p_{1,1}} - \frac{1}{p_{2,2}} \right).$$

SEZIONE TERZA

LA CLASSIFICAZIONE DELLE SCIENZE

Il Saggio sulla filosofia delle scienze *fu cominciato nel 1829; ma da gran tempo Ampère vi lavorava e vi pensava, almeno dal 1803, come afferma egli stesso nella prefazione e come risulta da molte lettere (alcune delle quali sono da noi riportate nella Sezione IV); da esse trapela anche tutto il travaglio dell'autore e le successive modifiche delle famose « tavole » che egli sottoponeva al parere degli amici più cari e del figlio.*

In un primo tempo Ampère sognava un'opera ben più grandiosa, un trattato di Matesiologia [1], *secondo la sua espressione, che contenesse non soltanto la classificazione, i vari rapporti fra le scienze, ma anche una esposizione delle stesse e istruzioni per l'insegnamento.*

La parentesi dei lavori elettrodinamici, che lo assorbirono per sette anni, parentesi gloriosa ma della quale Ampère sembra accusarsi, il declinare della salute, le molte occupazioni e preoccupazioni fecero sì che egli ripiegasse sull'attuale stesura dell'opera. Neppure così ebbe la soddisfazione di vederla pubblicata: la prima parte, da lui completata nel 1834, fu stampata nel 1838, due anni dopo la sua morte. La seconda parte, pure completamente abbozzata da lui, venne pubblicata a cura del figlio solo nel 1843.

Un recente biografo inglese [2] *afferma, non senza un pizzico di* humour *britannico, che Ampère era tanto ostinato in questa*

[1] Dal greco μάθησις = insegnamento.
[2] P. Hammond: vedi *Nota Bibliografica.*

sua idea che soltanto una persona l'avrebbe potuto distogliere, sorridendo, da un'impresa così assurda, la sua Julie, se fosse vissuta (la prima moglie, alla quale il giovane Ampère sottoponeva tutti i suoi progetti e persino gli abbozzi dei suoi lavori scientifici).

Certamente Ampère non avrebbe conquistato l'immortalità con questo lavoro. Tuttavia noi non ci sentiamo di essere così severi: evidentemente l'Hammond, che scrive nel 1961, non si è posto nel clima del tempo, quando l'idea di una « summa » di tutto il sapere umano, probabilmente perché si cominciava a delineare l'articolazione delle varie scienze, ossessionava le menti degli studiosi. D'altronde si può dire che cotesto desiderio è affiorato un po' in tutti i tempi: Aristotele, Platone, Bacone, Locke, D'Alembert, Comte, e molti altri hanno fatto dei tentativi per realizzarlo. Se vogliamo essere sinceri, questa idea, sia pure liberata dalla ingenua pretesa della universalità e limitata ad alcuni scopi particolari, vige ancora ai giorni nostri: ne fanno fede il pullulare delle varie enciclopedie e il tentativo, che sembra attecchire, di una classificazione bibliografica numerica generale [3].

Del resto, tanto Hammond, quanto Arago [4], *che pure non ha risparmiato critiche a quest'opera di Ampère, riconoscono che nessuno più di lui aveva la preparazione necessaria per intraprenderla e che, pur nei suoi limiti e nelle sue inevitabili mende, essa rappresenta uno dei migliori contributi in questo campo.*

È stata anche messa in dubbio la legittimità del titolo. A parte il fatto che la portata dell'opera è chiaramente delimitata nel sottotitolo, potremmo essere d'accordo con questa

[3] Vogliamo alludere alla ben nota *Classificazione decimale universale* dell'« Institut international de bibliographie », Bruxelles, 1933. Vedi anche nota 17.

[4] Dominique-François Arago (1786-1853), scienziato amico e contemporaneo di Ampère; abbiamo già ricordato alcune sue esperienze (nota 21, p. 193 e nota 94, p. 434). Fu professore all'Ecole Polytechnique e direttore dell'Osservatorio. Gli si debbono molte scoperte, oltre che nel campo del magnetismo, in quello della polarizzazione, della statica dei fluidi e dell'astronomia. Per le sue *Notices biographiques* su Ampère si veda la *Nota Bibliografica.*

critica se Ampère avesse indicato « Filosofia della scienza », ma egli ha scritto « Filosofia delle scienze », il che evidentemente è ben diverso e pienamente giustificato. Infatti, come vedremo meglio in séguito, non si è limitato a fare una mera classificazione, ma ha messo in evidenza, sia pure brevemente, le caratteristiche di ogni scienza, studiandone i rapporti, non solo di ognuna con le altre, ma anche di ciascuna e di tutte con le facoltà dell'uomo e con la realtà sociale; cosa che, ci sembra, appartiene a buon diritto alla filosofia. Aggiungasi anche che questa parola ammetteva, a quel tempo, accezioni molto diverse e ampie.

Possiamo certamente dire che quest'opera non ha avuto e non avrà mai una utilità proporzionata all'amore con cui è stata concepita e alla fatica con la quale è stata realizzata; non per colpa o per deficienza dell'Autore, ma per la natura stessa del sapere umano, che con il suo incessante e imprevedibile sviluppo mal si presta ad essere contenuto in schemi, neppure in quelli che Ampère chiamava « naturali ».

Essa rimane per noi una testimonianza della fede in questo stesso sapere, ci aiuta a comprendere la cultura del tempo e ci illumina sempre più sulla figura di questo singolare uomo, specialmente sulle sue concezioni filosofiche, sociali e religiose.

Ci sia concessa ancora un'osservazione: il lettore vedrà che egli usa sempre *la parola « verità » per indicare ciò che noi chiameremmo « proposizione »; questo ci conferma nella nostra opinione, già espressa nell'*Introduzione, *che André-Marie Ampère, nonostante si sia rivelato in molte occasioni un vero precursore del pensiero scientifico moderno (come abbiamo avuto modo di constatare scorrendo le precedenti opere e come in parte si vede pure in questa), rimane fondamentalmente uno scienziato del sec. XVIII.*

Non possiamo evidentemente tradurre qui l'intero lavoro, che consta di due volumi di oltre trecento pagine ciascuno. Ne riporteremo alcuni passi, fra quelli che ci sono sembrati più significativi nonché le tavole riassuntive; inoltre, nel séguito di questa nota, cercheremo di esporne succintamente lo svolgimento.

Nella lunga prefazione che non riteniamo di tradurre, anche perché i concetti ivi contenuti sono ripresi nel primo gruppo di pagine incluse nella nostra scelta, l'Autore spiega come sia sorta in lui l'esigenza di considerare quale fosse la migliore classificazione delle scienze; essa gli si affacciò nel 1829, durante la preparazione del corso di fisica generale e sperimentale di cui era incaricato al Collège de France, quando si trovò nella necessità di definire in modo preciso le scienze che insegnava. La fisica generale è caratterizzata dall'avere per oggetto, dice Ampère, « lo studio delle proprietà inorganiche dei corpi e i fenomeni che essi presentano, indipendentemente dall'utilità che ne possiamo ricavare e dai mutamenti che queste proprietà o questi fenomeni subiscono con i tempi, i luoghi, i climi ». « Dico, prosegue Ampère, le proprietà inorganiche *dei corpi, per separare la fisica generale dalle scienze naturali; aggiungo* indipendentemente dall'utilità che noi ne ricaviamo, *per distinguerla dalla tecnologia; infine dico* indipendentemente dai mutamenti che quelle proprietà o quei fenomeni subiscono con i tempi, i luoghi, i climi, *per fissare con precisione i limiti che la separano dalla geografia fisica e dalle altre scienze che hanno quale oggetto lo studio del globo terrestre ». Trovata la sua definizione, quali sono le branche in cui la fisica generale si suddivide? Per questa suddivisione Ampère considera il punto di vista sotto il quale gli enti che formano l'oggetto della fisica generale si possono studiare: avremo così la* fisica generale elementare *e la* fisica matematica. *Nella prima si considera tutto ciò che l'osservazione e l'esperienza possono farci conoscere in merito agli oggetti in sé stessi; nella seconda si mettono a confronto i fatti e i fenomeni per stabilire leggi generali. Queste due suddivisioni ne richiedono delle altre, in quanto i suddetti punti di vista principali comprendono ciascuno due punti di vista subordinati. Così la fisica generale elementare dovrà suddividersi in* fisica sperimentale *e in* chimica, *in quanto nella prima gli oggetti della fisica vengono studiati osservando i fatti presentati in modo immediato all'osservazione e nella seconda viene indagata l'intima costituzione dei corpi stessi. La fisica matematica è suddivisa in* stereonomia [5] (*studio comparato dei mezzi sperimentali per ricavare le leggi con la minor imprecisione possibile*) *e* atomologia [6] (*studio delle cause intime dei fenomeni fisici e chimici*).

[5] Da στερεός = corpo (in senso lato, non limitato ai solidi) e νόμος = legge.

[6] Questo nome, derivante dal greco ἄϑομος, è dovuto al fatto che, secondo Ampère, tali cause « si riducono in ultima analisi alle forze di attrazione o di repulsione che si manifestano fra gli atomi che compongono le molecole ».

*Per analogia a quanto allora fece per il suo corso di fisica, giungerà più tardi, come egli stesso spiega nell'*Introduzione generale *dell'opera, alla sua classificazione, per così dire dicotomica* [7]*, di tutte le scienze o meglio di tutte le conoscenze umane. Dalla lettura del-l'*Introduzione *e da uno sguardo alle tavole generali riassuntive ci si può fare un'idea sufficientemente adeguata di questa classificazione « naturale », come egli la chiamò, in contrapposizione a quelle « artificiali » basate su criteri arbitrari e non inerenti alla natura stessa degli oggetti trattati. Tutte le conoscenze umane, seguendo la classificazione dei naturalisti, sono ripartite in due grandi* regni (scienze cosmologiche, *riguardanti il mondo esterno, e* scienze noologiche, *riguardanti il nostro pensiero*), *che sono oggetto rispettivamente della prima e della seconda parte del lavoro; ogni regno è suddiviso in due sotto-regni, questi in due tipi* [8]*, i tipi in due sotto-tipi, i sotto-tipi in due scienze del primo ordine, queste in due del secondo ordine e infine queste ultime in due scienze del terzo ordine. Questo è però il risultato finale, poiché, secondo Ampère, per fare una classificazione veramente « naturale » bisogna cominciare dagli elementi più semplici e cioè dalle scienze del terzo ordine per poi risalire man mano ai raggruppamenti più complessi.*

Ritornando per un momento alla Prefazione, *Ampère fa ampi cenni alle modifiche via via apportate e ai loro motivi; dedica infine molte pagine alla spiegazione dei criteri adottati per la terminologia e del modo in cui ha dedotto, principalmente dal greco, i nomi nuovi.*

*Dopo l'*Introduzione, *nella quale, oltre a quanto già detto, sono elencati i vantaggi che provengono dalle classificazioni e in particolare da una classificazione « naturale » ed è esposto il piano generale del lavoro, si passa al capitolo primo della prima parte, il quale tratta delle « scienze cosmologiche che richiedono soltanto nozioni di grandezza e di misura, ossia le scienze matematiche ». Il capitolo è suddiviso in cinque paragrafi: i primi quattro trattano*

[7] J. Barthélemy-Saint Hilaire, nel suo *La philosophie dans ses rapports avec les sciences et la réligion*, Parigi, 1889, critica l'uniformità di queste dicotomie, considerandole un procedimento difettoso, preso dal platonismo.

[8] I testi francesi dicono *embranchement*, che letteralmente significa ramificazione e, per analogia, branca. Poiché però i naturalisti italiani sogliono tradurre *embranchement* con *tipo*, useremo anche noi questo vocabolo, per rimanere nella similitudine delle scienze naturali cara ad Ampère.

*partitamente delle scienze del terzo e secondo ordine che fanno capo ad una scienza del primo ordine, e cioè rispettivamente all'*aritmologia, *alla* geometria, *alla* meccanica *e all'*uranologia*; il quinto paragrafo considera il raggruppamento di queste quattro scienze del primo ordine in due sotto-tipi* (matematica propriamente detta *e* fisico-matematica) *che formano il tipo delle* scienze matematiche. *Tale suddivisione viene mantenuta in tutti i capitoli della prima e della seconda parte. L'aritmologia viene divisa nella* aritmologia elementare, *comprendente l'*aritmografia (*nome adottato da Ampère per indicare l'aritmetica e l'algebra prese insieme*) [9] *e l'*analisi matematica, *e nella* megetologia. *Quest'ultima* (*da* μέγεθος = *grandezza*) *comprende la* teoria delle funzioni, *nella quale* (« *ad esempio dell'illustre Lagrange* ») *Ampère riunisce il calcolo differenziale ed il calcolo integrale, e la* teoria delle probabilità, *ed inoltre rappresenterebbe, secondo quanto detto sopra sulla classificazione in linea generale, un approfondimento della matematica.*

Analogamente la geometria *comprende quattro scienze del terzo ordine,* geometria sintetica, geometria analitica, teoria delle linee e delle superfici, geometria molecolare, *riunite le prime due nella scienza di secondo ordine* geometria elementare *e le altre due nella* teoria delle forme. *Qualche parola conviene dire sulla geometria molecolare: si tratta in sostanza di quella che comunemente viene detta « cristallografia », e che, non senza ragione, Ampère ritiene si debba porre nella matematica più che non nella mineralogia, poiché, egli dice, « tutto si riduce a combinare figure poliedriche in modo da produrne altre ».*

Segue la meccanica, *suddivisa in* meccanica elementare, *comprendente la* cinematica [10] *e la* statica, *e in* meccanica trascendentale, *che riunisce la* dinamica *e la* meccanica molecolare. *Infine « lo studio che è stato fatto sui moti e sulle forze considerate in generale, conduce come conseguenza naturale ad occuparsi dei moti dei corpi sparsi nello spazio e delle forze che determinano tali*

[9] Infatti, secondo Ampère, non vi è una ragione sostanziale per separare l'aritmetica dall'algebra, in quanto la prima rappresenta i numeri con cifre e la seconda con lettere, « circostanza che, essendo del tutto indipendente dalla natura delle verità, non può per conseguenza costituire una distinzione reale ». Si noti, per giustificare la suddetta affermazione, che la risoluzione delle equazioni viene da Ampère tolta all'algebra e portata nell'analisi matematica.

[10] Ampère è stato veramente il primo a chiamare *cinematica* questa parte della meccanica che ancora adesso è indicata con questo nome.

movimenti. Perciò questo è il posto delle scienze del terzo ordine relative a tale oggetto ». Ed ecco il paragrafo della uranologia [11]*, composta dalle scienze del terzo ordine* uranografia (*che descrive le varie costellazioni*), eliostatica [12] (*che studia il sistema planetario solare*), astronomia (*leggi di Keplero*), meccanica celeste [13] (*studio delle cause dei moti celesti*).

La fisica occupa il primo paragrafo del capitolo secondo; non riteniamo necessario aggiungere altro, dopo quanto abbiamo già detto parlando della Prefazione. *Segue il paragrafo secondo, dedicato alle « scienze del terzo ordine relative ai procedimenti con i quali trasformiamo i corpi nel modo più conveniente per l'utilità o il godimento che ci ripromettiamo di trarne », ossia alla* tecnologia: *le scienze del terzo ordine che la compongono sono la* tecnografia, *la* cerdoristica industriale (*costituenti la* tecnologia elementare), *la* economia industriale, *la* fisica industriale (*formanti la* tecnologia comparata). *La tecnografia sarebbe press'a poco quella che noi chiamiamo comunemente tecnologia, la cerdoristica industriale* (*dalle parole greche* κέρδος = *guadagno, profitto e* ὁρίζω = *determinare*) *sarebbe la moderna contabilità industriale* (« *l'arte di tenere i libri* », *dice Ampère*)*; essa differisce dalla economia industriale poiché quest'ultima paragona i diversi procedimenti, studia i mezzi per ottenere il massimo profitto; la fisica industriale è quella che noi siamo ora soliti indicare con il nome di scienze applicate. Il terzo paragrafo considera la* geologia, *anch'essa suddivisa in* geologia elementare *e in* geologia comparata: *la prima comprende la* geografia fisica *e la* mineralogia; *la seconda la* geonomia *e la* teoria della Terra. *La geonomia studia le leggi inerenti alle osservazioni fatte dalla geografia fisica e dalla mineralogia* (*ad esempio perché determinati minerali si trovino in un luogo piuttosto che in un altro*) *e la teoria della Terra cerca di scoprire le cause delle suddette leggi e le successive trasformazioni subite dal nostro globo. Si passa quindi al paragrafo successivo, nel quale si pone la* orictotecnica (*dal greco* ὀρυκτά = *minerali*), *formata dallo* sfruttamento delle miniere *e dalla* docimasia (*dal greco:* δοκιμάζω = *pro-*

[11] Da οὐρανός = cielo.

[12] Ampère osserva che il nome supporrebbe che il Sole fosse immobile: ma « pur sapendo che questa immobilità è soltanto relativa, i moti apparenti rimangono gli stessi; non conviene perciò complicare le spiegazioni ».

[13] « L'ho chiamata *meccanica celeste*, titolo dell'opera nella quale questa scienza è stata mirabilmente sviluppata dall'illustre interprete di Newton », cioè Laplace.

vare) *che studia il grado di ricchezza di un minerale, dalla* orisionomia (*da* ὄρυξις = *azione di frugare le viscere della terra*), *e dalla* fisica minerale (*scienze fisiche e chimiche applicate all'arte mineraria*), *riunite nelle due scienze del secondo ordine* orictotecnica elementare *e* orictotecnica comparata.

Esaurite le scienze e le arti riguardanti gli esseri inanimati, Ampère si dedica ora, nei capitoli terzo e quarto, agli esseri organizzati. Il capitolo terzo studia le scienze naturali. *Dapprima prende in esame la* botanica *nelle sue suddivisioni, condotte con i soliti criteri, suddivisioni che non richiedono spiegazioni particolari* (*vedi Tavola*). *Analizza poi* « *le scienze del terzo ordine relative all'utilità o al gradimento che ricaviamo dai vegetali e ai lavori e alle cure per mezzo dei quali ci procuriamo le materie prime che i vegetali forniscono* », *ossia l'*agricoltura, *nelle sue suddivisioni, anch'esse ovvie: diremo solo che Ampère ha preso da Varrone*[14] *il nome di* geoponica *per indicare l'arte di lavorare la terra. In modo analogo i paragrafi terzo e quarto di questo stesso capitolo classificano rispettivamente la* zoologia *e la* zootecnica, *i cui significati e le cui suddivisioni non richiedono spiegazioni; riteniamo solo opportuno accennare alla derivazione dei nomi, alquanto fuori dal comune, usati per indicare le scienze del terzo ordine che formano la zootecnica:* zoocresìa (χρήσις = *uso*), zooristica (*determinazione del profitto*), ecionomia (οἰκεῖος = *domestico*), trepsiologia (θρέψις = *allevamento*). *Ma l'organismo dell'uomo e degli animali* « *è soggetto a subire modifiche, dovute ora all'azione esercitata da qualche agente o da qualche circostanza esterna, ora a cause interne ignote. Si hanno allora nella economia animale fenomeni particolari ai quali si dà il nome di malattie. Questo è lo studio che intraprenderemo ora; le nozioni fin qui acquisite ci hanno sufficientemente preparato per tale studio* ». *Prima di iniziare la classificazione di queste scienze* (*cap. IV*), *Ampère disserta sulla legittimità di avere situato qui le qualità medicamentose di sostanze inorganiche, anche se il criterio generale della sua classificazione le porrebbe nella chimica o nella mineralogia. Ciò posto, egli tratta nel* § I *le* « *scienze del terzo ordine relative agli effetti prodotti in generale dai diversi agenti, dalle diverse circostanze, che possono modificare i fenomeni*

[14] Marco Terenzio Varrone Reatino, erudito e poeta latino (116-27 a. C.), già luogotenente di Pompeo; deposte le armi, scrisse un centinaio di opere, delle quali ci rimangono il trattato di agricoltura *De re rustica* e pochi libri del *De lingua latina*.

vitali nell'uomo e negli animali da lui assoggettati ». *Esse sono la* farmaceutica, *la* traumatologia, *la* dietetica, la frenigetica, *tutte con denominazioni che non richiedono chiarimenti, e che formano le due scienze del secondo ordine* fisica medica propriamente detta *e* biotologia *e la scienza del primo ordine* fisica medica. *Ci sembra conveniente spendere qualche parola per quanto riguarda la* frenigetica, *in quanto, se non andiamo errati, ci sembra un'anticipazione di concetti moderni: con tale denominazione Ampère ha voluto indicare* « *i mutamenti che le cause morali apportano nella struttura organica: quali le passioni, la concentrazione dell'attenzione su certe idee, la tristezza, la gioia, un dolore profondo, i cambiamenti nelle relazioni consuetudinarie dell'uomo con coloro che lo circondano, sia quando ciò provenga da una nuova posizione sociale, sia quando vengano prescritti dal medico, ecc.* »... « *Alla frenigetica compete lo studio dei fenomeni notevolissimi dovuti all'esaltazione della sensibilità o di qualche altra facoltà intellettuale, che sono stati designati con i nomi di estasi, di sonnambulismo o di magnetismo animale*[15]. *Non è necessario per osservare gli effetti prodotti sulla struttura organica dai pensieri e dalle passioni umane averle studiate come fa il moralista; basta averne una conoscenza generale... Non si tratta dunque di una richiesta di ausilio che le scienze mediche fanno alle scienze del regno noologico, che, secondo la mia classificazione, vengono dopo* ». *Segue l'*igiene, *suddivisa in* crasiologia (κράσις = *temperamento*) *con la* crasiografia *e la* crasioristica *e in* igiene propriamente detta *con la* igionomia *e la* profilassi. *Nel terzo paragrafo si considerano le scienze che studiano le malattie, ossia la* nosologia, *che comprende la* nosografia *e l'*anatomia patologica (*riunite nella* nosologia propriamente detta), *la* terapeutica generale *e la* fisiologia medica (*riunite nella* iatrologia). *Infine nel paragrafo quarto si elencano le* « *scienze del terzo ordine relative ai procedimenti con i quali si applicano le conoscenze acquisite nei paragrafi precedenti alla guarigione delle malattie* », *che, tutte insieme, formano la* medicina pratica.

[15] Arago nelle già citate *Notices biographiques* riferisce che Ampère avrebbe spesso coperto con la sua autorità gli adepti del magnetismo animale. « La debolezza della sua vista, la sua mancanza di destrezza fisica, il suo grande candore, lo rendevano poco atto a scoprire le astuzie, i giochi di mano per i quali si è dovuto considerare il magnetismo animale come una branca dell'arte del giocoliere ». Del resto, osserva ancora Arago, Ampère, assetato di sapere, giustamente riteneva che non si potesse mai assumere l'atteggiamento del « negare *a priori* ».

La prima scienza del secondo ordine in cui si suddivide è la semiologia (semiografia e diagnostica), *che si può in certo qual modo assimilare alla moderna semeiotica; la seconda è la* medicina pratica propriamente detta *che comprende la* terapeutica speciale (*Ampère ha preferito questa denominazione a quella di clinica, volendo indicare l'arte pratica del medico e non « l'insegnamento fatto da un professore al letto di un ammalato ») e la* prognosi.

Nel capitolo V, l'ultimo della prima parte, Ampère riassume la classificazione delle scienze cosmologiche, ormai completata, riprendendo i concetti già espressi nella Prefazione *e nella* Introduzione *e passando in rassegna l'applicazione che ne ha fatto nei quattro capitoli. Come abbiamo detto, abbiamo ritenuto opportuno tradurne alcune pagine, che ci sembrano particolarmente significative: esse costituiscono la conclusione del capitolo.*

A questo punto ci troviamo di fronte inopinatamente alle tavole sinottiche, non delle sole scienze cosmologiche, ma anche delle scienze noologiche che saranno trattate soltanto nella seconda parte. Probabilmente il povero Ampère, malato e oppresso dagli impegni di ispettore e dalle preoccupazioni familiari [16]*, sentiva la vita sfuggirgli e desiderava che fossero trasmesse ai posteri almeno le conclusioni del suo paziente lavoro.*

Avendo deciso di riportare integralmente queste tavole e quasi per intero la lunga e secondo noi abbastanza importante Spiegazione delle tavole sinottiche delle scienze e delle arti, poste alla fine di questa prima parte, *rimandiamo senz'altro il lettore al testo tradotto* [17].

A queste tavole Ampère aggiunge un Carmen mnemonicum, *versione in versi latini delle suddette tavole « onde facilitarne l'apprendimento a memoria », dedicato al figlio Jean Jacques « optimo et carissimo filio ». Ci è certamente lecito sorridere a questa fatica (o divertimento?) del grande Ampère; ma, dopo questo sorriso, dobbiamo tener presente da un lato il clima pedagogico del tempo*

[16] Tra l'altro le ristrettezze finanziarie della figlia Albina e del genero.

[17] Ampère ha inoltre assegnato, quasi precorrendo in certo modo la classificazione bibliografica decimale di cui alla nota 3, un segno caratteristico (lettera o cifra) ad ogni suddivisione. La chiave di questa numerazione è facilmente ricavabile osservando le tavole, anche se Ampère ha ritenuto di doverne dare una lunga spiegazione. Ad esempio $C52$ rappresenta la seconda (2) delle quattro scienze del terzo ordine comprese nella quinta (5) scienza del primo ordine appartenente al terzo (*C*) sotto-regno, ossia la Terpnognosia.

e dall'altro l'ardente desiderio che l'Autore doveva avere che il figlio assimilasse questa sua opera, per la quale lo aveva voluto via via consigliere e partecipe di tutti i suoi dubbi.

Il volume II, che contiene la seconda parte, cioè quella relativa alle scienze noologiche, fu curato, come abbiamo detto, dal figlio Jean Jacques [18]*, sulla base però, secondo quanto questi dice nella breve* Prefazione *o* Avvertenza (*che riproduciamo*), *della stesura originale lasciata dal genitore.*

Jean Jacques ottenne di riportare in questo volume come introduzione due profili di Ampère ad opera rispettivamente di Sainte-Beuve [19] *e di Littré* [20]*. Il primo, già pubblicato in* Critiques et portraits *della « Revue des Deux Mondes », 15 febbraio 1837, consta di una sessantina di pagine, che costituiscono una delle principali fonti sulla vita e sul carattere di Ampère; nel riportarla, per pietà filiale e, secondo noi, anche per amore di giustizia, Jean Jacques ne stralciò un passo, nel quale il Sainte-Beuve lamentava una certa debolezza del grande Ampère di fronte ai potenti* [21]*; di tale omissione*

[18] Jean-Jacques Ampère (1800-1864), professore al Collège de France e membro dell'Académie; instancabile viaggiatore, studiò la maggior parte delle lingue e delle letterature europee. Fu un assiduo frequentatore del famoso salotto di M.me Récamier, con la quale intrattenne una corrispondenza di notevole interesse. Tra le molte sue opere ricordiamo: *Histoire littéraire de la France avant le XII siècle*; *La Grèce, Rome et Dante*; *Histoire romaine à Rome*.

Per quanto riguarda i suoi affettuosissimi rapporti col padre André-Marie, si veda anche l'*Introduzione*.

[19] Charles-Augustin de Sainte-Beuve (1804-1869), è considerato a ragione uno dei creatori della critica letteraria moderna, che egli concepì come ricostruzione del genio particolare di ogni scrittore, dimostrando qualità eccezionali di sensibilità, eleganza ed esattezza. La biografia di Ampère (vedi *Nota bibliografica*) ne è uno splendido esempio.

[20] Emile Littré, critico, filologo e filosofo positivista francese (1801-1881). Dei suoi numerosissimi scritti ci limitiamo a ricordare un importante *Dictionnaire de la langue française* e una *Histoire de la langue française* e il volume *A. Comte et la philosophie positive*; tradusse pure l'*Inferno* di Dante in francese arcaico. Prese parte attiva alla vita politica del suo paese.

[21] In realtà questo giudizio non pare documentabile, anche perché l'attività scientifica di Ampère non gli offrì mai alcuna occasione di attrito con le autorità, civili o religiose; forse il Sainte-Beuve formulò questa critica basandosi su certi atteggiamenti esteriori di Ampère, come il saluto accompagnato sempre da ripetuti inchini e complimenti cerimoniosi, abitudine documentata anche dagli altri biografi, che molto probabil-

il Sainte-Beuve ebbe a lagnarsi più volte. Il secondo profilo, forse meno significativo, per quanto notevole, riguarda Ampère come scienziato.

Ampère, dopo aver classificato tutte le verità che si riferiscono al MONDO MATERIALE, *si accinge ora a « fare un lavoro analogo per le verità relative al* PENSIERO[22], *considerato sia in sé stesso, sia nei segni per mezzo dei quali gli uomini si comunicano le idee, i sentimenti, le passioni, ecc., sia in tutti gli sviluppi che il pensiero assume man mano che le stesse società umane si evolvono. Le divisioni e suddivisioni di queste verità formano le scienze alle quali ho dato il nome di noologiche ». Anche questa seconda parte consta, oltre che di una premessa che riproduciamo, di cinque capitoli, ciascuno di cinque paragrafi: come già abbiamo visto per le scienze cosmologiche, ognuno dei primi quattro capitoli contempla un tipo con le sue suddivisioni in sotto-tipi, scienze del primo, secondo e terzo ordine; il quinto riassume i tipi raggruppandoli nei sotto-regni e nel regno.*

Il capitolo I riguarda le « scienze noologiche che hanno quale oggetto lo studio delle facoltà intellettuali e morali dell'uomo », ossia la psicologia, *l'*ontologia, *l'*etica, *la* telesiologia, *che insieme formano il tipo delle* scienze filosofiche. *Alla psicologia Ampère, come risulta pure da alcune lettere, dà un senso molto più ampio di quello che noi siamo soliti attribuirle: infatti, sulla scia di Biran*[23], *vi comprende, oltre alla* psicografia (*nella quale potremmo identificare la psicologia nel senso attuale*), *la* logica, *la* metodologia, *la* ideogenia (*osservando che l'origine delle nostre idee non proviene soltanto dalle sensazioni secondo quanto sosteneva Condillac*[24] *e*

mente derivava semplicemente dalla sua innata timidezza e dall'educazione « provinciale » da lui ricevuta.

[22] Siamo stati alquanto incerti sulla traduzione della parola *pensée*; avremmo potuto adottare « mente », « intelletto », « spirito umano »; ma ci è sembrato miglior partito attenerci alla traduzione letterale « pensiero » in quanto « facoltà di pensare », ritenendola più vicina all'ampia accezione nella quale Ampère l'ha adottata. Vedi specialmente quanto egli dice in proposito alle pp. 539-540.

[23] Marie-François Maine de Biran (1766-1824), filosofo spiritualista francese, le cui idee ebbero larga influenza sulle concezioni filosofiche di Ampère; sui rapporti del Biran col Nostro e sul suo pensiero si veda quanto abbiamo detto nell'*Introduzione*.

[24] Etienne-Bonnot de Condillac, filosofo francese (1715-1780), fondatore del *sensismo*, secondo il quale ogni conoscenza deriva unicamente dalla sensazione. Fu ritenuto il filosofo ufficiale della Rivoluzione francese.

neppure dalla sensazione e dalla riflessione[25] *secondo quanto sosteneva Locke*[26], *ma anche da altre facoltà*). *Studiato il pensiero umano in sé stesso, si passa ora ai rapporti di questo stesso pensiero con la « realtà degli esseri », all'ontologia. In questa Ampère distingue anzitutto l'*ontotetica, *che si limita a spiegare come scopriamo che esistono realtà diverse da noi stessi, senza indagare sulla natura e sugli attributi di queste realtà; « a differenza di quanto fanno in generale i filosofi », egli ritiene dimostrata l'esistenza della materia e delle sostanze motrici e pensanti, fuori di noi stessi, da quello che chiama la* sintesi inversa, *ossia dall'esame dei risultati delle quattro scienze precedentemente elencate, che presuppongono necessariamente tale esistenza. Viene poi la* teologia naturale, *per mezzo della quale dalle opere del Creatore, le sole che noi possiamo osservare, risaliamo al Creatore; la* iparcologia (ὑπαρκτός = *ciò che esiste, considerato in quanto ha cominciato ad esistere*) *nella quale si studia la* natura *della materia e dell'anima umana; nella lunga spiegazione che ne fa, Ampère prende l'occasione per spezzare una lancia in favore delle teorie fisiche di Newton in contrapposizione a quelle di Cartesio; abbiamo poi la* teodicea, *nella quale si esaminano gli attributi del Creatore, del quale la teologia naturale ci ha mostrato l'esistenza. Il paragrafo terzo del capitolo I è riservato alle « scienze del terzo ordine riferentisi alle azioni e alla condotta degli uomini, ai motivi che le determinano e a tutte le differenze che risultano fra gli uomini dalle differenze dei caratteri, dei sentimenti, delle passioni, ecc. »; all'insieme di queste scienze egli dà il nome di* etica. *Vi distingue la* etografia (*sola descrizione dei caratteri, sentimenti, passioni, ecc.*), *la* fisiognonomia (*arte di conoscere le disposizioni interne dell'animo umano dai caratteri*

[25] Per evitare confusioni con il significato del linguaggio comune, Ampère, seguendo l'esempio di Biran, preferisce la parola *coscienza*, alla parola usata da Locke *riflessione*, per significare il ripiegamento del pensiero su sé stesso, onde acquistare le idee relative alla propria esistenza, ai propri atti, alle proprie facoltà.

[26] John Locke, filosofo inglese (1632-1704), è da ritenersi uno dei fondatori dell'empirismo. Respinge l'esistenza di idee innate e ritiene la origine delle idee dovuta alla *sensazione* a cui sono dovute le qualità oggettive dei corpi (estensione, movimento, ecc.), aiutata dalla *riflessione* dalla quale derivano le qualità soggettive secondarie (colori, suoni, ecc.). Sul senso dato da Locke alla parola riflessione, vedi anche la nota precedente. Opera principale: *Saggio sull'intelletto umano*.

fisici, specialmente secondo gli studi di Lavater[27] *e del dott. Gall*[28]), *la* morale pratica (*basata non sulla nozione assoluta del dovere, ma sull'*« *interesse personale rettamente inteso, sull'ordine stabilito nella società e su quelle opinioni che variano presso i diversi popoli e secondo le diverse epoche della loro civilizzazione* »), *la* etogenia (*che studia le cause delle diversità di caratteri, sentimenti, passioni, ecc.*). *Infine si passa, nel paragrafo quarto, alla considerazione della volontà, del dovere e del fine dell'uomo: la* telesiologia (θέλησις = *volontà*). *Essa si suddivide in* telesiografia (*che cos'è la volontà? problema della libertà, ecc.*), *in* diceologia (*discernimento del giusto dall'ingiusto, da* δίκαιον = *giusto*), *in* morale apodittica (*in contrapposizione alla morale pratica, fissa* « *le leggi del dovere e le regole di condotta che si devono seguire in tutte le circostanze* »), *in* antropotelica: *quest'ultima si riferisce alle verità che riguardano il fine dell'uomo* (τελικός = *relativo al fine*) *dato che l'esame delle varie branche dell'ontologia ci ha portato* « *come conseguenza necessaria alla consolante prospettiva dell'immortalità dell'anima* ».

« *Subito dopo gli studi che abbiamo fatto sul pensiero, considerato in sé stesso, conviene porre quelli che si occupano dei mezzi con i quali l'uomo agisce sul pensiero dei propri simili...* ». *È questo l'oggetto del capitolo II dedicato al tipo delle* scienze nootecniche. *Esse comprendono anzitutto la* tecnestetica (terpnografia[29], terpnognosia, tecnestetica comparata, filosofia delle belle arti), *in quanto Ampère osserva che il mezzo primitivo e più spontaneo per comunicare i sentimenti è quello di servirsi delle figure, di cui la natura ci offre esempi. Le lingue richiedono già dei segni convenzionali; perciò vengono studiate dopo, nel paragrafo II, dedicato alla* glossologia, *articolata nella* lessicografia, *nella* lessiconomia, *nella* glossonomia, *nella* filosofia delle lingue, *i cui significati, dopo quanto sappiamo circa i criteri dell'Autore, non richiedono spiegazioni. Lo studio delle lingue sarà seguìto, nel paragrafo terzo, da quello della* letteratura (bibliografia, bibliognosia, letteratura comparata, filosofia della letteratura). *Qui Ampère si sofferma sulla grande utilità della bibliografia e cerca di rispondere, con argomenti che in realtà non possono molto convincere noi moderni, all'obiezione che* « *una bibliografia che abbracciasse tutte le opere esistenti sarebbe molto superiore alle forze di un solo uomo o anche di una* équipe[30] *di bibliografi* ». *Infine, nel paragrafo quarto, si studiano le scienze che si riferiscono ai mezzi per il miglioramento intellettuale e morale degli uomini, che insieme formano la* pedagogia. *Anzitutto bisogna studiare tutti i metodi ora impiegati, o che sono stati impiegati, per l'istruzione e l'educazione dei fanciulli* (pediografia). *Poi si deve passare allo studio del carattere, dei gusti, delle passioni, delle attitudini dell'allievo, studio necessario per rendere efficaci l'istruzione e l'educazione,* « *al quale sarebbe forse necessario consacrare tutta un'opera a parte, che avrebbe una grande influenza sull'educazione pubblica e privata* »: *è l'oggetto della scienza che Ampère ha chiamato* idioristica (*da* ἴδιος = *particolare, adatto a*). *Vengono poi la* matesionomia *e la* teoria dell'educazione (*quella che oggi chiamiamo propriamente pedagogia*).

Dopo avere esaminato gli uomini, viventi in società, ancora considerati individualmente, *passiamo ora a studiare le società umane in quanto tali; ed ecco le* scienze etnologiche (*cap. III*) *e le* scienze politiche (*cap. IV*). *Le prime, destinate alla* conoscenza *delle società, comprendono: l'*etnologia (etnografia, toporistica *o determinazione dei luoghi*[31], geografia comparata, etnogenia *o origine delle nazioni); l'*archeologia[32], *la* storia, *formata dalla* cronografia *e* cronognosia *riunite nella* diegematica, *dalla* storia comparata *e* filosofia della storia *riunite nella* storia propriamente detta; *la* ierologia *o studio delle diverse religioni, presenti o passate. Per quanto riguarda la storia, sarà bene osservare che Ampère chiama diegematica* (*da* διηγέομαι = *racconto*) *quanto si riferisce alla semplice narrazione degli avvenimenti* (*cronografia*) *e alla loro autenticità* (*cronognosia*), *mentre riserva il nome di storia propriamente detta, comprendente la storia comparata e la* filosofia della storia, *allo studio critico degli avvenimenti storici, alla ricerca delle loro cause, specie di quelle proprie del particolare*

[27] Johann Kaspar Lavater, teologo protestante svizzero (1741-1801), noto per avere inventato l'arte di giudicare il carattere dai tratti del viso, arte alla quale egli ha dato appunto il nome di *fisiognomia*.

[28] Franz Joseph Gall, medico tedesco, inventore della cosiddetta *frenologia* (1758-1828).

[29] Da τερπνός = ciò che è gradevole, che piace.

[30] In realtà Ampère usa la parola *réunion* = assemblea, gruppo di più persone.

[31] Ampère precisa: longitudine, latitudine, altitudine sul livello del mare.

[32] Per la suddivisione rimandiamo alle tavole, facendo presente che Ampère riserva il nome di *mnemiologia* alle scienze che descrivono (*mnemiografia*) e interpretano (*mnemiognosia*) i monumenti (da μνεμεῖον = monumento).

carattere di ogni nazione, e alle previsioni che si possono fare sulla loro sorte futura. Nella ierologia si distinguono la ierografia, *la* simbolica, *che spiega il significato dei riti, dei dogmi, ecc. descritti dalla ierografia, la* controversia *o studio comparato dei fondamenti delle religioni, la* ierogenia *o ricerca delle cause e dell'origine delle religioni, non soltanto dal punto di vista storico, ma anche da quello della natura dello spirito umano.*

Finalmente le scienze politiche *sono « le scienze noologiche relative ai mezzi con i quali le nazioni provvedono alle loro necessità, alla loro difesa e a tutto ciò che può contribuire alla loro conservazione e alla loro prosperità ». In primo luogo abbiamo l'*economia sociale, *formata dalla* statistica, *dalla* crematologia, *dalla* cenolbologia comparata, *dalla* cenolbogenia: *le prime due studiano « semplicemente lo stato di ricchezza e di prosperità in cui si trovano le varie nazioni; le altre si occupano di tutto quanto si riferisce alle circostanze, alle condizioni e alle cause di ogni genere, da cui tale stato dipende ». Nulla abbiamo da dire sul breve paragrafo secondo, che tratta l'*arte militare, *se non osservare l'etimologia delle parole* oplografia (*da* ὅπλον = *arma*) *e* oplismatica (*da* ὅπλισμα = *armamento, apparato di guerra*). *Anche per il paragrafo terzo* (nomologia, *che comprende le scienze « relative alle leggi civili e politiche che reggono le società umane ») ci limitiamo a rimandare alla classificazione della tavola. Ma per la conservazione di uno stato, non basta che esso possieda elementi di prosperità interna, forze con le quali respingere gli attacchi esterni, leggi che regolino i rapporti fra i cittadini e fra questi e il governo: « occorre ancora stabilire con le altre nazioni i trattati necessari per il migliore sviluppo della propria industria e per il mantenimento della pace, assicurare la propria indipendenza, garantire la propria dignità, fare eseguire le leggi, prevenire il più possibile i disordini e i delitti e tendere al miglioramento, sotto tutti i rapporti, delle condizioni sociali ». Questo è l'argomento delle scienze che fanno capo alla scienza del primo ordine che Ampère chiama* politica. *Essa comprende l'*etnodicea [33] *e la* diplomazia, *raggruppate nella* sincimenica (*da* συνκείμενα = *trattato, convenzione*), *la* cibernetica (*arte di governare in generale* [34]) *e la* teoria del potere (*studio delle

[33] Oggi la chiameremmo « diritto internazionale ».

[34] Come si vede, la parola *cibernetica*, che letteralmente dal greco significherebbe « l'arte di condurre (governare) una nave », è usata qui in un'accezione molto diversa da quella in cui la si impiega oggi.

cause dell'istituzione delle diverse forme di governo, delle rivoluzioni, ecc.) riunite nella politica propriamente detta.

Il conclusivo capitolo V ci pare assai importante e perciò lo traduciamo quasi integralmente. In tale capitolo Ampère ribadisce la legittimità di aver posto le scienze noologiche dopo quelle cosmologiche e respinge il criterio, da alcuni proposto, di suddividere le scienze in scienze di autorità, di ragione e di osservazione. A titolo di esempio, egli traccia il cammino che il credente deve fare: dalla esistenza e dall'armonia del creato egli risale all'esistenza di Dio, dalla necessità di conoscerne gli attributi e la volontà alla rivelazione. Ma anche indipendentemente da questo, con concezione senz'altro moderna, Ampère mostra come i filosofi si espongano ad inevitabili errori se non conoscono almeno i risultati delle altre scienze e non ne tengono conto.

SAGGIO SULLA FILOSOFIA DELLE SCIENZE

INTRODUZIONE
(di André Marie Ampère ai due volumi)

Considerazioni generali, scopo e piano del lavoro

1. *Sulle classificazioni in generale, sulla loro utilità e su che cosa si deve intendere per classificazione delle conoscenze umane.*

Non appena l'uomo ha acquistato un certo numero di nozioni su un oggetto qualsiasi, è naturalmente portato a disporle in un ordine determinato, per meglio possederle, rintracciarle, e se necessario comunicarle. Questa è l'origine delle classificazioni, le quali non soltanto procurano all'uomo i suddetti vantaggi, ma anche contribuiscono ad aumentare la somma delle sue conoscenze relative ad ognuno degli oggetti di cui si occupa, obbligandolo a considerare tale oggetto sotto diversi aspetti e facendogli scoprire nuovi rapporti che, altrimenti, non avrebbe potuto scorgere.

Già da molto tempo si era compreso quanto potesse essere utile una classificazione generale delle scienze e delle arti; sono noti i lavori fatti a questo scopo da Bacone [1], D'Alembert [2] e tanti altri. Ma questi tentativi non hanno

[1] Il filosofo inglese Francesco Bacone (Francis Bacon, 1561-1624) è troppo noto perché ne dobbiamo dare qui succinte indicazioni: ci interessa soltanto richiamare la sua *Instauratio magna scientiarum*, opera incompiuta con la quale intendeva sostituire l'enciclopedia aristotelica, considerando le scienze dal punto di vista delle applicazioni pratiche.

[2] L'illustre filosofo e matematico francese Jean le Rond d'Alembert (1717-1783), celebre anche per il principio di dinamica che porta il suo nome, fu, come è noto, insieme con Voltaire e Diderot, il fondatore e uno dei maggiori collaboratori della *Encyclopédie*; di questa redasse

avuto il successo che si proponevano per parecchie cause. All'epoca di Bacone non esistevano per nessuna scienza classificazioni fondate sui reali rapporti dei loro oggetti; inoltre non si aveva ancora un'idea di ciò che oggi si chiama classificazione naturale. Coloro che sono venuti dopo Bacone non hanno fatto altro che cercare, come lui, di classificare i gruppi di verità ai quali il capriccio dell'uso aveva dato dei nomi; essi non hanno sentito la doppia necessità di raggruppare in primo luogo tutte le verità in modo razionale e di imporre in secondo luogo nuovi nomi a quei gruppi così formati che non ne avessero ancora. In breve, le classificazioni venivano fatte secondo un principio scelto arbitrariamente. Per esempio, il *Système figuré des connaissances humaines*, che è premesso all'Encyclopédie, si ispira, analogamente a Bacone, al principio di suddividere le scienze in tre rami principali, corrispondenti alle tre facoltà, alle quali, in quell'epoca, si pensava di poter ridurre tutta l'intelligenza umana: la memoria, la ragione e l'immaginazione. Per poter considerare il risultato di questo lavoro come una buona classificazione, bisognerebbe almeno che in uno stesso ramo non fossero comprese scienze disparatissime e soprattutto che quelle che sono realmente vicine per numerose analogie non si trovassero parte in un ramo, parte in un altro.

Invero basta dare uno sguardo al *Système figuré*, per vedere, da un lato, la storia dei minerali, dei vegetali, degli animali, degli elementi, a fianco della storia civile, scienze fra le quali non si vede alcuna reale analogia, mentre la mineralogia, la botanica, la zoologia e la chimica, che si confondono con le prime o ne differiscono tutt'al più per il punto di vista secondo il quale si considerano gli stessi oggetti, si trovano in un altro dei tre grandi rami, insieme alla metafisica, alla logica, alla morale e alla matematica; dall'altro lato, la zoologia è separata dalla botanica dalla interposizione fra queste due scienze dell'astronomia, della meteorologia e della cosmologia, le quali a loro volta sono separate dalle scienze fisico-matematiche dalla zoologia.

molte voci e il *Discours préliminaire*, nel quale segue in fondo la teoria di Bacone sulle origini delle scienze e sui loro reciproci rapporti. A lui sarà dedicato un prossimo volume della presente collezione.

Le classificazioni proposte in séguito da diversi studiosi non presentano forse sempre anomalie così notevoli. Ma tutte offrono degli accostamenti dei quali è difficile scoprire il motivo e separano scienze la cui analogia è evidente. Ad esempio, in una classificazione recentissima si trova la matematica tra la chimica e l'anatomia; la fisica, che ha tanto bisogno della matematica, posta prima di questa, dopo la zoologia e la botanica, dalle quali è separata dalla mineralogia e dalla geologia, legate alla fisica da rapporti molto stretti. Infine l'astronomia, che è ancora più strettamente unita alla matematica, della quale si può quasi dire che sia un'applicazione, si trova al primo posto nella tavola, come la scienza « più semplice e più comprensibile »; ecco quello che l'autore chiama « raggruppare le scienze in famiglie naturali, in modo da passare facilmente dall'una all'altra ed avere poche ripetizioni ».

Fino ad oggi soltanto le classificazioni alle quali si è giunti nella storia naturale, dopo molti tentativi e prove sfortunate, possono sostenere un esame un po' severo; in effetti era naturale che tali classificazioni raggiungessero per prime un certo grado di perfezione, poiché gli oggetti che vi si considerano presentano caratteri determinati con precisione, il cui semplice enunciato è sufficiente per definire i diversi gruppi formati dal naturalista; invece, quando si cerca di mettere ordine nell'immenso complesso di tutte le conoscenze umane, la prima difficoltà che si presenta è quella di sapere con precisione che cosa si deve intendere per *scienza*.

Di solito si distinguono le arti dalle scienze. Questa distinzione è fondata sul fatto che l'uomo nelle scienze *conosce* soltanto, mentre nelle arti *conosce ed esegue*; ma, se il fisico conosce le proprietà dell'oro, quali la fusibilità, la malleabilità, ecc., l'orefice per parte sua deve conoscere i mezzi per fonderlo, batterlo in foglio o tirarlo in fili, ecc.; in entrambi i casi vi è *conoscenza*. Perciò in realtà, quando

si vogliono classificare tutte le verità accessibili alla mente umana, non si dovrebbero fare distinzioni fra le arti e le scienze; tanto le prime quanto le seconde debbono essere comprese in questa classificazione; le arti però vi entrano soltanto per quanto riguarda la conoscenza dei procedimenti e dei mezzi che esse impiegano, astraendo dall'esecuzione pratica la quale dipende dall'abilità dell'artista e non dalla maggiore o minore completezza dell'istruzione che egli ha acquisito, secondo che sia più o meno *dotto* nella sua arte.

Sotto l'aspetto della conoscenza, ogni arte, come ogni scienza, è un gruppo di verità, dimostrate dalla ragione, verificate dall'osservazione o percepite dalla coscienza, che abbiano un carattere comune, carattere che consiste o nel fatto che queste verità si riferiscono a oggetti della stessa natura, o nel fatto che considerano sotto lo stesso punto di vista gli oggetti studiati.

Così la botanica è separata dalla zoologia per la natura degli oggetti a cui queste due scienze si riferiscono; la botanica è invece distinta dall'agricoltura, che pure riguarda i vegetali, in quanto nella botanica essi sono considerati dal punto di vista della semplice conoscenza e nell'agricoltura sotto quello della loro utilità e dei procedimenti che usiamo per moltiplicarli e trarne le sostanze delle quali abbiamo bisogno.

L'agricoltura ci offre un esempio di quei gruppi di verità che si riferiscono ai mezzi di cui ci serviamo per ottenere uno scopo determinato; a tali gruppi si dà il nome di arte, in opposizione alle scienze propriamente dette; ma, per brevità, io li comprenderò sotto il nome generale di scienze, poiché queste due specie di gruppi di verità fanno ugualmente parte del complesso delle nostre *conoscenze*.

Si può dire che nella classificazione di tutte le conoscenze umane il filosofo deve considerare le verità individuali come il naturalista considera le diverse specie di vegetali e di animali. Questi, per classificare i corpi organizzati, dapprima riunisce in generi le specie più vicine, poi accosta in una stessa famiglia i generi che hanno fra loro le maggiori analogie; raggruppa a loro volta le famiglie in ordini, gli

ordini in classi, queste in tipi e i tipi in regni: nello stesso modo il filosofo, con le verità che vuole classificare, deve formare successivamente gruppi di differenti ordini. I gruppi nei quali risulteranno riunite le verità che hanno fra loro i rapporti più intimi corrisponderanno ai generi del naturalista e saranno le scienze dell'ultimo ordine. Esse si riuniranno in scienze dell'ordine immediatamente precedente, come i generi si riuniscono in famiglie. Da queste nuove scienze si formeranno scienze più vaste che corrisponderanno agli ordini adottati nella storia naturale e così di séguito fino a che non si giunga a due grandi divisioni di verità paragonabili al regno vegetale e al regno animale.

Inoltre la classificazione delle specie si compone: 1) della riunione delle specie in generi; 2) della classificazione di questi generi; nello stesso modo la classificazione di tutte le verità che l'uomo può conoscere si comporrà: 1) della riunione di tali verità in scienze dell'ultimo ordine; 2) della classificazione di queste scienze.

Ma se – come è avvenuto per i vegetali, dopoché Bernard de Jussieu [3] ebbe formato le sue famiglie naturali da tutti i generi allora conosciuti – noi avessimo già, riguardo alle conoscenze umane, riunito le verità di cui esse sono costituite in scienze più vaste corrispondenti non ai generi, ma alle famiglie delle piante, non rimarrebbe più che da classificare queste ultime scienze come fece il degno erede [4] del nome e del genio di questo grande botanico quando completò la sua opera classificando le famiglie naturali.

Molte scienze di un certo ordine risultano così comprese in una scienza dell'ordine superiore: la loro distinzione può provenire dal fatto che ognuna di esse abbracci soltanto una parte del complesso degli oggetti studiati da quella dell'ordine superiore, oppure che queste scienze, in certo modo parziali, abbraccino bensì tutto quel complesso, ma ognuna lo studi sotto un punto di vista

[3] La famiglia de Jussieu diede illustri botanici: Bernard nacque a Lione nel 1699 e morì a Parigi nel 1777.

[4] Adrien de Jussieu (1797-1853), pronipote di Bernard.

particolare. Per esempio, riunendo sotto il nome di zoologia tutte le verità relative alla conoscenza degli animali, si dirà nel primo caso che la zoologia comprende la mammologia, l'ornitologia, l'entomologia, ecc.; e nel secondo caso che essa si compone della zoografia, alla quale si è limitato Buffon [5], dell'anatomia animale, oggetto dei lavori di Aubenton [6], dell'anatomia comparata dell'illustre Cuvier [7], ecc.; queste ultime comprendono parimenti tutto il regno animale, ma lo considerano, la prima dal punto di vista delle forme esterne e dei costumi degli animali, la seconda da quello della loro struttura interna, la terza dal punto di vista delle leggi generali di questa struttura, risultanti dal confronto di tutte le varianti che essa presenta.

2. *Distinzione fra le classificazioni naturali e le classificazioni artificiali. Carattere distintivo delle prime e condizioni alle quali debbono soddisfare.*

Vengono distinti due generi di classificazioni: naturali e artificiali. In queste ultime alcuni caratteri, scelti arbitrariamente, servono per determinare il posto di ogni oggetto; vi si fa astrazione dagli altri, cosicché gli oggetti si trovano

[5] George-Louis Leclerc de Buffon, celebre naturalista e uno dei più grandi scrittori francesi (1707-1788); per molti aspetti precorse le scoperte moderne. Scrisse la famosissima *Histoire naturelle* (vedi anche Sezione I, nota 1, p. 57). Anche a lui verrà dedicato un prossimo volume della presente collezione.

[6] Louis-Jean-Marie d'Aubenton (1716-1800), celebre naturalista francese, fu professore di zoologia e storia naturale al Collège de France e all'Ecole Normale. Si occupò soprattutto di acclimatazione; in questo passo Ampère fa riferimento alla sua collaborazione all'*Histoire naturelle* del Buffon per la parte riguardante le descrizioni anatomiche dei mammiferi.

[7] Georges-Léopold Cuvier (1769-1832), anch'egli celebre naturalista e professore al Collège de France. Partendo dalle due leggi, da lui formulate, della « subordinazione degli organi » e della « correlazione delle forme », fondò l'anatomia comparata e la paleontologia. Sostenitore della fissità delle specie e delle cosiddette « rivoluzioni del globo » combatté vivamente le posizioni di Saint-Hilaire e di Lamark sull'evoluzione; alla polemica, come abbiamo visto nell'*Introduzione*, prese parte anche Ampère, schierandosi contro Cuvier.

raggruppati o separati nel modo più bizzarro. Nelle classificazioni naturali, invece, si considerano congiuntamente tutti i caratteri essenziali degli oggetti di cui ci si occupa, discutendo l'importanza di ciascuno di essi; i risultati di questo lavoro vengono adottati solo se gli oggetti che presentano le maggiori analogie si trovano sempre accostati ed i gruppi dei diversi ordini formati si trovano essi pure tanto più vicini quanto più simili sono i caratteri da essi presentati, dimodoché vi sia sempre una specie di passaggio più o meno marcato da un gruppo a quello che lo segue.

Per il fatto stesso che le classificazioni artificiali sono basate su caratteri scelti arbitrariamente, se ne possono immaginare quante se ne vuole. Ma questi diversi sistemi, che si succedono e si eliminano come le onde del mare, sono ben lungi dal contribuire al progresso delle scienze e servono troppo sovente a creare una deplorevole confusione. Il loro principale inconveniente è di portare coloro che li seguono ad esaminare negli oggetti soltanto ciò che si riferisce al sistema di classificazione da loro adottato. In tal modo i discepoli di Linneo [8] spesso tenevano conto nelle loro descrizioni dei vegetali e degli animali soltanto dei caratteri contemplati nel sistema del loro maestro. Invece le classificazioni naturali, proprio perché si valgono di tutti i caratteri che gli oggetti presentano, esigono che se ne considerino tutti gli aspetti, se ne studino tutti i rapporti, conducendo così alla conoscenza più completa raggiungibile dall'uomo.

Questa stessa necessità di studiare a fondo gli oggetti di cui ci si occupa fa sì che, man mano che si scoprono nuovi rapporti, sia necessario modificare le classificazioni, avvicinarle sempre più alla perfezione che esse potrebbero raggiungere soltanto se l'uomo conoscesse tutto quanto si riferisce agli oggetti classificati. Non deve dunque fare meraviglia il fatto che io, impegnato da tre anni in una

[8] Nome italianizzato di Carl von Linné, celeberrimo naturalista svedese (1707-1778). Si occupò della classificazione sistematica degli elementi della natura, in particolar modo dei vegetali: introdusse la denominazione scientifica latina tuttora in uso; opere principali: *Genera plantarum*, *Systema vegetabilium*.

classificazione naturale delle scienze, vi abbia apportato numerosi cambiamenti. Sarebbe affatto inutile che io tentassi di riportare qui tutte le ragioni che mi hanno obbligato ai diversi cambiamenti.

Giudicherà il lettore se, classificando tutte le verità che costituiscono le nostre conoscenze, io sia giunto a disporle in modo che ognuna di esse sia il più vicino possibile a quelle con le quali ha maggiore analogia e se io abbia soddisfatto le altre condizioni che sono particolarmente inerenti alla classificazione naturale delle scienze, e che esporrò tra breve. Mi limiterò qui ad osservare come il cammino di chi cerca di fare una classificazione veramente naturale differisca da quello seguìto dall'autore di una classificazione artificiale. Quest'ultimo, padrone dei caratteri che egli stesso ha stabilito, sceglie anzitutto quelli delle prime divisioni e poi quelli secondo cui formare le suddivisioni successive; l'altro, invece, deve cominciare dalle ultime suddivisioni, comprendenti individui meno numerosi, le cui analogie sono più evidenti e più facilmente determinabili. Riunendo le suddivisioni che sono più vicine, egli stabilisce le divisioni dell'ordine superiore e così giunge soltanto in ultimo alle grandi divisioni, dalle quali il primo era partito. Soltanto dopo questo lavoro, egli deve cercare di determinare i caratteri con i quali definirà ogni gruppo, così come soltanto dopo la distribuzione in famiglie fatta da Bernard de Jussieu dei generi già formati da Linneo e dai suoi precedessori, ci si occupò della classificazione di queste famiglie e si cercò nel numero dei cotiledoni, nell'inserzione degli stami, nella presenza o nell'assenza della corolla le caratteristiche secondo le quali si sarebbero dovuti definire i gruppi contenuti in quella classificazione.

3. *Carattere particolare della classificazione naturale delle scienze. Dell'ordine generale che si deve seguire.*

Secondo quanto abbiamo detto sopra, i due mezzi principali per caratterizzare una scienza e per fissare i limiti che la separano da tutte le altre sono, da un lato, la natura

degli oggetti studiati, e dall'altro il punto di vista sotto cui gli oggetti stessi vengono considerati. Soltanto combinando questi due mezzi di definizione e di classificazione, si può sperare di trovare l'ordine in cui essi si concatenano più naturalmente e di riunirli in gruppi di differenti ordini secondo le loro reali analogie.

A prima vista sembrerebbe necessario soltanto consultare la natura degli oggetti; senonché le verità che si devono classificare, pur essendo riferite agli oggetti, sono concepite dall'intelligenza umana: le scienze sono fatte dall'uomo e per l'uomo, donde la necessità di tener presente i diversi punti di vista, cui abbiamo accennato. Anche per questo si hanno due tipi di caratteri, dai quali si può riconoscere se una classificazione generale delle conoscenze umane sia veramente naturale; mentre si ha un solo tipo di caratteri, quelli che dipendono dalla natura degli oggetti, quando si tratta di classificare gli esseri in sé stessi.

Quanto alla prima specie di carattere, si vedrà che le scienze sono effettivamente classificate come devono esserlo quando, eccetto il caso in cui la natura stessa della scienza esiga una distribuzione diversa, i gruppi, che si saranno formati con le verità di cui si compongono, corrisponderanno ai gruppi che si saranno formati con gli oggetti stessi, se si tratta soltanto della classificazione di questi ultimi, e quando l'ordine nel quale questi gruppi sono sistemati corrisponde pure all'ordine naturale degli oggetti. Ma, riguardo alla seconda specie di caratteri, bisognerà inoltre che si trovino in generale riunite in uno stesso gruppo le scienze di cui si occupano gli stessi uomini, indicando ciò una reale analogia tra loro. Perciò bisognerà anche che esse siano disposte in un ordine tale per cui un uomo che volesse percorrere tutta la serie le trovi disposte le une di séguito alle altre, in modo che, seguendole in questo ordine, non abbia mai bisogno, almeno per quanto è possibile, di ricorrere, per lo studio di una scienza, ad altre conoscenze all'infuori di quelle che egli avrà acquisito studiando le scienze precedenti. Soddisfare a tale condizione significa procedere nei riguardi delle scienze come ha fatto il sig. de Jussieu nei

riguardi dei vegetali, iniziando l'ordine naturale da quelli la cui struttura è più semplice per risalire gradualmente a quelli la cui struttura diventa sempre più complicata. In séguito si è stimato preferibile invertire l'ordine, cominciando dagli ultimi. Entrambi i metodi possono essere seguìti quando si tratta della classificazione naturale degli esseri organizzati; ma essi non si equivalgono quando si vogliono classificare le conoscenze umane; infatti, cominciando dalle scienze che si fondano su un minor numero di idee e di princìpi, lo studioso, per comprendere successivamente ognuna di esse, necessita soltanto di conoscenze che ha già acquisito; invece, se volesse cominciare dalle più complicate, dovrebbe continuamente ricorrere a conoscenze che ancora non ha.

Sono stato guidato da questa idea nei primi tentativi del mio lavoro, prima ancora di poter supporre lo sviluppo che avrebbe preso. Vidi allora che in ogni classificazione veramente naturale delle scienze si deve cominciare da quelle che di solito vengono riunite sotto il nome di matematiche; infatti queste scienze, in paragone alle altre, si compongono di un piccolo numero di idee che derivano tutte dalle nozioni di grandezza, estensione, movimenti e forze, e possono venire studiate senza nulla richiedere alle altre scienze.

Alle scienze matematiche debbono far séguito quelle che si occupano delle proprietà inorganiche dei corpi, in quanto queste scienze, come è noto, non devono ricorrere ad altro che a quelle matematiche. Poi si devono porre tutte le scienze che studiano gli esseri viventi, poiché il naturalista e il medico hanno spesso bisogno di ricorrere alle scienze matematiche e fisiche; mentre il matematico non ha mai, e il fisico rarissimamente, bisogno di richiedere qualche dato alle scienze naturali.

Il complesso di queste scienze, le quali ci fanno conoscere il mondo e gli esseri organizzati che lo abitano, racchiude soltanto metà delle verità che dobbiamo classificare; infatti fra gli esseri organizzati che popolano la superficie della terra, ve ne è uno che ci deve interessare e occupare, da solo, quanto tutto il resto dell'universo: l'uomo stesso, il cui

studio è per noi importantissimo. Di qui tutta la serie delle scienze filosofiche, morali e politiche.

Lo studio dell'uomo deve venire dopo quello del mondo e della natura; invero, come ci serviamo dell'occhio senza conoscerne la struttura e il modo in cui avviene la visione, così il matematico, il fisico, il naturalista, possono nei loro lavori fare a meno dello studio filosofico delle facoltà che essi usano per misurare l'universo, per osservare e classificare i fatti relativi a tutti gli esseri che esso contiene. Invece il filosofo troverà nella conoscenza, almeno generica, delle scienze matematiche, fisiche e naturali, materia per studiare le facoltà della mente umana, di cui queste scienze stesse sono il migliore prodotto; di qui si vedono i metodi che hanno portato la mente umana alla scoperta di tutte le verità di cui le scienze si compongono. Del resto, nelle ricerche sulla natura delle facoltà intellettuali e morali dell'uomo, quanto ausilio si deve trarre dalla conoscenza fisiologica della nostra struttura, che appartiene alle scienze naturali!

È ora il momento di studiare i mezzi con i quali gli uomini si trasmettono i loro pensieri, i loro sentimenti, le loro passioni, ecc. Qui viene a collocarsi lo studio delle lingue, della letteratura e delle arti liberali, comprendendo fra queste ultime, in un posto a parte, prima fra tutte, quella di istruire gli uomini guidandoli fin dalla loro giovinezza nella via della virtù e della scienza. Senza dubbio il filosofo ha bisogno del linguaggio per fissare le sue idee, per determinare i rapporti esistenti fra queste e i segni che le rappresentano; ma egli ne fa uso come fa il matematico dei metodi di ragionamento, senza cioè che sia necessario che né l'uno né l'altro abbiano esaminato la natura degli strumenti dei quali si servono. Invece non ci si può applicare ad uno studio approfondito dei mezzi con i quali l'uomo comunica ai suoi simili pensieri, sentimenti, passioni, ecc., senza conoscere le sue facoltà intellettuali e morali, i diversi sentimenti che egli può provare, il modo in cui egli acquista e combina le sue idee, ecc.

Allo studio delle lingue, delle lettere e delle arti liberali deve seguire lo studio delle società umane e di tutto quanto

si riferisce sia ai fatti relativi alla loro esistenza passata o attuale, sia alle istituzioni che li governano.

Così si realizza il particolare carattere, di cui abbiamo già parlato, del passaggio da ciascuna scienza a una scienza vicina. Invero, come non vedere l'analogia esistente fra le scienze matematiche e quelle relative alle proprietà inorganiche dei corpi? Fra queste scienze e quelle che hanno per oggetto gli esseri organizzati, fra queste ultime e lo studio delle facoltà umane? Infine non è parimenti evidente il legame da questo studio a quello delle lingue, della letteratura e delle arti liberali, e da queste ultime alle scienze sociali?

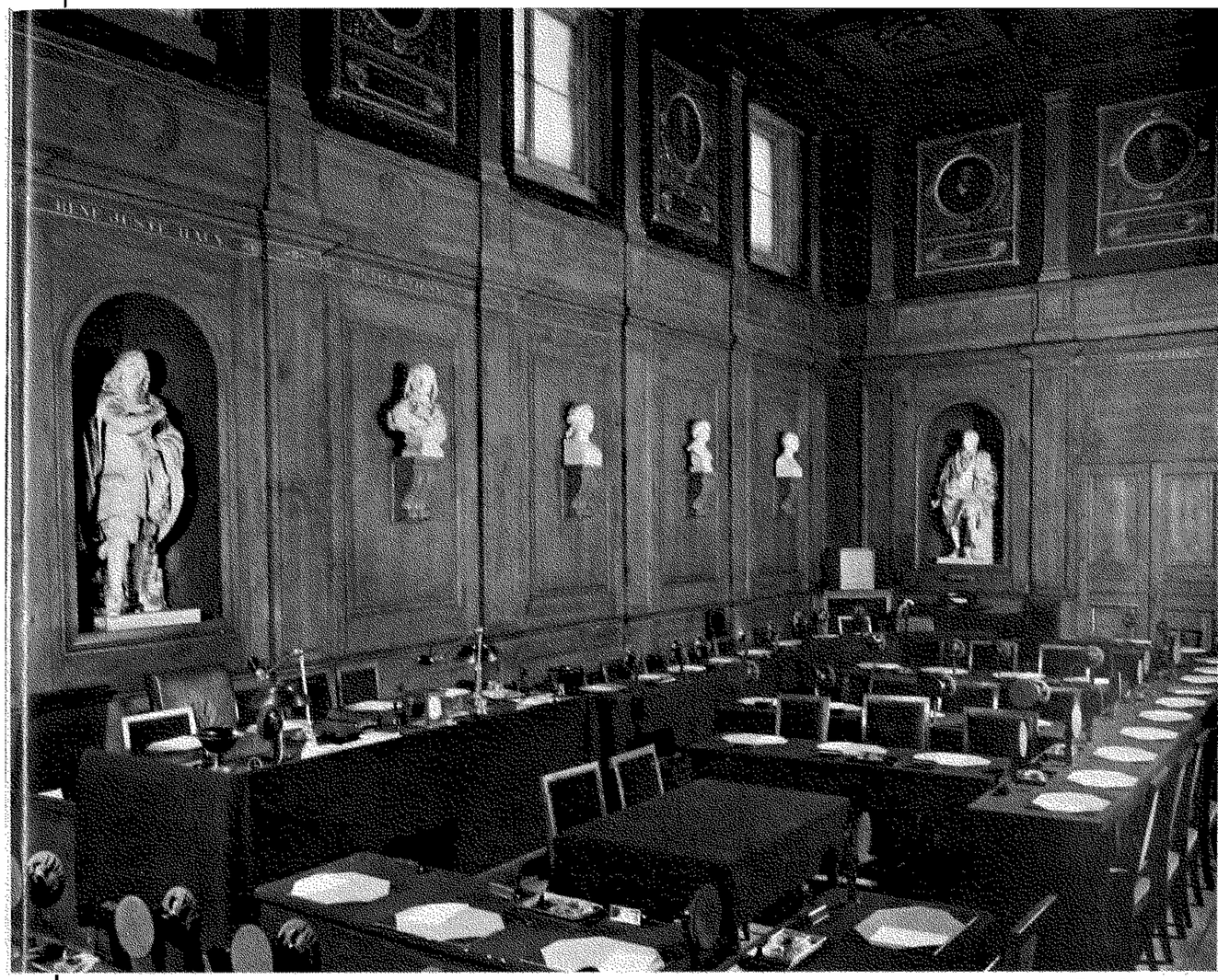
4. *Vantaggi di una classificazione naturale delle conoscenze umane.*

I numerosi tentativi che sono stati fatti fino ad oggi per classificare le scienze provano quanto sia sentita l'importanza di una simile classificazione. Ho detto sopra per quale motivo questi tentativi abbiano avuto in generale poco successo e perché non siano serviti al progresso delle scienze. Ma non si dovrà dire altrettanto di una classificazione fondata sulla natura stessa delle cose e dell'intelligenza umana; essa presenterebbe grandi vantaggi, molti dei quali colpiscono a prima vista.

Tutti comprendono che una classificazione veramente naturale delle scienze dovrebbe servire di modello per fissare convenientemente le divisioni in classi e sezioni di una società di scienziati che si suddividessero la totalità delle conoscenze umane e volessero che scienze matematiche, fisiche, morali e politiche, storia, procedimenti delle arti, ecc., tutto fosse incluso nei loro lavori.

Analogamente chi non vede che la disposizione più conveniente di una grande biblioteca e lo schema migliore di una bibliografia generale [9] oppure di un catalogo di libri più limitato sarebbe ancora il risultato di una buona classifi-

[9] Vedasi alla nota 3, p. 468 come questa idea di Ampère stia realizzandosi ai giorni nostri.



AMPÈRE.

Fot. Giraudon

La sala dell'Accademia delle Scienze a Parigi.

cazione delle nostre conoscenze? e che spetterebbe a questa di indicare la migliore distribuzione delle materie di insegnamento e il numero dei corsi, tanto negli istituti destinati all'istruzione primaria quanto nelle scuole superiori?

Se poi si volesse comporre un'enciclopedia veramente metodica, nella quale tutti i rami delle nostre conoscenze fossero concatenati in uno o più dizionari, invece di essere dispersi in ordine alfabetico, non risulterebbe il progetto di questo lavoro già completamente tracciato in una classificazione naturale delle scienze? Quale vantaggio per l'autore di poter evitare la confusione e le ripetizioni e per il lettore di trovare le scienze graduate in modo tale che egli non avesse mai, per quanto possibile, bisogno, per comprendere le scienze che studia, di ricorrere a quelle che vengono dopo!

Vi sono altri vantaggi, forse meno appariscenti, ma non meno reali. Si sa come, in generale, le scienze si sono formate: troppo spesso il caso ha determinato la loro formazione. Coloro che hanno cercato di riunire le verità relative ad un oggetto per formarne delle scienze, non sempre hanno saputo o comprendere tutto quest'oggetto o limitarvisi; raramente hanno pensato di cercare i rapporti delle verità, delle quali si occupano, con l'insieme delle conoscenze umane. Da ciò deriva che molte scienze hanno limiti mal tracciati; ad esempio, per separare l'algebra dall'aritmetica, invece di attenersi al carattere essenziale basato sulla natura stessa delle operazioni, che in realtà cambia soltanto quando si giunge alle equazioni, si è tenuto presente un carattere artificiale, la differenza dei segni con i quali le grandezze sono rappresentate. Analogamente, la cristallografia è stata poco a proposito associata alla mineralogia; infatti, riguardando tutti i corpi, tanto prodotti dalla natura quanto dall'arte, che presentano forme determinate, essa è una scienza puramente geometrica, che si applica alla mineralogia, limitata ai corpi che la natura ci offre già formati, soltanto come le altre branche della matematica si applicano alle scienze fisiche e naturali. Quanto poi alla mineralogia, che l'uso unisce alla botanica e alla zoologia sotto il nome di storia naturale, in realtà dovrebbe essere considerata soltanto una parte

della geologia [10], come mi riprometto di far vedere a suo tempo; nelle scienze mediche i limiti che separano le diverse parti sono stati fissati arbitrariamente e qualche volta perfino completamente ignorati; per esempio si è giunti fino a ritenere la materia medica e la terapeutica come una sola scienza, quasi che conoscere le proprietà generali dei medicamenti fosse la stessa cosa che saperli applicare convenientemente ad ogni malattia. La confusione diventa ancora maggiore nelle scienze filosofiche: i diversi nomi dati alle loro suddivisioni sono stati presi in accezioni molto differenti a seconda dei diversi sistemi degli autori; dimodoché, ad esempio, una scienza che secondo alcuni è un ramo di un'altra, diventa, per altri filosofi, la scienza generale a cui questa appartiene.

Si vedrà, quando parlerò delle scienze mediche e filosofiche, il modo in cui ho circoscritto ogni divisione ed i motivi che mi hanno determinato nella scelta dei caratteri distintivi per mezzo dei quali le ho definite. Chi si accinge a fare una classificazione generale delle conoscenze umane deve spaziare in certo qual modo sopra questo vasto complesso, sceverarne le parti, assegnare a tutte il loro posto e i loro limiti reali; se egli è così fortunato da essere all'altezza di così grande impresa, farà un lavoro veramente utile, nel quale il lettore potrà vedere chiaramente l'oggetto e l'importanza relativa di ogni scienza e gli ausilii che esse si porgono mutuamente.

È quanto mi sono studiato di fare; affinché si possa apprezzare il mio lavoro, o per lo meno prima che si condannino le riforme che ho creduto necessario introdurre sia nei nomi delle scienze, sia nelle divisioni che ho stabilito fra di esse, desidero che il lettore abbia la bontà di soppesare i motivi che mi hanno determinato a proporli.

Se nell'insegnamento pubblico si accogliesse una distribuzione più naturale delle scienze, si contribuirebbe certamente a renderlo più metodico ed anche più facile da com-

[10] Il testo francese (p. 20) dice *zoologie*, ma trattasi ovviamente di un errore di stampa, come risulta dalle successive spiegazioni (pp. 88-89).

prendere. Se io ho raggiunto il mio scopo, chi si proponesse di fare un corso su una parte qualunque delle conoscenze umane o di esporla in un trattato, troverebbe nel modo in cui ho diviso le scienze del primo ordine in scienze del secondo e del terzo ordine una specie di piano già fatto per disporre nell'ordine più naturale le materie che egli deve trattare nel suo corso o nel suo lavoro. Se egli volesse abbracciare tutto il complesso di una scienza del primo ordine, vedrebbe che deve distribuirlo in tante parti separate quante essa ne contiene del terzo. Se invece volesse limitarsi a una scienza del secondo, le scienze del terzo ordine che vi sono racchiuse darebbero ancora una divisione naturale del suo lavoro. Ma la migliore distribuzione delle scienze sarebbe utile soprattutto in quegli istituti nei quali l'insegnamento superiore è ripartito fra molti singoli professori, per il fatto che non si ometterebbe nulla ed ogni corso verrebbe contenuto nei suoi limiti naturali.

Il presente lavoro non è che il programma di un trattato più completo di matesiologia che avrei pubblicato al posto di questo *Saggio* se avessi avuto il tempo di scriverlo. Avrei allora avuto cura, parlando di ogni scienza, di non limitarmi a darne un'idea generale; mi sarei dedicato a far conoscere le verità fondamentali sulle quali ogni scienza riposa, i metodi che conviene seguire, sia per studiarla, sia per farle fare nuovi progressi, quelli cioè che si possono sperare secondo il grado di perfezione che essa ha già raggiunto; avrei segnalato le nuove scoperte, indicato lo scopo ed i principali risultati dei lavori degli uomini illustri che se ne occupano; e qualora due o più opinioni sulle basi stesse della scienza dividessero ancora gli scienziati, avrei esposto e messo a confronto i loro sistemi, mostrata l'origine dei loro dissensi e fatto vedere come si possa conciliare quanto questi sistemi offrono di incontestabile.

Ho tentato di fare ciò al Collège de France, ove, incaricato del corso di fisica, ho sentito la necessità di mostrare i rapporti di questa scienza con le scienze vicine. Il grande interesse che questi accostamenti presentano mi ha portato più lontano ed ho così concepito il progetto di un corso o

di un'opera speciale, della quale pubblico qui soltanto uno schema, ma che, se esistesse, non sarebbe certo senza influenza sugli ulteriori progressi delle scienze.

Colui che si interessasse a tali progressi e che, pur non accarezzando il proposito insensato di conoscere tutte le scienze a fondo, volesse tuttavia avere di ciascuna un'idea sufficiente per comprendere lo scopo che si propone, le basi sulle quali si fonda, il grado di perfezione raggiunto, i grandi problemi che ancora rimangono da risolvere, per potere poi, con tutte queste nozioni preliminari, farsi un'idea esatta dei lavori attuali degli scienziati, delle grandi scoperte che hanno dato lustro al nostro secolo, di quelle che si stanno preparando, ecc.; questo amico delle scienze potrebbe trovare nel corso o nel lavoro di cui parlo di che soddisfare il suo doppio desiderio.

Potrebbe poi, anche senza studi speciali, interessarsi parimenti alle discussioni che dividono le diverse scuole nella storia naturale, nella medicina, nella filosofia, nella letteratura, nella politica, ecc., comprendere ed apprezzare fino ad un certo punto quanto ascoltasse in una seduta accademica, quanto leggesse su un giornale o nel resoconto dei lavori di una società scientifica e, quando avesse la fortuna di trovarsi con quegli uomini che più hanno brillato nelle scienze, trarre maggior frutto dalle loro conversazioni istruttive e profonde.

Infine i membri stessi di questa società, spesso estranei ai lavori dei loro confratelli, potrebbero forse compiacersi di trovare nel lavoro di cui parlo tutto quanto fosse loro necessario per ascoltare con maggior interesse le dotte comunicazioni dei membri, sia di quelli della propria classe, sia soprattutto di quelli di una classe diversa.

5. *Piano del presente lavoro.*

Se, per condurre il lettore ai risultati ai quali sono giunto, volessi tracciare qui la via che io stesso ho seguìto, offrirei soltanto un caos di tentativi inizialmente infruttuosi e di

frequenti ritorni sui miei passi. Tuttavia devo a ciò avvicinarmi quanto più mi è possibile per presentare le mie idee nell'ordine più naturale. Ecco perciò il cammino che ho percorso.

Anzitutto mi occuperò dei gruppi formati da verità che, rassomigliandosi tanto per la natura degli oggetti quanto per il punto di vista sotto cui essi sono considerati, mi sembrano corrispondere alle famiglie naturali dei vegetali e degli animali. A questi gruppi darò il nome di scienze del terzo ordine.

a) Esaminerò successivamente queste scienze: le definirò indicando l'oggetto al quale si riferiscono e il punto di vista secondo il quale l'oggetto viene considerato; quando il limite fra una di queste scienze e le scienze vicine non risulterà immediatamente da tale indicazione, insisterò sui caratteri secondo i quali il limite deve essere tracciato. In questo caso, quando l'uso avesse stabilito una distinzione che non mi sembrasse fondata sulla natura delle cose, esporrò i motivi che mi hanno determinato a cambiarli.

b) Ma se io percorressi così, senza interruzione, tutta la serie delle scienze del terzo ordine, offrirei al lettore soltanto una enunciazione senza fine che gli farebbe perdere di vista i rapporti che voglio fargli afferrare. Quando avrò esaminato tutte le scienze del terzo ordine relative ad uno stesso oggetto speciale, considerato sotto tutti i punti di vista, mi fermerò un momento per formare, dal loro insieme, una scienza del primo ordine. Poiché, fra le scienze del terzo ordine, comprese in una scienza del primo, alcune conterranno verità che si trovano per mezzo di uno studio diretto degli oggetti considerati in sé stessi, altre conterranno verità che risultano dall'osservazione e dal confronto dei mutamenti che questi medesimi oggetti subiscono in luoghi diversi e in tempi diversi, osservazione e confronto da cui si deducono le leggi che conducono alla scoperta delle cause dei fatti osservati, dividerò ogni scienza del primo ordine in due scienze del secondo, fra le quali si suddivideranno le scienze del terzo ordine, comprese in quelle del primo: l'una per così dire

elementare, l'altra tale da fornire sull'oggetto in parola le conoscenze più approfondite a cui l'uomo sia potuto giungere.

Per continuare a riferire la mia classificazione delle scienze a quelle ben note dei vegetali e degli animali, dirò che nella mia classificazione le scienze del primo ordine corrispondono alle classi e quelle del secondo ordine alle divisioni intermedie tra classi e famiglie a cui Cuvier nella sua tavola del regno animale ha dato il nome di *ordini*.

Quantunque ogni scienza del primo ordine abbia il suo oggetto speciale, si può considerare tale oggetto come un semplice punto di vista di un oggetto più generale; in questo caso tutte le scienze del primo ordine relative ad uno stesso oggetto generale formeranno un gruppo più esteso di verità e i gruppi così composti corrisponderanno ai tipi che quel grande naturalista ha stabilito tra i regni e le classi.

a) Ma, per riunire in tipi le scienze del primo ordine, non basta che esse siano determinate dalle definizioni individuali delle scienze del terzo ordine che esse comprendono; bisogna che siano definite esse stesse indipendentemente dalle scienze che racchiudono, che i loro caratteri propri siano tracciati e che i limiti che le separano dalle scienze vicine siano fissati con precisione. Mi occuperò anzitutto di questo còmpito.

b) Poi, allo scopo di non incappare nell'inconveniente che ho già segnalato a p. 501, dopo che avrò esaminato le scienze del primo ordine relative ad uno stesso ordine generale, mi fermerò un momento per operare la loro riunione in *tipi*.

Un *tipo*, secondo me, risulterà da tutte le scienze del primo ordine che si riferiscono ad uno stesso oggetto generale considerato da tutti i punti di vista possibili. Ma, poiché vedremo che si hanno, da un lato, scienze nelle quali l'oggetto generale viene considerato in sé stesso e dall'altro scienze nelle quali l'oggetto è considerato nei suoi rapporti di mutamento e di causalità, ne segue che ogni tipo dovrà essere suddiviso in due sotto-tipi, fra i quali si distribuiranno le diverse scienze del primo ordine relative ad uno stesso oggetto.

Infine, poiché tutte le verità che l'uomo può conoscere si riferiscono in definitiva a due oggetti ancor più generali, il MONDO naturale e il PENSIERO:

A) mi occuperò anzitutto dei tipi relativi al primo di questi grandi oggetti, per classificarli, definirli, e fissare con caratteri precisi i limiti che li separano gli uni dagli altri;

B) quando avrò passato in rivista tutti questi tipi, li riunirò in un gruppo di ordine superiore, a cui darò il nome di regno delle SCIENZE COSMOLOGICHE, da χόσμος, *mondo*, e λόγος, *discorso, conoscenza*.

Adotterò poi un analogo procedimento per i tipi delle scienze relative al pensiero umano, alle società che l'uomo ha formato sulla terra, alle istituzioni che le reggono, ecc. e otterrò così un secondo gruppo di verità al quale darò il nome di regno delle SCIENZE NOOLOGICHE, da νόος, *pensiero*; ammettendo, con i filosofi delle scuole più opposte, da Descartes a Condillac, che la parola *pensiero* comprenda nella sua accezione tutte le facoltà dell'intelletto e tutte quelle della volontà.

Ciascuno di questi regni sarà a sua volta diviso in due sotto-regni. Le scienze cosmologiche conterranno nel primo sotto-regno tutte le verità relative al complesso inorganico del mondo e nel secondo tutte quelle che si riferiscono agli esseri organizzati. Il primo sotto-regno delle scienze noologiche avrà come oggetto lo studio del pensiero e dei mezzi con i quali gli uomini comunicano le loro idee, i loro sentimenti, le loro passioni; mentre il secondo si occuperà delle società umane e delle istituzioni che le reggono.

A questo punto osserverò che la determinazione dei diversi punti di vista sotto i quali un oggetto, particolare o generale, può essere studiato, dà origine a considerazioni che conferiscono maggior chiarezza alla mia classificazione. Esse legano tra loro tutte le parti, ne fanno cogliere i rapporti e la mutua dipendenza e ne sono in certo modo la chiave. Ma, essendo questa classificazione indipendente da tali considerazioni, poiché era già quasi finita quando mi sono accorto che esse si potevano dedurre, le ho relegate alla fine di ogni paragrafo, sotto il titolo di *osservazioni*, e stampate

in carattere più piccolo, per avvisare il lettore che non sono indispensabili all'intelligenza del resto del mio lavoro.

Nella mia classificazione io sono disceso soltanto fino alle scienze che mi sembrano corrispondere alle *famiglie* dei naturalisti. Se avessi tentato di giungere fino a ciò che potrebbe corrispondere ai *generi* e *sotto-generi* delle verità, se avessi, per esempio, diviso la zoologia in tante scienze differenti quanti sono i *tipi* o le *classi*; se, nella storia, avessi voluto perseguire tutte le divisioni possibili, quelle delle diverse epoche e dei diversi paesi e giungere fino alla storia speciale di una piccola contrada, di una città, di una istituzione, di una scienza, di un uomo, ecc., mi sarei perduto in un'infinità di particolari senza alcun reale vantaggio.

Devo ancora richiamare l'attenzione del lettore su un punto: i nomi con i quali ho designato le scienze dei diversi ordini. Lungi dall'idea di cercare nella desinenza dei nomi che ho adoperato una simmetria sempre conforme alle divisioni della classificazione, che non avrebbe indicato nulla più di quanto esprimano le divisioni stesse, ho fatto in modo, quando sono stato obbligato a stabilire denominazioni nuove, di indicare, mediante la scelta delle parole, i mutamenti che subiscono, con la natura degli oggetti, i caratteri stessi sui quali si fonda la mia classificazione. Tutte le volte che i nomi consacrati dall'uso si accordavano con i limiti che io avevo giudicato necessario assegnare alle diverse scienze, li ho religiosamente conservati; quando un autore, essendosi proposto non di abbracciare tutto il complesso di una scienza, ma di trattarne solo una parte, ha dato a questa parte il nome che sarebbe convenuto al complesso e quando l'uso, adottando questo nome, ha consacrato questa restrizione, spesso poco razionale, ho creduto che fosse ancora miglior cosa conservare questo nome, estendendone il significato, piuttosto che immaginarne uno nuovo. Ma quando mi sono imbattuto in scienze ancora senza nome e per le quali la nostra lingua non mi forniva alcuna perifrasi per designarle, sono stato costretto a darglielo, così come Linneo, Bernard de Jussieu e tutti gli autori di qualsiasi classificazione sono stati obbligati a fare per le diverse divisioni,

classi, ordini, famiglie che stabilivano. Si è visto nella *Prefazione* secondo quali princìpi io abbia derivato i termini nuovi dalla lingua greca; quanto alle scienze stesse alle quali ho dato questi nomi, non mi lusingo affatto di averle inventate; esse esistevano già nella realtà, poiché la maggior parte erano state oggetto di numerosi lavori; tanto per citare un esempio, prima che io avessi dato il nome di « cinematica » alla scienza che chiamo così, non si trovava già essa, almeno in parte, in quanto ha scritto Carnot sul moto geometrico e nel trattato sulla composizione delle macchine di Lanz e Bétancourt [11]?

Non esistendo ancora un trattato completo su quella scienza e su parecchie altre, forse mi si sarà grati di avere indicato lacune da colmare, lavori da intraprendere o da finire; e, se potessi credere a un presentimento che mi è caro, potrò forse indirettamente dare origine a nuovi lavori speciali che non potrebbero mancare di diffondere sempre più le scienze e i loro effetti salutari; ciò ai miei occhi non sarebbe certo il minimo dei meriti della matesiologia. Con questo nome, formato dalla parola greca μὰθησις, *insegnamento*, ho designato nella mia classificazione una scienza di cui la classificazione stessa è il principale oggetto; essa si propone non soltanto di classificare tutte le conoscenze umane come i naturalisti classificano i vegetali e gli animali, ma anche di dedurre dai loro mutui rapporti le leggi generali del modo in cui debbono essere insegnate, affinché chi le studia possa trarre un giorno da quanto ha appreso il massimo vantaggio, affinché la sua intelligenza nel tempo stesso che si arricchisce si fortifichi, e affinché egli impari a dedurre dalle scienze che avrà coltivato tutte le applicazioni che potrà aver occasione di farne. Soltanto dopo avere a lungo meditato sulla natura e sui mutui rapporti delle nostre conoscenze, si può rettamente giudicare dei vantaggi e degli

[11] La grafia esatta è Béthencourt (Agostino Béthencourt y Molina, nato a Teneriffa [Spagna] nel 1760, morto a Pietroburgo nel 1826, ingegnere militare spagnolo, si rifiutò di riconoscere il governo napoleonico in Spagna e passò al servizio dello zar). Il trattato è *Essai sur la composition des machines*, di Lanz et Bétancourt, Parigi, 1808, Ecole Polytechnique.

inconvenienti dei diversi metodi di insegnamento, dei perfezionamenti dei quali sono suscettibili e comprendere tutto quanto rimane da fare a questo riguardo. Se provo un rimpianto pubblicando il mio lavoro, è proprio quello che i limiti nei quali sono stato costretto a contenerlo non mi abbiano permesso di parlare dei metodi che conviene preferire nell'insegnamento di ogni scienza, nello stesso tempo in cui segnavo il posto che questa scienza doveva occupare nella classificazione generale delle conoscenze umane.

PARTE PRIMA

DEFINIZIONE E CLASSIFICAZIONE DELLE SCIENZE COSMOLOGICHE

CAPITOLO V

DEFINIZIONI E CLASSIFICAZIONE DEI DIVERSI TIPI DELLE SCIENZE COSMOLOGICHE [1]

. . . . . .

B) *Classificazione.*

Questi quattro tipi [2], relativi al mondo materiale, formano, riuniti insieme, il regno delle SCIENZE COSMOLOGICHE, che si divide naturalmente in due sotto-regni. Il primo abbraccia tutte le conoscenze umane relative al complesso inorganico del mondo. Ho già notato che questo complesso inorganico costituisce il mondo propriamente detto; perciò darò alle scienze comprese nel primo sotto-regno il nome di SCIENZE COSMOLOGICHE PROPRIAMENTE DETTE; esse comprendono le scienze matematiche e le scienze fisiche. L'altro sotto-regno si compone delle scienze che comprendono tutte le verità relative alla natura, nel senso che io ho dato a questa parola [3]; le chiamerò SCIENZE FISIOLOGICHE, dal greco

[1] Il capitolo V è suddiviso, dopo alcune pagine introduttive, in due sezioni: la *A* porta il titolo *Enumerazione e definizioni*, la *B* è quella che qui viene tradotta.

[2] Trattasi delle scienze matematiche, delle scienze fisiche, delle scienze naturali, delle scienze mediche, elementi appunto della sezione *A* di questo capitolo.

[3] Ecco che cosa dice Ampère a questo proposito alle pp. 128-129 della parte prima da noi non riportate: « Noterò... che, se si fosse posta maggiore attenzione all'etimologia della parola *natura*, probabilmente non si sarebbe compresa la mineralogia fra le *scienze naturali*. Questa parola deriva da *natus*, *nasci*, nato, nascere; dovrebbe quindi essere applicata soltanto agli esseri che nascono e, per conseguenza, crescono, si riproducono e muoiono. La parola *mondo*, nella sua accezione propria, secondo me dovrebbe comprendere soltanto l'insieme inorganico dell'universo e la

φύσις, che, secondo la sua etimologia, è sinonimo di *natura*, preso in questo stesso senso. Nel primo tipo di questo sotto-regno si considerano gli esseri organizzati nel loro stato ordinario o *naturale*, il che giustifica il nome di scienze naturali che ho dato alle scienze comprese in questo tipo; cosicché, quantunque le due parole *fisiologico* e *naturale* sembrino indicare la stessa cosa, non si deve loro attribuire la stessa estensione; la parola *naturale*, secondo l'uso che se ne fa in francese, ha un significato più ristretto di quello che l'uso ha riservato alla parola fisiologico, in quanto richiama l'idea dello stato normale o naturale.

Ecco la tavola di questa classificazione:

Regno	Sotto-regno	Tipo
Scienze cosmologiche	Cosmologiche propriamente dette	Matematiche
		Fisiche
	Fisiologiche	Naturali
		Mediche

. . . . . .

Spiegazione delle tavole sinottiche delle scienze e delle arti poste alla fine di questa prima parte.

Dopo aver passato in rassegna successivamente tutte le scienze cosmologiche, dopo avere stabilito i loro limiti rispettivi, mostrato i loro rapporti, i loro legami e il posto che esse occupano in una classificazione naturale, mi rimane soltanto da riunirle in una tavola generale. Per completezza comprenderò anche le scienze noologiche, delle quali dovrò occuparmi nella seconda parte del lavoro. Così il lettore potrà abbracciare con un solo colpo d'occhio tutta la mia classificazione nel suo complesso. Del resto, ritengo che, dopo

parola *natura* dovrebbe essere limitata agli esseri organizzati che lo abitano. Il mondo, la natura, l'uomo – che abbraccia l'universo con il suo pensiero, e per mezzo di esso si eleva fino al Creatore – ed infine le società umane, sono dunque i quattro oggetti ai quali si riferiscono le nostre conoscenze ».

aver letto quanto precede, egli potrà facilmente formarsi un'idea abbastanza chiara dei princìpi sui quali essa si fonda, tanto da comprendere ciò che nella tavola si riferisce alle scienze noologiche, in attesa che io abbia sviluppato i motivi secondo i quali ho stabilito il numero di queste scienze, i caratteri che le distinguono, il posto che ognuna di esse occupa nel complesso delle conoscenze umane e abbia scelto il nome più conveniente per indicare quelle scienze del secondo regno, che ancora non lo avevano.

Invece di presentare il complesso in una unica tavola, ho ritenuto opportuno suddividerlo in tre tavole particolari, allo scopo di offrire alla mente del lettore dei punti fissi che gli rendano più facile giudicare se io sia giunto alla disposizione più naturale delle verità e dei gruppi di verità di cui si compongono tutte le nostre conoscenze umane. In questo modo, richiamerò l'attenzione del lettore, separatamente, prima sulle grandi divisioni, oggetto della prima tavola: regni, sotto-regni e tipi; poi sulle suddivisioni dei tipi in sotto-tipi e in scienze del primo ordine esposte nella seconda tavola; infine sulla suddivisione delle scienze del primo ordine in scienze del secondo e del terzo ordine, data dall'ultima tabella.

In realtà, la distinzione dei diversi punti di vista, principali o subordinati [4], sotto i quali ogni oggetto può essere

[4] A questo punto Ampère rinvia alla *Prefazione*, ove i due tipi di punti di vista vengono così spiegati: « Sotto il primo punto di vista gli oggetti che si studiano sono considerati in sé stessi; sotto il secondo si considerano correlativamente, cioè si paragonano i fatti per stabilire leggi generali oppure si spiegano gli uni con gli altri, fino a che non si giunga a risalire dagli effetti alle cause che li producono e a prevedere gli effetti che devono risultare da cause note. Osservai poi che ognuno di questi punti di vista principali si suddivide in due punti di vista subordinati. Così, negli oggetti considerati in sé stessi, si può studiare soltanto ciò che essi offrono alla osservazione immediata oppure cercarvi quanto è a prima vista nascosto e che non possiamo giungere a conoscere se non analizzando e interpretando i fatti... Anche il secondo punto di vista principale si suddivide in due punti di vista subordinati. Il primo studia i mutamenti successivi che uno stesso oggetto subisce, sia in ciò che vi è di immediatamente osservabile sia in quanto si può scoprire con l'analisi o l'interpretazione dei fatti, onde trovare le leggi a cui questi mutamenti obbe-

considerato secondo la natura stessa della nostra intelligenza, per la deduzione delle divisioni e suddivisioni, è uguale per ogni tavola. Tuttavia la grande estensione delle prime divisioni e la piccola estensione delle ultime suddivisioni pongono una così grande differenza tra i motivi a favore della loro ammissione e le difficoltà che si possono incontrare nell'adottarle, che forse parecchi lettori, pur dando il loro assenso alle mie prime due tavole, potranno essere indotti a non darlo alla terza, o anche crederanno di doverlo concedere per una sola tavola. Per questo io stesso desidero che si discuta separatamente ogni tavola, sotto il triplo rapporto delle analogie che esistono realmente fra le diverse branche delle nostre conoscenze, delle linee di demarcazione che le separano nel modo più naturale, e dell'ordine secondo il quale esse debbono succedersi.

Nella prima tavola si ha anzitutto la divisione di tutte le nostre conoscenze in due regni. La distinzione che ho stabilito fra questi due regni è troppo conforme al criterio con il quale si considerano generalmente le scienze che si occupano del mondo materiale come completamente diverse dalle scienze filosofiche, storiche e politiche, perché possa temere serie obiezioni a questo riguardo.

Quanto alla suddivisione del complesso delle nostre conoscenze in quattro sotto-regni, ritengo di dover entrare in alcuni particolari che mi sembrano atti a chiarirla e a giustificarla. Anzitutto essa corrisponde alle quattro grandi carriere che si aprono a coloro che per la loro educazione e per i loro talenti sono chiamati ad occupare un giorno un posto di rilievo nella società: la carriera delle scienze matematiche e fisiche e delle arti industriali, aperta a coloro che vi si vogliono dedicare dall'Ecole polytechnique, dalle scuole di applicazione alle quali questa prepara, e dalle scuole industriali; la carriera delle scienze naturali e mediche,

discono... L'altro punto di vista subordinato parte dai risultati ottenuti nei tre precedenti per scoprire le cause dei fatti dati dai due primi punti di vista subordinati e delle leggi trovate nel terzo e per prevedere poi gli effetti mediante la conoscenza delle cause » (pp. vij, viij, ix).

oggetto dell'insegnamento impartito negli orti botanici, nelle scuole di medicina, negli istituti agricoli e nelle scuole veterinarie; la carriera della filosofia, delle lettere e delle arti liberali, per la quale, oltre all'insegnamento comune che vi è quasi esclusivamente consacrato, si sono anche istituite scuole speciali; infine quella delle scienze storiche, della giurisprudenza, dell'arte militare e della politica, carriera aperta soprattutto a coloro che sono chiamati a difendere o a governare gli uomini.

Questa divisione corrisponde anche ai quattro principali vantaggi che il genere umano può trarre dallo studio delle scienze. Senza dubbio i grandi uomini che hanno creato le scienze e quelli che con lungo travaglio le hanno portate al livello di perfezione attualmente raggiunto, sono stati a ciò indotti soltanto dall'amore per la verità in sé stessa; ma, pur essendo doveroso riconoscere all'uomo questa nobile avidità di sapere, spogliata di ogni mira utilitaria, non è questa una ragione valida per non considerare le scienze anche sotto il punto di vista dei vantaggi che esse ci procurano [5]. Sotto tale punto di vista, le scienze che sono comprese in un sotto-regno sembrano tendere tutte ad uno stesso scopo, il quale è raggiunto completamente soltanto nell'ultima; vi è tuttavia una differenza fra le scienze cosmologiche e le scienze noologiche, cioè che nelle prime lo scopo è raggiunto in gran parte nella terzultima, mentre nelle seconde tocca soltanto all'ultima l'occuparsi direttamente dello scopo.

Richiamando i nomi delle scuole seguite da coloro che si dedicano allo studio delle scienze del primo sotto-regno, ho già sufficientemente indicato lo scopo generale di queste scienze, soddisfatto in gran parte nella tecnologia e completato nella orictotecnica. Analogamente tutte le scienze del secondo sotto-regno tendono alla conservazione della vita e al ristabilimento della salute degli uomini, di cui si occupano specialmente l'igiene e la medicina pratica; prima di tutto

[5] Vedi in proposito anche quanto abbiamo detto nell'*Introduzione* e la lettera di André-Marie a Jean-Jacques del 28 ottobre 1824.

sono necessari per la conservazione della vita il nutrimento e il vestito e si può dire che l'agricoltura insegni a coltivare la terra e la zootecnia a procurarci le sostanze animali che ci sono necessarie, unicamente per procurarci vestito e nutrimento.

Ed ancora chi non vede che tutte le scienze del terzo sotto-regno si riferiscono al grande oggetto di cui si occupa specialmente la pedagogia, che è quello di rendere gli uomini migliori e più felici? Infine è evidente che lo scopo finale delle scienze che compongono l'ultimo sotto-regno è il governo e il miglioramento delle nazioni; ed è proprio questo lo scopo che la politica si propone e che raggiunge con l'ausilio dei mezzi che le forniscono le scienze che la precedono nello stesso sotto-regno.

Circa la distinzione degli otto tipi, fra i quali ho distribuito tutte le conoscenze umane, i nomi con cui li ho designati, quasi tutti già consacrati dall'uso, attestano a sufficienza che tale divisione è conforme al modo in cui si considerano generalmente le scienze. È vero che l'ordine che io ho adottato differisce, per più aspetti, dalle diverse sistemazioni proposte dalla maggior parte degli autori delle classificazioni artificiali di cui ho parlato al principio del presente lavoro. Ma l'ordine che ho seguìto io non è, come nelle suddette classificazioni, basato su idee preconcette e su princìpi scelti più o meno arbitrariamente, ma sulla necessità di porre per prime le scienze che, richiedendo solo le idee più semplici o le più familiari a tutti gli uomini, sono indispensabili perché si possano studiare completamente le scienze successive. In questo ordine, le idee che una scienza suppone si complicano sempre più man mano che si procede nella serie. In principio ci si occupa dei rapporti di grandezze e di posizione dei corpi, poi dei moti e delle forze; in séguito si aggiunge la considerazione di tutte le proprietà inorganiche. Questi rapporti e queste proprietà si ritrovano negli esseri viventi, i quali ci presentano inoltre il complesso delle nuove proprietà inerenti al grande fenomeno della vita. A tutte queste idee si aggiungeranno a questo punto le nostre conoscenze sugli agenti e sulle diverse circostanze che possono modificare i fenomeni vitali. Ma l'uomo non è soltanto un corpo organizzato, la cui salute è soggetta ad alterazioni che possono essere prevenute o guarite da diversi agenti, da diverse circostanze. La sua intelligenza, i suoi sentimenti, le sue passioni, ecc., il cui studio presuppone quello dei suoi organi e del mondo che egli abita, sono l'oggetto delle scienze filosofiche, le quali devono, per conseguenza, nell'ordine naturale venire dopo quelle di cui ho prima parlato. Tutte le idee che si debbono considerare nelle scienze filosofiche si ritrovano nel tipo successivo, unite alle nuove idee che noi acquistiamo studiando i diversi mezzi con i quali l'uomo comunica ai suoi simili tutto quanto è nel suo pensiero. È con l'ausilio di questi mezzi che gli uomini possono riunirsi in società; perciò è evidente che le scienze sociali, sia quando studino le società solo per conoscerle, sia quando abbiano lo scopo di conservarle, reggerle e migliorarle, debbono, in una classificazione naturale, essere situate dopo tutte le altre.

Nella seconda tavola si dovrà discutere se la divisione di ogni tipo in due sotto-tipi sia la più naturale e se le due scienze del primo ordine, comprese in ciascun sotto-tipo, siano realmente quelle che più si avvicinano per l'intimità e la molteplicità delle analogie. Riguardo alle scienze del primo regno, in cui tale distinzione non mi presentò alcuna difficoltà, non vedo bene quali obiezioni potrebbero sorgere. Si sono sempre distinte le scienze matematiche, propriamente dette, dalle scienze fisico-matematiche, qualunque sia l'analogia che esse presentano, sia in relazione alla natura dei princìpi da cui partono, sia in relazione alla natura dei calcoli per mezzo dei quali ne sono sviluppate le conseguenze. La distinzione fra le scienze fisiche e le scienze geologiche, quale da me stabilita [6], mi sembra anch'essa tale da poter

[6] Qui Ampère si riferisce a quanto aveva scritto alle pp. 97-98, ove leggiamo: « La distinzione della fisica generale dalla geologia è sufficientemente determinata per il solo fatto che la prima considera i corpi in generale e la seconda li studia in quanto fanno parte del globo terrestre... Lo studio delle proprietà e dei fenomeni che i corpi presentano dappertutto e in ogni tempo è l'oggetto della fisica generale, mentre lo studio comparativo delle modificazioni, alle quali proprietà e fenomeni sono soggetti nei diversi luoghi e nei diversi tempi, è l'oggetto della geologia ».

essere adottata. Parimenti non si possono elevare dubbi sulla divisione delle scienze naturali in scienze fitologiche e zoologiche propriamente dette. Infine mi sembra che non si possa respingere la distinzione delle scienze mediche in scienze fisico-mediche, che studiano le diverse cause che possono modificare la vita degli animali e le modalità per la conservazione della salute, e in scienze mediche propriamente dette, che hanno come oggetto la guarigione delle malattie.

Come ho già detto nella *Prefazione*, in tutto il mio lavoro la maggiore difficoltà è stata per me la distinzione delle scienze del secondo regno in quattro tipi e la loro riunione a due a due in sotto-tipi. Per le scienze filosofiche, la divisione era già completamente tracciata da quella che si fa comunemente in psicologia, metafisica e morale, essendo evidentemente la logica una parte della psicologia; inoltre dalla considerazione che, se nelle scienze filosofiche propriamente dette si deve distinguere la psicologia, che studia l'intelligenza umana sotto il punto di vista *soggettivo*, dalla metafisica, che esamina la realtà *oggettiva* delle nostre conoscenze, si deve per la stessa ragione separare, nelle scienze morali, l'etica, composta di osservazioni *soggettive* sui costumi, i caratteri, le passioni degli uomini, dalla telesiologia, che risale ai fondamenti *obiettivi* delle verità morali. L'avvicinamento della glossologia e della letteratura non dovrebbe, se non mi sbaglio, sollevare alcun dubbio. Non deve fare meraviglia che nell'altro sotto-tipo delle scienze che studiano tutti i mezzi con i quali l'uomo può comunicare ai suoi simili idee, sentimenti, passioni, ecc., io abbia posto la pedagogia, la quale evidentemente fa parte di queste scienze, riunendola alle arti liberali. L'arte di educare non è infatti la prima di queste arti? L'educatore non si propone forse di forgiare un uomo virtuoso e illuminato, come il pittore un bel quadro e lo scultore una bella statua?

Nelle scienze etnologiche, che studiano successivamente i luoghi abitati dalle nazioni e le razze da cui queste traggono la loro origine, i monumenti lasciati dai popoli che ci hanno preceduto, la storia dei loro progressi e della loro decadenza, e le diverse religioni professate, l'ordine delle quattro scienze del primo ordine corrispondenti a quei quattro oggetti particolari e la loro riunione a due a due in sotto-tipi non sembrano, a prima vista, così nettamente determinati; ma nelle prime due si considera quello che si potrebbe chiamare il materiale delle nazioni, indipendentemente dalle passioni, dalle credenze che le muovono, i cui effetti sono studiati nella storia e nella ierologia. Questa considerazione mi sembra sufficiente per giustificare la riunione delle prime due nel tipo delle scienze etnologiche propriamente dette e delle ultime due in quello delle scienze storiche. Del resto era necessario che queste quattro scienze fossero coordinate fra loro, in modo che l'archeologia preceda la storia alla quale essa fornisce le basi più solide.

La nomologia e l'arte militare hanno quale oggetto i due grandi mezzi con i quali i governi si sostengono, fanno regnare la giustizia, mantengono la pace all'interno e fanno rispettare l'indipendenza all'esterno. Questa considerazione basta per motivare la loro vicinanza. Tocca poi alla politica determinare, nei singoli casi, l'uso che convenga fare di questi mezzi; ma essa perciò non può fare a meno delle conoscenze che le deve fornire l'economia sociale; quindi è necessario che quest'ultima la preceda immediatamente e formi con essa l'ultimo sotto-tipo di tutta la classificazione delle conoscenze umane. Se questi motivi sembrano sufficienti al lettore per fargliela adottare, risulterà pure giustificata la determinazione che ho fatto del numero delle scienze del primo ordine di cui si compone il mio secondo regno e dell'ordine nel quale le ho disposte.

Veniamo alla terza tavola. Qui si dovrà esaminare non solo se la divisione che ho fatto d'ogni scienza del primo ordine in due scienze del secondo e in quattro del terzo sia naturale, ma anche se queste divisioni siano tutte abbastanza importanti da dover essere segnalate e se, quando ci si proponga di scrivere un trattato completo o di fare un corso su una scienza del primo ordine, oppure del secondo, le divisioni che ho adottato siano, in linea generale, le più

convenienti per la distinzione delle diverse parti del trattato o del corso.

Anzitutto, la maggior parte delle scienze del primo ordine si compongono di due specie di verità, alcune più semplici, più facilmente comprensibili, che sono per così dire alla portata di tutte le menti; altre più difficili, richiedenti uno studio più approfondito; ho formato allora con la riunione delle prime una scienza del secondo ordine ed ho riservato le ultime per costituire la seconda scienza dello stesso ordine.

Per le scienze del primo ordine, il cui insegnamento è suddiviso fra istituti di due gradi diversi, si dovrebbe, in linea generale, insegnare nel primo grado soltanto ciò che appartiene alla prima scienza del secondo ordine e riservare per l'istituto superiore quanto è compreso nella seconda.

Del resto, è già quanto si pratica in generale tutte le volte che esistono le due specie di istituto; talvolta tuttavia il timore che i corsi superiori siano seguiti da un numero troppo piccolo di allievi che hanno ricevuto l'insegnamento di primo grado, ha fatto oltrepassare i limiti naturali dei due istituti e insegnare nel primo cose che sarebbero dovute esser riservate all'istituto superiore.

Nelle scienze che compongono gli ultimi tipi di ogni regno non è più questa la ragione per la quale la prima scienza del secondo ordine, compresa in una scienza del primo, si distingue dalla seconda. Qui non si può più dire che la prima sia più *elementare* [7]; ma la linea di demarcazione fra queste due scienze è più recisa e l'ordine nel quale devono essere costituite è determinato in modo più completo. Invero basta dare una rapida occhiata alle tavole in parola per vedere che le due scienze del secondo ordine, di cui si compongono le varie scienze del primo, comprese in questi due

[7] L'Autore si richiama al seguente passo della p. 137 del tuo testo: « ... queste scienze del terzo ordine sono più indipendenti fra loro che nei tipi precedenti e, quando si raggruppano a due a due per formare scienze del secondo ordine, non si potrebbe dire che una di queste ultime sia più elementare dell'altra ».

tipi, si riferiscono ad oggetti realmente diversi e che l'ordine con il quale si devono susseguire è basato sul fatto che la prima può sempre essere studiata indipendentemente dalla seconda [8].

. . . . . .

Siamo finalmente alle scienze del terzo ordine. Qui temo una sola obiezione. Si potrebbe pensare che molte delle scienze che ho considerato non abbiano un'importanza tale da essere segnalate; per qualcuna di queste scienze forse non si vedranno i vantaggi di averle distinte. Ecco come ritengo di dover rispondere a queste difficoltà. Per la maggior parte delle scienze del secondo ordine la divisione in due del terzo ordine, come l'ho stabilita io, esisteva già ed era consacrata dai vocaboli che le indicano; quanto poi alle altre, sebbene non avessero ancora dei nomi, la loro esistenza non era meno reale, né la loro distinzione meno netta, come ho mostrato quando mi sono occupato della loro classificazione, dando notevole importanza alla necessità di segnalarle al posto opportuno. Infatti, a seconda delle esigenze dei lettori ai quali si indirizza un trattato di una determinata scienza, ci si può prefiggere di limitarlo ad una sola scienza del terzo ordine, oppure di riunire le due scienze del terzo ordine che ne compongono una del secondo ordine, sia confondendole, come quando in un trattato di zoologia elementare si pone l'anatomia di ogni animale dopo la sua zoografia, sia trattandole successivamente in due parti separate come se si facesse un trattato di zoologia elementare secondo il piano che sto per indicare. Ora, è necessario che l'autore, con il titolo del suo lavoro, possa indicare chiaramente non soltanto quali sono gli oggetti che tratta, ma anche sotto quali punti di vista si propone di considerarli: tocca alla classificazione generale delle conoscenze umane fornirgli a tale scopo nomi atti a designare tanto la scienza

[8] Omettiamo alcuni esempi sui quali Ampère si diffonde.

del secondo ordine quanto le due scienze del terzo ordine di cui questa si compone [9].

. . . . . .

CLASSIFICAZIONE DELLE CONOSCENZE UMANE

TAVOLE SINOTTICHE DELLE SCIENZE E DELLE ARTI [1]

PRIMA TAVOLA – *Divisione di tutte le nostre conoscenze in due regni e di ogni regno in sotto-regni e in tipi.*

Primo regno

Regno	Sotto-regno	Tipo
* Scienze cosmologiche	*A*) Cosmologiche propriamente dette	I) Matematiche
		II) Fisiche
	B) Fisiologiche	III) Naturali
		IV) Mediche

Secondo regno

Regno	Sotto-regno	Tipo
** Scienze noologiche	*C*) Noologiche propriamente dette	V) Filosofiche
		VI) Nootecniche
	D) Sociali	VII) Etnologiche
		VIII) Politiche

[9] Nelle pagine finali che omettiamo Ampère polemizza per difendere il suo sistema di classificazione, del quale nuovamente espone i criteri, più volte indicati; passa poi a spiegare i segni caratteristici che egli ha assegnato nelle sue tavole, come noi abbiamo già accennato nella nota 17, p. 476; infine si diffonde nell'illustrare il *Carmen Mnemonicum*, traduzione in versi delle tavole stesse.

[1] Nel volume a mie mani, che porta rilegate insieme la Parte I e la Parte II, queste tavole sono allegate al fondo del volume stesso.

SECONDA TAVOLA – *Divisione di ogni tipo in sotto-tipi e in scienze del primo ordine.*

Primo regno

	Tipo	Sotto-tipo	Scienze del primo ordine
A	I) Scienze matematiche	*a*) Matematiche propriamente dette	1) Aritmologia
			2) Geometria
		b) Fisico-matematiche	3) Meccanica
			4) Uranologia
	II) Scienze fisiche	*c*) Fisiche propriamente dette	5) Fisica generale
			6) Tecnologia
		d) Geologiche	7) Geologia
			8) Orictotecnica
B	III) Scienze naturali	*e*) Fitologiche	1) Botanica
			2) Agricoltura
		f) Zoologiche propriamente dette	3) Zoologia
			4) Zootecnica
	IV) Scienze mediche	*g*) Fisico-mediche	5) Fisica medica
			6) Igiene
		h) Mediche propriamente dette	7) Nosologia
			8) Medicina pratica

Secondo regno

	Tipo	Sotto-tipo	Scienze del primo ordine
C	V) Scienze filosofiche	*i*) Filosofiche propriamente dette	1) Psicologia
			2) Ontologia
		k) Morali	3) Etica
			4) Telesiologia
	VI) Scienze nootecniche	*l*) Nootecniche propriamente dette	5) Tecnestetica
			6) Glossologia
		m) Didagmatiche	7) Letteratura
			8) Pedagogia
D	VII) Scienze etnologiche	*n*) Etnologiche propriamente dette	1) Etnologia
			2) Archeologia
		o) Storiche	3) Storia
			4) Ierologia
	VIII) Scienze politiche	*p*) Fisico-sociali	5) Economia sociale
			6) Arte militare
		q) Etnegetiche	7) Nomologia
			8) Politica

TERZA TAVOLA – *Divisione di ogni scienza del primo ordine in scienze del secondo e del terzo ordine.*

Primo regno

	Scienze del primo ordine	Scienze del secondo ordine	Scienze del terzo ordine
A	1) Aritmologia	*a*) Aritmologia elementare	1.1. Aritmografia 1.2. Analisi matematica
		b) Megetologia	1.3. Teoria delle funzioni 1.4. Teoria delle probabilità
	2) Geometria	*c*) Geometria elementare	2.1. Geometria sintetica 2.2. Geometria analitica
		d) Teoria delle forme	2.3. Teoria delle linee e delle superfici 2.4. Geometria molecolare
	3) Meccanica	*e*) Meccanica elementare	3.1. Cinematica 3.2. Statica
		f) Meccanica trascendente	3.3. Dinamica 3.4. Meccanica molecolare
	4) Uranologia	*g*) Uranologia elementare	4.1. Uranografia 4.2. Eliostatica
		h) Uranognosia	4.3. Astronomia 4.4. Meccanica celeste
	5) Fisica generale	*i*) Fisica generale elementare	5.1. Fisica sperimentale 5.2. Chimica
		k) Fisica matematica	5.3. Stereonomia 5.4. Atomologia
	6) Tecnologia	*l*) Tecnologia elementare	6.1. Tecnografia 6.2. Cerdoristica industriale
		m) Tecnologia comparata	6.3. Economia industriale 6.4. Fisica industriale
	7) Geologia	*n*) Geologia elementare	7.1. Geografia fisica 7.2. Mineralogia
		o) Geologia comparata	7.3. Geonomia 7.4. Teoria della Terra
	8) Orictotecnica	*p*) Orictotecnica elementare	8.1. Sfruttamento delle miniere 8.2. Docimasia
		q) Orictotecnica comparata	8.3. Orisionomia 8.4. Fisica minerale

Segue Terza Tavola.

Primo regno

	Scienze del primo ordine	Scienze del secondo ordine	Scienze del terzo ordine
B	1) Botanica	*a*) Botanica elementare	1.1. Fitografia 1.2. Anatomia vegetale
		b) Fitognosia	1.3. Fitonomia 1.4. Fisiologia vegetale
	2) Agricoltura	*c*) Agricoltura elementare	2.1. Geoponica 2.2. Cerdoristica agricola
		d) Agricoltura comparata	2.3. Agronomia 2.4. Fisiologia agricola
	3) Zoologia	*e*) Zoologia elementare	3.1. Zoografia 3.2. Anatomia animale
		f) Zoognosia	3.3. Zoonomia 3.4. Fisiologia animale
	4) Zootecnica	*g*) Zootecnica elementare	4.1. Zoocresia 4.2. Zooristica
		h) Zootecnica comparata	4.3. Ecionomia 4.4. Trepsiologia
	5) Fisica medica	*i*) Fisica medica propriamente detta	5.1. Farmaceutica 5.2. Traumatologia
		k) Biotologia	5.3. Dietetica 5.4. Frenigetica
	6) Igiene	*l*) Crasiologia	6.1. Crasiografia 6.2. Crasioristica
		m) Igiene propriamente detta	6.3. Igionomia 6.4. Profilattica
	7) Nosologia	*n*) Nosologia propriamente detta	7.1. Nosografia 7.2. Anatomia patologica
		o) Iatrologia	7.3. Terapeutica generale 7.4. Fisiologia medica
	8) Medicina pratica	*p*) Semiologia	8.1. Semiografia 8.2. Diagnostica
		q) Medicina pratica propriamente detta	8.3. Terapeutica speciale 8.4. Prognosi

Segue Terza Tavola.

Secondo regno

Scienze del primo ordine	Scienze del secondo ordine	Scienze del terzo ordine
C	1) Psicologia	*a*) Psicologia elementare	1.1. Psicografia
			1.2. Logica
		b) Psicognosia	1.3. Metodologia
			1.4. Ideogenia
	2) Ontologia	*c*) Ontologia elementare	2.1. Ontotetica
			2.2. Teologia naturale
		d) Ontognosia	2.3. Iparitologia
			2.4. Teodicea
	3) Etica	*e*) Etica elementare	3.1. Etnografia
			3.2. Fisiognonomia
		f) Etognosia	3.3. Morale pratica
			3.4. Etogenia
	4) Telesiologia	*g*) Telesiologia elementare	4.1. Telesiografia
			4.2. Diceologia
		h) Telesiognosia	4.3. Morale apodittica
			4.4. Antropotelica
	5) Tecnestetica	*i*) Terpnologia	5.1. Terpnografia
			5.2. Terpnognosia
		k) Tecnestetica propriamente detta	5.3. Tecnestetica
			5.4. Filosofia delle belle arti
	6) Glossologia	*l*) Glossologia elementare	6.1. Lessicografia
			6.2. Lessicognosia
		m) Glossognosia	6.3. Glossonomia
			6.4. Filosofia delle lingue
	7) Letteratura	*n*) Bibliologia	7.1. Bibliografia
			7.2. Bibliognosia
		o) Letteratura propriamente detta	7.3. Letteratura comparata
			7.4. Filosofia della letteratura
	8) Pedagogia	*p*) Pedagogia propriamente detta	8.1. Pediografia
			8.2. Idioristica
		q) Matesiologia	8.3. Matesionomia
			8.4. Teoria dell'educazione

Segue Terza Tavola.

Secondo regno

Scienze del primo ordine	Scienze del secondo ordine	Scienze del terzo ordine
D	1) Etnologia	*a*) Etnologia propriamente detta	1.1. Etnografia
			1.2. Toporistica
		b) Paletetica	1.3. Geografia comparata
			1.4. Etnogenia
	2) Archeologia	*c*) Mnemiologia	2.1. Mnemiografia
			2.2. Mnemiognosia
		d) Archeologia comparata	2.3. Critica archeologica
			2.4. Archeogenia
	3) Storia	*e*) Diegematica	3.1. Cronografia
			3.2. Cronognosia
		f) Storia propriamente detta	3.3. Storia comparata
			3.4. Filosofia della storia
	4) Ierologia	*g*) Sebasmatica	4.1. Ierografia
			4.2. Simbolica
		h) Ierologia comparata	4.3. Controversia
			4.4. Ierogenia
	5) Economia sociale	*i*) Economia sociale propriamente detta	5.1. Statistica
			5.2. Crematologia
		k) Cenolbologia	5.3. Cenolbologia comparata
			5.4. Cenolbogenia
	6) Arte militare	*l*) Oplismatica	6.1. Oplografia
			6.2. Tattica
		m) Arte militare propriamente detta	6.3. Strategia
			6.4. Nicologia
	7) Nomologia	*n*) Nomologia propriamente detta	7.1. Nomografia
			7.2. Giurisprudenza
		o) Legislazione	7.3. Legislazione comparata
			7.4. Teoria delle leggi
	8) Politica	*p*) Sincimenica	8.1. Etnodicea
			8.2. Diplomazia
		q) Politica propriamente detta	8.3. Cibernetica
			8.4. Teoria del potere

Parte Seconda
(1843)

AVVERTENZA
(del figlio Jean Jacques Ampère)

Questa seconda parte dell'*Essai sur la Philosophie des sciences*, che viene stampata dopo molti anni e la cui pubblicazione è stata ritardata per cause indipendenti dalla mia volontà, è stata redatta per intero da mio padre.

Essa completa quella classificazione delle conoscenze umane che forse soltanto lui era in grado di tentare.

Comprende tutte le scienze del pensiero, tutto quanto si riferisce all'intelletto umano, agli atti e ai prodotti dell'intelletto; chiude così il cerchio enciclopedico tracciato da una mano e, per così dire, da un compasso così sicuri; mostra che il grande geometra, il fisico immortale aveva esteso il suo sguardo ovunque possa giungere la meditazione umana e che nulla del complesso delle conoscenze era rimasto estraneo a questa mente che tutto abbracciava e dominava.

Soprattutto la filosofia era stata l'oggetto delle assidue ricerche di mio padre.

Spero di riuscire a trarre dai frammenti che egli ha lasciato almeno una parte del sistema, completamente nuovo, attraverso il quale era giunto a rendersi conto dell'origine, della natura e della certezza delle nostre idee. Se ne troverà già qui qualche profonda osservazione indicata fugacemente.

I pensatori noteranno la teoria dei *rapporti*, considerati come dotati di un modo di esistenza tanto reale quanto quello delle sostanze, anche se differente, ponte gettato per l'intelligenza fra le semplici apparenze che si generano nella nostra mente e l'essenza degli esseri [1].

[1] Ecco il passo a cui allude Jean Jacques (p. 28, cap. I della parte seconda): « Si è spesso detto che l'idealismo di Berkley (certamente il filosofo

Penso che si rimarrà stupiti di vedere mio padre porsi senza sforzo, nelle lettere, nelle belle arti, nella storia, al livello dei risultati più alti della scienza e trattare argomenti che si stimerebbero dover essere poco familiari all'inventore della teoria elettrodinamica, con lucidità e metodicità straordinarie.

Infine coloro che non lo hanno conosciuto troveranno nei capitoli che trattano delle *scienze politiche* qualche traccia dei puri sentimenti di umanità, di cui, si può ben dire, ardeva la sua anima. Sotto l'apparente aridità delle formule, si scoprirà un vivo desiderio per la felicità e per il miglioramento degli uomini; lo si vedrà cercare, cito le sue parole, « di stabilire delle leggi generali sui mutui rapporti fra i diversi gradi di benessere o di disagio dei vari popoli e su tutte le cause da cui dipendono, quali le abitudini e i costumi di quelli che lavorano, il loro maggiore o minore livello di istruzione, la loro maggiore o minore previdenza per i bisogni futuri loro e delle loro famiglie; il sentimento del dovere che si sviluppa negli uomini man mano che la loro intelligenza si perfeziona, i diversi gradi di libertà di cui godono,

irlandese George Berkeley [1684-1753]) e quello di Kant, di Fichte, ecc., che nelle sue conseguenze non differisce dal primo, annullano tutte le scienze cosmologiche, negando la realtà della materia; ma troppo sovente non si è posta attenzione al fatto che coteste scienze sarebbero ugualmente annullate quando si ammettesse invece con Dumarsais (trattasi del grammatico e filosofo francese César Dumarsais [1676-1756], autore di vari volumi ed in particolare di una *Logique ou Réflexions sur les principales opérations de l'esprit*, cui Ampère manifestamente si riferisce) e con tutti i filosofi che hanno ripetuto la sua singolare osservazione "che i rapporti non sono altro che visioni del nostro spirito", di distinguere la concezione del rapporto, che fa effettivamente parte del pensiero, dal rapporto in sé stesso, in quanto esso esiste nel medesimo modo in cui esistono i rapporti fra le sostanze prima che noi li abbiamo scoperti. Diversamente bisognerebbe sostenere che soltanto dopo Keplero, quando la distanza di un pianeta dal sole risulta *quattro volte* maggiore di quella di un altro, il tempo della sua rivoluzione risulta otto volte maggiore e che soltanto dopo Newton i pianeti si attirano in ragione inversa del quadrato della distanza, ecc.; conseguenza questa che nessun matematico, nessun fisico sarà mai tentato di ammettere ».

da quello dello schiavo fino a quello del contadino norvegese o dell'operaio di New York o di Filadelfia »[2].

Questi grandi problemi che preoccupavano mio padre facevano parte, secondo lui, di una scienza che ha chiamato *cenolbologia*. La parola può sembrare strana; ma traducetela: è la scienza *della felicità pubblica*[3]. Questo termine, per quello che indica, forse meritava di trovare posto nella tavola enciclopedica di mio padre. Chi avrà il coraggio di toglierlo?

Non tocca a me intrattenermi più a lungo con il lettore, dato che lo farà mio padre stesso. Lodare quanto si è ben lungi dal saper raggiungere, può sembrare una familiarità irriverente. Quando si è un uomo comune e si ha per padre un grande uomo, bisogna ammirarlo in silenzio come lo si piange.

Fra la pubblicazione del primo volume e quella del secondo, mio padre è entrato nella posterità[4].

Il lettore non si stupirà nel trovare qui una Nota biografica, quale è d'uso porre a capo degli scritti degli illustri scomparsi.

Il sig. Sainte-Beuve mi ha permesso di riprodurre la sua.

Forse mai la finezza del suo tatto e quella delicatezza squisita di sentimento che lo fa penetrare nell'intimo delle più elevate personalità sono state meglio messe in evidenza quanto in queste pagine, nelle quali ha tracciato l'anima, il carattere, la vita interiore di colui che fu tanto tenero, tanto buono, tanto semplice quanto fu grande.

Dopo il giudizio del sig. Sainte-Beuve sull'uomo, si troverà quello del sig. Littré sullo scienziato, in uno scritto

[2] Su questo argomento sono anche interessanti varie lettere che riproduciamo nella Sezione IV.

[3] Invero cenolbologia viene da κοινός = comune e da ὄλβος = benessere, felicità. Il termine è usato da Ampère quale denominazione della seconda delle scienze del secondo ordine che compongono l'economia sociale (vedi p. 482 del corsivo).

[4] In realtà anche la pubblicazione a stampa del primo volume è avvenuta nel 1838, quando Ampère era già morto; tuttavia il volume era già completo prima della morte.

notevole per la chiarezza dell'esposizione, l'elevatezza del pensiero e il maschio vigore dello stile.

Avrei molto desiderato riportare qui anche i giudizi scientifici del sig. Arago su mio padre e il bello e leale omaggio che egli ha reso alla teoria elettrodinamica di cui ha proclamato la verità.

Ma il sig. Arago non ha ancora pubblicato il suo elogio storico del sig. Ampère. Tuttavia non si potranno mai cancellare dalla mia memoria le parole che l'illustre segretario a vita dell'Académie des Sciences ha pronunciato davanti a questo consesso, quando, dopo avere esposto le *leggi* che reggono i fenomeni elettrodinamici, ha esclamato: Si dirà un giorno le *leggi di Ampère*, come si dice le *leggi di Keplero*.

J. J. AMPÈRE

Parigi, 4 settembre 1843.

PARTE SECONDA
[*Premessa*]

DEFINIZIONE E CLASSIFICAZIONE DELLE SCIENZE NOOLOGICHE

Ho già classificato tutte le verità che si riferiscono al MONDO MATERIALE; adotterò ora un analogo procedimento per le verità relative al PENSIERO [1], considerato sia in sé stesso, sia nei segni con i quali gli uomini si trasmettono le loro idee, i loro sentimenti, ecc., sia in tutti gli sviluppi che esso assume man mano che le società umane stesse si sviluppano. Le divisioni e le suddivisioni di queste verità formano le scienze alle quali io ho dato il nome di *noologiche*. La maggior parte di queste divisioni del secondo regno presenta con quelle corrispondenti del primo regno analogie notevolissime, sulle quali più tardi richiameremo l'attenzione del lettore.

Anzitutto debbo far osservare che, quali che siano tali analogie, si incontrerebbero gravi inconvenienti se si volesse procedere, per la formazione dei nomi che si è costretti a coniare per indicare le scienze che non ne hanno ancora, esattamente nello stesso modo per entrambi i regni; ho già osservato che una condizione particolare al tipo delle scienze mediche obbliga ad adottare, relativamente a queste scienze, un modo di nomenclatura assai diverso da quello che avevo seguìto per le scienze dei tipi precedenti. Quando si parla delle scienze noologiche, la natura del soggetto esige ancora degli altri cambiamenti, senza i quali le parole scelte non indicherebbero con sufficiente precisione le scienze a cui debbono essere applicate e soprattutto non indicherebbero, a causa delle idee accessorie che l'uso ha unito a queste parole, il vero carattere di ogni scienza.

[1] Ampère rinvia qui a quanto chiarito nella sua *Introduzione* ai due volumi, da noi tradotta (vedi p. 485 del presente volume).

Ritengo di dovermi soffermare un istante sul criterio che ho seguìto fin qui per la formazione dei nuovi termini e sui cambiamenti che potrò essere costretto ad apportarvi in séguito.

1) Nella formazione dei nomi che ho creduto di dovere adottare per le scienze che ne erano prive, ho usato la terminazione *logìa*, prima per scienze del primo ordine, poi per scienze del secondo e del terzo, soltanto quando la parola che precedeva quella terminazione non era ancora stata usata nel nome di una scienza di ordine superiore. In effetti l'uso ha consacrato tale terminazione per indicare il complesso di tutte le verità relative alla *conoscenza* dell'oggetto espresso da quella parola. Così, la *zoologia*, scienza del primo ordine, è la scienza che comprende tutte le verità relative alla *conoscenza* degli animali, come la *zootecnica* riunisce tutto ciò che è relativo alla *utilità* che noi ne ricaviamo. La *semiologia*, sebbene del secondo ordine, ha potuto avere un nome con la stessa terminazione, perché la parola σημεῖον non è stata impiegata nella scienza del primo ordine di cui fa parte; analogamente è stato per la *traumatologia*, che è del terzo ordine, perché il vocabolo τραῦμα non è entrato nella composizione di quelli che indicano le scienze del primo o del secondo ordine nelle quali è compresa la traumatologia. Continuerò a seguire la stessa regola per quanto riguarda la terminazione in *logìa*.

2) Finora mi sono servito della terminazione *gnosìa* unicamente per indicare scienze del secondo ordine, comprendenti solo le verità che risultano da uno studio approfondito dell'oggetto considerato nel suo complesso dalla scienza del primo ordine di cui quella del secondo ordine fa parte. Ho reputato che, pur continuando ad usarla in quel caso, avrei dovuto servirmene anche per le scienze del terzo ordine, quando fanno parte di una scienza del secondo ordine terminante in *logìa*, ma sempre per indicare la parte di quest'ultima nella quale l'oggetto di cui si occupa è studiato in modo approfondito. Così, quando darò il nome di *glossologia* alla scienza del primo ordine che comprende tutto quanto si riferisce al linguaggio parlato o scritto, quello di

glossognosia indicherà la scienza del secondo ordine che si occupa delle conoscenze più profonde sulle lingue, che non appartengono alla *glossologia elementare*; mentre, quando avrò giudicato conveniente usare il vocabolo *bibliologia* per indicare una scienza del secondo ordine compresa nella scienza del primo ordine, alla quale ho dato il nome di *letteratura*, mi servirò della denominazione di *bibliognosia* per la seconda delle due scienze del terzo ordine comprese nella *bibliologia*.

Mi rincresce molto di non aver pensato a tempo a tale ultimo impiego della terminazione *gnosia* e di avere per conseguenza adottato per analogia la terminazione *oristica* per una scienza del terzo ordine di cui questa terminazione esprime l'oggetto in modo incompleto. Detta scienza è quella che ho chiamato *crasioristica*, mentre avrei dovuto darle il nome di *crasiognosia*. Infatti, la crasiologia, scienza del secondo ordine, che ha come oggetto lo studio di tutte le modificazioni che portano nell'organismo non soltanto i temperamenti propriamente detti, ma anche tutte le differenze di età, di sesso, ecc., si divide naturalmente in due scienze del terzo ordine, la prima delle quali, la *crasiografia*, si limita a descrivere le modificazioni quali vengono osservate, e la seconda studia le stesse modificazioni in modo più profondo.

Non vi è dubbio che questo studio più *profondo* ha specialmente lo scopo di determinare in modo più preciso il valore dei segni dai quali si riconoscono i temperamenti, di distinguere quelli che sono veramente caratteristici e quelli che sono in qualche modo soltanto accessori; ma essa deve comprendere anche altre ricerche sui temperamenti, come, per esempio, la ricerca delle *cause* che possono dare loro origine con le quali è inutile formare una scienza a parte, dato il piccolo numero di verità che vi si riferiscono.

3) Si potrebbe osservare che, invece di servirmi di una parola terminante in *gnosia* per indicare la seconda delle due scienze del secondo ordine comprese in una scienza del primo, ho fatto uso del nome di quest'ultima, aggiungendovi l'aggettivo *comparata*. Pur conservando questo modo di

nomenclatura per scienze del secondo ordine, lo estenderò anche, quando la cosa mi sembrerà necessaria, a scienze del terzo ordine; ma, affinché questi due usi dell'aggettivo *comparata* non possano confondersi, mi atterrò sempre alla regola seguente.

Tutte le volte che l'aggettivo *comparata* si troverà unito ad un nome impiegato per indicare una scienza del primo ordine, l'unione di quel nome e dell'aggettivo *comparata* indicherà una scienza del secondo ordine; quando invece lo stesso aggettivo è unito a un nome che non è stato adoperato per indicare alcuna scienza del primo ordine, servirà per denominare una scienza del terzo, situata al terzo posto fra quelle di cui si compone la scienza del primo ordine a cui appartiene, tanto se il nome, al quale è aggiunto l'aggettivo *comparata*, indichi una scienza del secondo ordine (del qual caso si vedrà un esempio nell'uso che farò della denominazione di *legislazione comparata*), quanto se il nome, preso dall'uso comune, non sia stato impiegato nella mia classificazione per alcuna scienza del primo ordine o del secondo (se ne vedranno esempi nell'uso che farò delle espressioni *geografia comparata* e *storia comparata*, che ho adottato per scienze che non mi è sembrato possibile indicare con altra denominazione).

4) La terminazione *grafìa* sarà riservata, nel séguito del presente lavoro, esclusivamente alle scienze del terzo ordine, nelle quali si consideri dell'oggetto studiato soltanto quanto è passibile di osservazione immediata.

5) Anche nel secondo regno, userò la terminazione *oristica* solo per le scienze del terzo ordine con le quali si cerca di determinare fatti ignoti che, data la natura degli oggetti trattati, sfuggono all'osservazione immediata. Tuttavia molto raramente avrò occasione di ricorrere a quella terminazione, poiché, data l'estensione che, secondo quanto ho detto sopra, intendo d'ora in poi dare alla terminazione *gnosìa*, la sostituirò spesso con quest'ultima.

6) Continuerò a riservare la terminazione *nomìa* per le scienze del terzo ordine, con le quali si vogliano dedurre,

dal confronto dei fatti, le leggi generali che regolano i mutamenti osservati negli oggetti considerati.

7) In questa seconda parte, si troverà una nuova terminazione, dedicata esclusivamente alle scienze del terzo ordine che si occupano della formazione o dell'origine degli oggetti studiati. È questa la terminazione *genìa*, che ho impiegato similmente a quanto ha fatto il sig. Serres [2] quando ha dato i nomi di *osteogenia*, di *organogenia*, ecc., a scienze che sono state poste sulle loro giuste basi dai lavori di quel grande fisiologo.

Capitolo V

Definizioni e classificazioni dei diversi tipi delle scienze noologiche.

Abbiamo così passato in rassegna tutte le scienze riguardanti il PENSIERO, le quali formano la seconda delle due grandi divisioni di tutte le conoscenze umane. Abbiamo visto quali siano gli oggetti particolari e generali di queste scienze e i rispettivi rapporti secondo cui le abbiamo classificate in scienze dei diversi ordini e in sotto-tipi. Ci rimane ora da esaminare i tipi in sé stessi, mostrare i loro caratteri distintivi e riunirli in sotto-regni e in regni.

Prima di inoltrarci in questo lavoro, ritengo di dover ritornare su una questione che può ancora presentarsi, anche se la maggior parte dei motivi che possono portare alla sua soluzione sono già stati indicati nel corso del presente lavoro e in particolare nell'*Introduzione*. Esige l'ordine naturale delle conoscenze umane che, come ho supposto io, le scienze noologiche vengano dopo le scienze cosmologiche, oppure esse debbono essere poste prima di queste ultime, come è stato fatto in altre classificazioni proposte da vari autori? È

[2] Augustin Serres, anatomista, fisiologo ed embriologo francese (1786-1868): fu professore di « Anatomia e storia naturale dell'uomo » al Museo di Parigi, corso cui egli mutò il nome nel 1855 in quello di « Corso di storia naturale dell'uomo o di antropologia ».

evidente che non possono rimanere dubbi a questo proposito, qualora si consulti l'ordine naturale degli *oggetti* stessi delle nostre conoscenze: invero l'esistenza dell'uomo presuppone l'esistenza del mondo materiale, del globo che abita, dei vegetali e degli animali dai quali egli trae il suo sostentamento e il soddisfacimento delle sue necessità più impellenti. Molte altre considerazioni confermano la validità di questa sistemazione. Sembra che coloro che l'hanno respinta lo abbiano fatto perché ritenevano che ci si dovesse occupare prima di tutto delle scienze che essi giudicavano più importanti; invece si deve incominciare da quelle che costituiscono una premessa necessaria per potersi elevare sempre più in alto, terminare ogni grande divisione della serie con le scienze che traggono partito da tutte le conoscenze precedenti per risolvere i problemi di più alto interesse, sia riguardo ai bisogni dell'uomo e alla sua conservazione, sia riguardo alla morale, all'educazione, alla religione e al governo degli Stati. Si è detto che, essendo Dio la causa prima di tutto ciò che esiste, le scienze religiose dovrebbero essere messe al primo posto. Ma può l'uomo conoscere Dio prima di conoscere il mondo e il proprio pensiero, che gli si manifestano in principio per mezzo della sensibilità, dell'attività e della coscienza? Non è l'ordine meraviglioso dell'universo che gli rivela l'intelligenza e la potenza infinite? Due vie conducono l'uomo a Dio: anzitutto, questo ordine stesso, in cui tutto è previsto, ma non da quegli esseri che gli devono la propria conservazione; in secondo luogo la necessità di una causa per tutto ciò che esiste, e di una causa intelligente per l'esistenza di un mondo nel quale l'intelligenza si manifesta dappertutto. Ma questa conoscenza conduce l'uomo ad una conoscenza molto imperfetta degli attributi del suo Creatore, dei doveri che questi esige da lui e del fine per cui lo ha creato. Perciò è stato necessario che Dio supplisse alla debolezza della mente umana, aprendogli, per mezzo della rivelazione, una seconda via che lo conducesse a lui. Donde due oggetti di studio, completamente indipendenti l'uno dall'altro, che mi è sembrato impossibile accostare nell'ordine naturale delle scienze. La

teologia naturale e la teodicea evidentemente fanno parte delle scienze filosofiche propriamente dette. Cosa sarebbe infatti un trattato di filosofia che non parlasse di Dio? Del resto è proprio a queste scienze che sono state riferite le ricerche relative a cotesto grande oggetto. La rivelazione, come lo studio di tutte le religioni che non l'hanno riconosciuta, non appartiene invece alle scienze storiche? Non sono dominio della storia tutte le prove sulle quali essa si fonda? Non si trovano queste unicamente nella storia del popolo eletto da Dio prima della sua venuta tra gli uomini, e nella storia della Chiesa dopo la nascita del Cristianesimo? Perciò, sotto tutti i punti di vista, la ierologia e la controversia (studio comparato dei fondamenti delle religioni), che in quella è compresa, debbono venire dopo le altre scienze etnologiche, le quali a loro volta devono necessariamente essere precedute dalle scienze noologiche propriamente dette. A tutti i motivi che ho già addotto perché le scienze noologiche siano poste dopo le scienze cosmologiche, bisogna ancora aggiungere i seguenti:

1) I problemi discussi dai metafisici non possono essere trattati convenientemente da coloro che ignorano le scienze cosmologiche. Fa veramente stupire che nel diciannovesimo secolo scritti di filosofi giustamente celebri contengano asserzioni e ragionamenti dai quali è chiaro che essi non hanno la minima idea della fisica moderna; tali sono, ad esempio, le obiezioni che si trovano in lavori consigliati agli aspiranti al « baccalauréat » per prepararsi all'esame di filosofia. Una di tali obiezioni consiste nel ritenere che sostanze qualsiasi possano agire soltanto se sono a contatto; invece, dopo Newton, i matematici e gli astronomi ammettono generalmente che i corpi celesti si attirino a distanza senza alcun genere di contatto tra loro. Tutti quelli che sono al corrente dello stato attuale delle scienze fisiche sanno che l'azione mutua delle molecole dei corpi, anche di quelle del fluido detto etere che è diffuso in tutto lo spazio, avviene attraverso intervalli vuoti, in realtà piccolissimi, che le separano; poiché sarebbe impossibile supporre che, quando due biglie si scontrano, le molecole poste alla super-

ficie di una possano essere più vicine alle corrispondenti sulla superficie dell'altra di quanto non lo siano tra loro due molecole di una stessa biglia, è evidente che l'azione dell'urto avviene senza contatto, ad opera delle stesse forze repulsive che tengono lontane l'una dall'altra le molecole di uno stesso corpo. Abbiamo già visto, nel paragrafo dell'ontologia [1], come l'esperienza unita al calcolo abbia dimostrato l'esistenza degli spazi vuoti di cui ora parliamo, dalla quale risulta necessariamente l'impossibilità di un reale contatto sia fra le molecole di un corpo, sia fra due corpi che a noi sembrano toccarsi, perché sono separati soltanto da una distanza che i nostri sensi non possono afferrare.

L'azione immediata e reciproca fra le sostanze materiali e le sostanze immateriali, sia perché le prime comunicano alle seconde delle sensazioni, sia perché queste muovono le prime, è la base di ogni metafisica in accordo con lo stato attuale delle scienze. Su questa azione si devono fondare l'esistenza e la distinzione di queste due specie di sostanze, nello stesso modo in cui attraverso tale azione gli uomini hanno conosciuto sostanze immateriali quali *causa motrice* dei movimenti volontari, come ho già detto nella nota posta alla fine della prefazione del presente lavoro [2].

[1] Non abbiamo riportato questo passo, dove Ampère sostiene le ipotesi di Newton contro quelle di Descartes, poiché già conosciamo il pensiero dell'Autore dalle sue opere di fisica incluse nelle Sezioni precedenti; in tale sede osservammo però che cotesta convinzione non può più essere condivisa oggi.

[2] La nota riproduce un articolo comparso su « Temps » del 22 luglio 1833, in cui il dott. Roulin dà un estratto di una lezione tenuta da Ampère al Collège de France sulle quattro epoche della vita umana « che corrispondono alle quattro specie di concezioni che, unitamente ai fenomeni sensitivi e attivi, dànno origine, con le loro diverse combinazioni, a tutti i fatti intellettuali ». « Il pensiero umano – dice Ampère – si compone di *fenomeni* o di *concezioni* ». Sotto il nome di *fenomeni* egli comprende: 1) tutto quanto è percepito con la sensibilità, come le sensazioni, le immagini che sussistono dopo che le circostanze alle quali dobbiamo queste sensazioni siano cessate, e i fenomeni formati dalla riunione di una sensazione presente e di una immagine della stessa sensazione ricevuta anteriormente, riunione alla quale egli dà il nome di *concrezione*; 2) quanto è percepito dalla coscienza che noi abbiamo della nostra propria attività come il sentimento stesso di questa attività che egli chiama *emestesi* (ἐμόν, στάσις), la traccia che ne conserva la memoria, che egli chiama *automnesia* e il fenomeno formato dalla riunione dell'emestesi attuale e delle tracce conservate dalla memoria di tutte le emestesi passate, riunione che costituisce la personalità fenomenica. Di qui nasce la differenza che egli stabilisce tra i *fenomeni sensitivi* e i *fenomeni attivi*. « Quanto alle concezioni – riferisce Roulin – egli distingue quattro specie: I) Le concezioni primitive, inseparabili dai fenomeni,... II) Le concezioni obiettive, ossia per i fenomeni sensitivi l'idea che noi abbiamo della materia... e per i fenomeni attivi l'idea della sostanza che muove il nostro corpo e nella quale sta il pensiero e la volontà... III) Le concezioni che il bambino acquista con gli sforzi che fa per comprendere il linguaggio dei genitori... IV) Le concezioni dell'ultima specie sono le concezioni esplicative, per mezzo delle quali risaliamo alle cause, con lo studio comparato dei fenomeni... ». Più avanti egli dice: « ... la personalità fenomenica è una delle mille modificazioni sensitive e di altro genere che possono coesistere nella sostanza motrice e pensante. Il carattere che la distingue essenzialmente dagli altri fenomeni è quello di avere la sua origine nell'azione stessa prodotta da detta sostanza invece di averla in un'azione esterna; per questo l'emestesi è il solo fenomeno che possa essere primitivamente accompagnato dalla concezione di causalità ». « Ampère chiama il fenomeno dell'impressione semplicemente *reazione* quando si produce organicamente, indipendentemente dalla volontà, e *attenzione* quando è volontario... Quando vi è *attenzione* il richiamo dell'immagine dipende più o meno dalla nostra volontà ».

Quale senso può avere l'altra obiezione, tratta dalla supposizione che due sostanze di natura del tutto differente non potrebbero agire l'una sull'altra, agli occhi di un chimico, il quale sa invece che l'azione fra le molecole dei diversi corpi è tanto più energica quanto più differente è la natura di queste molecole?

Infine si stenterebbe a credere che in un trattato di filosofia stampato qualche anno fa si trovi (a sostegno dell'opinione che l'autore difende, ossia che le sostanze create esistono a causa di una *creazione continua*, senza la quale esse ricadrebbero nel nulla) il seguente paragone: *affinché esse continuino ad esistere bisogna che Dio le ricrei ad ogni istante, così come gli scienziati che si occupano di meccanica ammettono che, affinché un moto impresso si conservi e il mobile non ricada nello stato di riposo, la forza che ha impresso il moto deve continuare ad agire ad ogni istante.* Come mai l'autore di tale paragone ignora che quegli scienziati pensano precisamente il contrario e, concordemente con l'esperienza, insegnano che il corpo, una volta messo in

moto dalla forza che ha agito su di lui, continua a muoversi indefinitamente, a meno che altre forze non vengano a contrastare il moto? Se qualche conclusione può essere tratta dal paragone su riferito è che, essendo la continuazione indefinita del moto, dopo che l'azione della forza è cessata, ammessa come uno dei princìpi fondamentali della meccanica [a], i metafisici dovrebbero *a fortiori* ammettere che una volta creata, sussista indefinitamente, a meno che un nuovo atto della potenza creatrice non venga ad annullarla [3].

2) Per sviluppare le prove dell'esistenza di Dio, tratte dalla contemplazione dell'universo, bisogna pur conoscere l'universo stesso, per non unire a prove irrefragabili ragionamenti fondati su errori evidenti, quali si trovano talvolta in lavori scritti in epoche nelle quali le scienze erano appena nate oppure da uomini che non le conoscevano.

Quanto ho ora detto basta per mostrare l'impossibilità di dividere le scienze in tre regni sotto il nome di scienze di *autorità*, di *ragione*, di *osservazione*; di riunire nelle prime, come vorrebbero gli autori delle classificazioni che mi vedo costretto a combattere, la parte filosofica e la parte storica delle scienze religiose, per passare poi allo studio del pensiero umano e infine a quello del mondo materiale. Simile siste-

a. Si chiama *inerzia* la proprietà della materia secondo cui un corpo, a meno che una forza non agisca su di esso, persevera nello stato, di riposo o di moto, in cui si trova per qualsiasi causa, e, finché nessuna forza agisce su un punto materiale che sia stato messo nello stato di moto da forze che non esistono più, il moto di questo punto è rettilineo, uniforme e continua indefinitamente; su questa proprietà, che è inerente all'essenza della materia, si fonda tutta la meccanica.

[3] Per la creazione continua vedi DESCARTES, *Discours sur la méthode*, IV, Princ. Phil., I, 21. Sant'Agostino sembrerebbe avvalorare questa tesi quando dice « Conservatio continua creatio est ». Tommaso d'Aquino invece pare suffragare la deduzione di Ampère « Conservatio rerum a Deo non est per aliquam *novam* actionem, sed per continuationem actionis, qua dat esse » (*Summa Theologica*, I, 104, 1-4). Il Bartmann in *Teologia Dogmatica* spiega: « Nella creazione agisce Dio solo, nella conservazione le cose agiscono con Lui in quanto cooperano alla propria durata mediante la loro tendenza a conservare il proprio essere ».

mazione capovolge evidentemente i rapporti naturali delle scienze ponendo le ultime dopo quelle che non possono fare a meno del loro ausilio. Del resto, basta vedere i risultati di tale sistemazione, quali si trovano nella tavola delle conoscenze umane allegata dal padre Ventura [4] al suo trattato *De methodo philosophandi*, pubblicato a Roma nel 1828, per essere colpiti da tutte le anomalie che ne conseguono. Invero vi si nota che alcune delle scienze relative alle società, con le quali io ho formato l'ultimo sotto-regno della mia classificazione e che sono fra loro legate da numerosi ed intimi rapporti mutui, come la giurisprudenza, l'economia politica e la diplomazia, nella quale sono compresi la geografia politica ed il commercio, sono situate fra le scienze di *autorità*, mentre le altre, la storia e l'archeologia (eccetto la storia sacra e la storia delle antichità giudaiche), nonché l'arte militare, non sono neppure nominate nella tavola del padre Ventura [a].

. . . . . .

b) *Classificazione.*

I quattro tipi comprendono tutte le scienze che si riferiscono al *pensiero umano*, il secondo dei due oggetti di tutte

a. D'altronde in quella tavola si vedono accostamenti che possono essere accettati. Le lettere e le belle arti sono riunite con ragione all'ideologia, alla dialettica e alla pedagogia, quantunque la denominazione di scienze di *ragionamento* non sia adatta; ma le parole hanno qui scarsa importanza. Le scienze matematiche si trovano, in accordo a quanto ho stabilito io quando me ne sono occupato, fra le scienze di *osservazione*; ma ordinate in modo alquanto strano. Queste scienze cominciano con la cosmologia, poi viene la chimica, e immediatamente dopo la matematica, seguìta dalla fisica, il cui legame naturale con la chimica risulta così spezzato. Alla fisica particolare succede l'astronomia, seguìta dalla medicina e dalla storia naturale, per le quali ben difficilmente si possono scorgere rapporti con l'astronomia.

[4] Gioacchino Ventura (1792-1861), padre teatino, famoso teologo e predicatore siciliano. Sostenitore del separatismo siciliano e della divisione tra potere spirituale e potere temporale, dovette riparare a Parigi, dove ottenne grandissimo successo come predicatore per le idee liberali che lo avvicinavano a Lamennais e Lacordaire.

le scienze. Ne formeremo quindi il secondo regno delle conoscenze umane; e, come ho già detto nella prima parte, gli darò il nome di regno delle SCIENZE NOOLOGICHE, dal greco νόος, intelligenza, pensiero, sentimento, disegno, volontà, il cui significato si estende a tutto quanto, secondo l'esempio di Cartesio e dei filosofi che lo hanno seguìto, io ho compreso sotto il nome di *pensiero*. Infatti i Greci hanno espresso con quel vocabolo non soltanto ciò che appartiene all'intelletto; essi se ne sono serviti anche per indicare i sentimenti, le passioni, le volontà, ecc., come si può vedere nella notevole tesi che il sig. Hamel, professore supplente di letteratura greca alla Facoltà di Tolosa, ha pubblicato sulla psicologia di Omero. Questo regno si suddivide naturalmente in due sotto-regni. Da un lato avremo le SCIENZE NOOLOGICHE propriamente dette, che comprenderanno le scienze filosofiche e nootecniche, ossia tutto quanto concerne il pensiero in sé stesso ed i mezzi dei quali gli uomini si servono per manifestarlo e per modificare quello dei loro simili; dall'altro lato avremo le SCIENZE SOCIALI, nome che si addice alla riunione delle scienze etnologiche e politiche, nelle quali si studiano le società umane.

Ecco la tavola di questa classificazione:

Regno	Sotto-regno	Tipi
Scienze noologiche	Noologiche propriamente dette	Filosofiche
		Nootecniche
	Sociali	Etnologiche
		Politiche [5]

[5] Il volume termina con alcune brevi Osservazioni di non grande rilievo.

SEZIONE QUARTA

LETTERE

La corrispondenza di A. M. Ampère è quanto mai ricca e vasta. Egli aveva rapporti epistolari con tutti gli uomini più illustri del tempo nel campo delle scienze e delle lettere: la sua corrispondenza è particolarmente abbondante con la prima moglie nel breve periodo della sua vita, con gli amici di Lione, in particolare Bredin [1]*, Ballanche, Bonjour, e altri, e con il*

[1] Claude Julien Bredin nacque nel 1776 nell'Ecole Vétérinaire di Alfort (o Alfortville) dove il padre era professore. Passò però quasi tutta la sua adolescenza nel sobborgo della Guillotière di Lione, ove si stava costruendo la scuola veterinaria fondata dal celebre Bourgelat. Durante l'assedio di Lione riuscì a sfuggire alla sorveglianza del padre e si arruolò tra i difensori della città: venne fatto prigioniero e per poco non fu giustiziato. Divenne poi veterinario di artiglieria nell'armata delle Alpi, finché nel 1795 venne chiamato quale professore e aiuto del padre, divenuto direttore, all'Ecole Vétérinaire di Lione: alla morte del padre ne diventò egli stesso stimato direttore. Data da quell'anno 1795 la sua stretta amicizia con Ampère, sorta allora da discussioni religiose (Bredin è stato chiamato « il primo convertito di Ampère ») ma estesa poi ad ogni altro campo, amicizia che durò tutta la vita e non si attenuò neppure dopo la partenza di Ampère per Parigi. Si può dire veramente che Bredin fu il migliore amico di Ampère.

Del resto essi avevano una certa affinità: una salute gracile e una grande timidezza, che tuttavia celavano un'anima ardente e passionale. Bredin, giovinetto, impressionato dai fatti storici del tempo, giurò che avrebbe dato la sua vita per l'indipendenza del Perù!... ma non ebbe mai l'occasione di farlo! Non venne tuttavia mai meno alle sue idee democratiche. Tanto Ampère quanto Bredin erano, fin da ragazzi, avidi di sapere: mentre però Ampère spaziava in tutti i campi, Bredin aveva coltivato solo interessi scientifici; nella sua educazione la cultura umanistica era del tutto assente. Fece parte della « Société Chrétienne » di Lione di

figlio Jean Jacques. Essa è, a nostro parere, importantissima per conoscere il carattere e le idee del grande scienziato. Perciò ne riportiamo qui un certo numero, non senza qualche rimpianto di non potere per evidenti ragioni di spazio e di discrezione essere più abbondanti in questa interessante documentazione.

Come sempre capita, non tutte le lettere di Ampère sono pervenute fino a noi: di quelle inedite alcune si trovano fra i documenti dell'Institut e forse anche dell'Ecole Polytechnique e dell'Ecole Normale; altre sono rimaste negli archivi familiari dei diversi destinatari, altre disperse. Tuttavia esistono due buone collezioni stampate: André Marie et Jean Jacques Ampère - Correspondance, *a cura di Madame H. C.* [2], *Parigi, 1875 (dalla quale è stata tratta la maggior parte di quelle che presentiamo qui), e* Correspondance du Grand Ampère, *di L. Launay, Parigi, 1936. Le lunghe lettere riguardanti l'elettrodinamica e l'elettromagnetismo si trovano invece nei già citati* Recueil d'observations électromagnétiques *dello stesso Ampère e* Collection de mémoires rélatifs à la Physique, *tomo II e III, a cura del Joubert e sono state da noi riportate nella Sezione II.*

In un primo tempo avevamo pensato di raggruppare, per comodità del lettore, le lettere per argomento. Senonché abbiamo dovuto rinunciarvi perché Ampère è solito trattare, diremmo quasi tumultuosamente, le più svariate questioni in una stessa lettera, passando improvvisamente da un argomento all'altro, salvo poi ritornare su quello iniziale, man mano che le idee gli si presentano alla mente. Abbiamo quindi mantenuto l'ordine cronologico numerando le lettere qui riprodotte, e in calce alla presente nota abbiamo posto una specie di tavola riassun-

cui Ampère era presidente e alla quale appartenevano fra gli altri Ballanche, Barret, Roux-Bordier, Chatelain, ecc. (vedi note seguenti) e poi, allo scioglimento della stessa avvenuto in seguito alla partenza di Ampère da Lione, divenne membro della « Petite Académie » che ne fu in certo qual modo la continuazione.

[2] Madame Henriette Chevreux, ammiratrice dei due Ampère e del Sainte-Beuve.

tiva per argomenti: una stessa lettera può comparire perciò elencata sotto più argomenti.

Per quanto riguarda l'elettrologia rimandiamo, per le più importanti lettere, alla Sezione II, mentre qui si trovano soltanto osservazioni minori o complementari.

Di maggiore interesse ci sembrano quelle che fanno accenni alla chimica.

Ma l'interesse maggiore di queste lettere sta nelle idee religiose, filosofiche, sociali e politiche. Per quanto riguarda le prime, manca tutto un quaderno di lettere contenenti dissertazioni teologiche fra Ampère e l'amico Bredin, dal 1815 al 1817; ma, come giustamente osserva M.me H. C., esse potrebbero interessare vivamente solo un ristretto numero di persone ma « stancherebbero presto la pazienza di quelli che non hanno voglia di seguire un corso di teologia ».

Una gran parte delle lettere che abbiamo classificato tra le filosofiche riflettono i vari ripensamenti di Ampère sulle sue tavole di classificazione e comprovano quanto egli stesso disse nella Prefazione *all'*Essai sur la philosophie des sciences (*vedi premessa alla Sezione III del presente volume*).

Qualcuno potrebbe obiettare che un certo numero di lettere riguarda problemi privati e familiari; tuttavia esse sono interessanti perché, meglio di altre, servono a far conoscere il carattere, il temperamento e le stesse idee fondamentali di Ampère.

Ci siamo inoltre permessi di inserire alcune lettere (molto poche del resto) scritte da altri ad Ampère, quando queste ci sembravano utili per capire le sue, oppure erano tali da lumeggiare la figura dell'uomo e dello scienziato.

Chiudiamo la raccolta con una commossa lettera del fedele amico Bredin a Jean Jacques Ampère, scritta proprio il giorno seguente alla morte di André Marie.

TAVOLA RIASSUNTIVA PER ARGOMENTI DELLE LETTERE QUI RIPRODOTTE E NUMERATE IN ORDINE CRONOLOGICO (*la numerazione delle lettere è stata data dal curatore*).

Considerazioni religiose: nn. 4 - 6 - 10 - 12 - 13 - 16 - 17 - 18.

Filosofia: nn. 2 - 3 - 5 - 7 - 8 - 9 (nota) - 11 - 15 - 16 - 17 - 18 - 22 - 40 - 41 - 42.

Elettrologia: nn. 20 - 22 - 23 - 24 - 28 - 29 - 31 - 32 - 33 - 35.

Chimica: nn. 7 - 8 - 15 - 20.

Scienze diverse: nn. 9 - 19 - 20 - 22 - 24 - 26 - 34 - 36 - 39.

Idee sociali e politiche: nn. 8 - 10 - 11 - 13 - 14 - 19 - 20 - 21 - 30 - 34.

Carattere umano e interessi vari: nn. 1 - 4 - 5 - 6 - 20 - 22 - 24 - 25 - 27 - 28 - 31 - 34 - 35 - 37 - 41 - 44.

Questioni private e familiari: nn. 4 - 5 - 18 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 27 - 28 - 29 - 32 - 33 - 37 - 38.

I.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A CLAUDE JULIEN BREDIN.

1805.

Amico mio, ho ricevuto la lettera tanto impazientemente attesa; essa mi apporta le più veraci consolazioni che io abbia provato da quando sono a Parigi. Partecipo alle vostre pene e anche alle vostre gioie. Siate sempre più felice nella misura in cui diventate ogni giorno migliore del giorno prima. Ciò che mi dite della vostra cara Méla mi fa prendere una parte vivissima alle sue sofferenze. Soltanto le donne sono suscettibili di questa sensibilità esaltata che talvolta cambia per esse in tormento le più dolci emozioni. Quanto sono da compiangere quando l'essere più forte, incaricato dalla Provvidenza di rendere la loro sorte meno severa, sa appena compatirle! Amico mio, non sono i giorni nei quali ero colmato di tutta la felicità che un uomo possa gustare sulla terra quelli che hanno lasciato nella mia anima i più pungenti rimpianti, ma quelli nei quali, afflitto per i suoi dolori, io vedevo le mie cure risparmiargliene qualcuno, ed essa, posando su di me un riconoscente e languido sguardo, mi diceva: « Mio caro André, tu fai tutto quello che puoi, non pensi che alla tua Jiulie; perché tormentarti tanto? » Ah! Bredin, voi vedete soffrire la persona amata, ma almeno non avete da temere la più grande disgrazia. Diminuite le sue pene condividendole, mostrandole con tutte le vostre azioni che voi non siete più nulla ai vostri propri occhi, che essa è tutto per voi. Dopo quanto avevo perduto mi restavano a Lione degli amici che mi volevano bene, che elevavano la mia anima, esaltavano in me i sentimenti del

bello e del buono. Qui tutto mi abbassa, tutti mi sembrano sprovvisti di entusiasmo. Ho intravisto qualche eccezione, ma non ho quasi alcun rapporto con quelli presso i quali ho creduto di scoprirle. Non temete però che il soggiorno a Parigi distrugga in me quello [1] che mi ha valso la vostra amicizia. No, le vostre lettere e i miei ricordi mi preservano da un tale pericolo.

Dite a Châtelain l'interessamento che gli porto; abbracciate per me Bonjours, Borret, Dessoche, Grognier, ecc.; ricordatemi a Roux. Io ho fatto colazione ad Auteuil con Cabanis [2] e Tracy [3]; questi signori mi assicurano che ci sono già dieci memorie al concorso sulla questione di metafisica che io volevo trattare.

Presentate i miei rispetti alla signora Grognier alla quale dovreste attribuire una parte della vostra felicità per l'equilibrio che ella stabiliva nel vostro animo e per l'esempio delle sue virtù. Possa suo marito sentire il valore di ciò che possiede!

A. Ampère.

[1] Il sentimento religioso. Ampère aveva convertito alla pratica religiosa l'amico Bredin. Dalle lettere successive risulta però che nel Bredin sorsero più volte dei dubbi e dei cedimenti, sempre seguiti e controbattuti con amore da Ampère.

[2] Pierre-Jean-Georges Cabanis, medico e pensatore francese (1757-1808). Frequentò il salotto di M.me Helvetius ad Auteuil, famoso cenacolo di vita intellettuale e politica della fine del Settecento, e fu fra i fondatori della « Idéologie ». Si occupò particolarmente dei rapporti fra il fisico e il morale; rivestì anche cariche pubbliche e infine divenne professore di storia della medicina a Parigi, ma non tenne mai il corso e devolse lo stipendio in beneficenza. Sua opera principale *Rapport du phisique et du moral*, Parigi, 1802.

[3] Antoine-Louis-Claude Destutt de Tracy, filosofo francese (1756-1836). rappresenta una delle tendenze della « Idéologie » di cui fu uno dei fondatori e di cui propose il nome (1795). Gli ideologi traggono origine dall'empirismo di Locke e soprattutto dal sensismo di Condillac e rappresentano un ponte verso la psicologia positiva posteriore. De Tracy però inclina piuttosto verso il nominalismo.

2.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A J. BREDIN.

Agosto 1806.

. . . . . .

Sto occupandomi sempre molto di metafisica e sono molto legato con Maine de Biran. Il suo lavoro, testé premiato dall'Institut, di cui sta curando la pubblicazione, è quanto di più opposto ai sistemi moderni si possa immaginare; è una metafisica completamente spirituale, come quella di Kant, forse ancora più distante da tutto quanto sa di materialismo. Il mio modo di concepire i fenomeni intellettuali è più semplice e, mi sembra, più in accordo con i fatti; ma questo mio modo di vedere non innalza l'anima quanto la sua concezione e non dà un'idea tanto alta della forza innata della volontà, libera per eccellenza, dalla quale egli fa derivare tutte le sue spiegazioni. Conoscerò presto meglio il complesso del suo sistema. Attendo con impazienza la pubblicazione del suo libro.

. . . . . .

A. Ampère.

3.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE AL SIG. MAINE DE BIRAN, SOTTOPREFETTO DEL CIRCONDARIO DI BERGERAC.

Parigi, 1807.

Mio caro amico, scusate il mio silenzio pensando alle preoccupazioni che mi assorbono attualmente; ma l'amicizia che mi ispirate non è meno viva. In tali circostanze sarei felice se voi foste a Parigi ed io potessi ricacciare interamente quei ricordi dolorosi che ritornano a turbarmi e che dolci progetti e la speranza di una nuova vita non riescono ad allontanare completamente (« Manent alta mente reposta »).

Il cuore e la mente dell'uomo sono uno strano enigma: si fa della buona metafisica osservandosi imparzialmente

come si osserverebbe un altro, senza imporre alcuno sforzo su sé stessi, lasciando che tutti i propri pensieri, tutte le proprie azioni siano determinate soltanto dai propri sentimenti in modo che il proprio « io » sia quasi ridotto alla funzione di spettatore; soltanto così si riuscirebbe a conoscere bene l'anima umana. Come, nel caso contrario, in cui la ragione disapprova le nostre tendenze e lotta, si potrebbe osservare un ordine di facoltà completamente opposto, quello della volontà libera e potente.

Avete potuto riprendere le vostre meditazioni metafisiche? La vostra salute si è completamente ristabilita e il dolore dal quale siete stato afflitto si è un poco mitigato con le consolazioni della scienza e le distrazioni del vostro ufficio?

. . . . . .

Vi abbraccio teneramente.

Ampère.

4.

André-Marie Ampère a J. Bredin.

Maggio 1808.

Bredin, voi pensate certamente in questo momento al disgraziato che vi è caro; tutto è finito per lui, bisogna che ve lo dica, ma come farvelo capire se non lo comprendo neppure io? è così, amico mio, attendo di essere cacciato da un momento all'altro dalla mia casa. Da molto tempo la signora Ampère [4] non mi parla più, non mi risponde più nel solo momento della giornata in cui mi trovo con lei.

La signora P*** [5] ha osato ripetermi due volte che, se voglio evitare una separazione, dovrei sacrificare tutte le mie opinioni a quelle di mia moglie ed altre cose ancora più incredibili; ho sopportato tutto. Mi sostiene solo la

[4] La sua seconda moglie.
[5] La suocera.

speranza di rivedere il figlio dell'angelica e sfortunata Julie, di abbracciare la mia povera madre e voi, amico mio; poi una voce grida sempre dal fondo del mio cuore che se Dio mi ha abbandonato, l'ho meritato, avendolo io abbandonato per primo; mi renderà ancora questa grazia della fede? Ho pregato ardentemente stamane; in quel momento io credevo fermamente, la mia anima si elevava dolcemente verso il cielo; ma quanto provavo soltanto qualche ora fa, ora mi sembra un sogno.

Mi ricordo il giorno in cui ricevetti la Cresima a S. Giovanni: di quali sentimenti di amor di Dio ero pervaso! Sei mesi dopo ho potuto dubitare; in certi momenti mi giudico assurdo nel disconoscere la mano che vorrebbe sostenermi; in altri mi sovvengono tutte le contraddizioni, le impossibilità che ho creduto di vedere nel cristianesimo, anche se so che, quando ho creduto di vederle, il mio cuore era già corrotto. Prego e dubito, Bredin, vi chiedo ardentissimamente di ottenere da Dio che mi illumini, che mi consoli, poiché io sento dentro di me delle inclinazioni detestabili.

Amico mio, vi abbraccio.

André-Marie Ampère.

5.

André-Marie Ampère a Maine de Biran.

Parigi, agosto 1808.

Caro amico, vi mando, completa per quanto è possibile fare in una lettera, l'esposizione delle mie principali idee psicologiche e della nomenclatura che mi sembra necessario adottare per avere finalmente un linguaggio invariabile ed atto a rendere con esattezza le vedute metafisiche che si vorrebbero esprimere.

Ho ricevuto la vostra lettera; essa ha fatto passare qualche ora gradevole ad un uomo che non ne conosce più. Mi dite che io ho attribuito ad un'altra [6] i sentimenti che

[6] La seconda moglie.

erano soltanto nel mio cuore. Ah! io lo sento fin troppo; ma se sapeste tutte le circostanze che me li hanno ispirati, converreste che sarebbe stato ben difficile non essere ingannati. Quanto i suoi pensieri sembravano elevati e appartenere ad un'anima veramente sensibile! Credetti che le ricchezze le importassero poco e che essa mi avesse scelto per il mio modo di sentire. Ahimè! era assurdo vedere le cose in questo modo, ecco ciò di cui non so darmi pace. Vi ringrazio dei vostri consigli, io li seguirò se potrò. Ma di quanta freddezza bisognerebbe riempire il cuore! Non ci riuscirò mai. Ma basta: non parliamo più delle mie disgrazie.

Non mi dite nulla dei vostri lavori metafisici, di questa scienza amata che mi ha già dato un tempo la tranquillità dello spirito; che essa possa fare ancora lo stesso miracolo! Che ne è del vostro lavoro che stampa Courcier? Da cinque mesi non ho più visto nessuno; fui domenica dal sig. de Tracy; egli mi parlò molto di voi. Il sig. Cabanis è stato molto ammalato per un colpo apoplettico; non gliene è rimasta traccia, salvo un po' di apprensione per l'avvenire.

Addio, caro amico, vi amo più di quanto non possiate credere.

Ampère.

6.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A J. BREDIN.

Settembre 1808.

Non mi si parli di ridiventare felice! Ahimè! si sa che ciò è impossibile; ma che io possa ritrovare la luce! Sì, io sento sempre al fondo della mia anima che Dio non deve aver creato l'uomo per questa miserabile esistenza. Dal momento che gliene riserva un'altra, non lo ha potuto lasciare in queste tenebre della terra e se gli ha rivelato qualche cosa lo ha fatto per mezzo di Gesù Cristo. Amico mio, ecco una prova del cristianesimo che mi ci ricondurrebbe intieramente se io fossi stato meno negligente. Ma, per quanto

mi irriti contro me stesso, ogni sentimento di amore divino mi sfugge: come credere senza carità?

Non vedo niente di contraddittorio nelle verità religiose, Dio può tutto, ma non vedo più le ragioni che mi portavano a credere che la religione cattolica sia ispirata da lui; si presentano ora ai miei occhi le obiezioni vaghe che in un tempo migliore rifiutavo. Mi ripeto che, se questa religione fosse opera di Dio, si sarebbe diffusa di più, che essa fa un dogma di una infelicità eterna; questa idea mi rivolta, perché se il genere umano avesse dovuto essere sempre infelice, egli non l'avrebbe creato!... che io sappia. Sento bene che tutto ciò non significa nulla, poiché io non posso abbracciare l'intero sistema degli esseri intelligenti e poiché ignoro i rapporti che esistono fra di loro. L'infelicità, la felicità sono qualcosa di reale? Perché vivo? Ed ecco sempre queste tenebre della metafisica; non ci capisco più nulla, come nelle matematiche, come in tutto il resto! Non so più legare due idee. Quale sorte funesta!

Ah! Bredin, che il vostro affetto non mi manchi; cercate di ricondurmi ai sentimenti che soli possono darmi una calma relativa. E quella lunga lettera che dovrebbe farmi del bene quando giungerà? Oh! stupefacente debolezza della mente e del cuore dell'uomo! Quattro anni fa avreste potuto immaginare che sarebbe venuto così presto il giorno in cui sarebbe spettato a voi provare a vostra volta la verità e la divinità del cristianesimo a quello stesso che allora aveva durato tanta fatica a convincervene?

Addio, vi abbraccio.

A. Ampère.

7.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A BONJOUR E A BREDIN.

1811.

. . . . . .

Esaminate, vi scongiuro, mio caro Bonjour (poiché oggi scrivo tutto ciò a voi e non a Bredin, il quale respinge la

metafisica come scuoterebbe la polvere dai suoi piedi), esaminate questa tavola, confrontandola, per meglio comprenderla, con quanto vi ho già lasciato su tale argomento, poi ditemi sì o no, con i vostri motivi, se ne avete il tempo; ma in ogni caso sì o no, sia sul nuovo fenomeno introdotto nella tavola, sia sui due cambiamenti di denominazione del giudizio e della cointuizione.

Cercate di impegnare Bredin a parlarne con voi, discutetene fra voi due; ma Bonjour mi comunichi al più presto possibile la decisione di questo tribunale. Per impegnarlo, se non basta il piacere che farà a un povero infelice che non ha più altra soddisfazione a questo mondo se non quella di ricevere lettere da Lione, ditegli che la decomposizione della potassa e della soda, ossidi di due nuovi corpi combustibili metallici, scoperti dal sig. Davy a Londra, è contestata con alcune argomentazioni, fondate secondo me su malintesi, quantunque gli esperimenti siano perfettamente riusciti a Parigi. Io stesso ho visto bruciare e ribruciare queste sostanze metalliche; esse bruciano con scintille irradiantesi simili a quelle dello zinco, il che mi sembra dimostrare completamente la falsità dell'ipotesi che viene opposta alla scoperta del sig. Davy, secondo la quale la potassa, corpo semplice, si combinerebbe con l'idrogeno e proprio codesta combinazione provocherebbe la brillantezza metallica che la fa scambiare per un metallo. Questa ipotesi, che sembra ricalcare quella di Kirwan, combattuta a suo tempo da Lavoisier e Berthollet, ossia che l'idrogeno sia il flogistico [7] ed entri come elemento in tutti i metalli, è stata tuttavia accolta come probabile dalla maggior parte dei chimici, persino da Thénard.

Addio, mio caro amico, Vi abbraccio con tutta l'anima.

Ampère.

[7] Inutile ricordare che aveva ragione Davy: la potassa è un ossido idrato del potassio (metallo semplice). Vedi nota 2, p. 126.

8.

André-Marie Ampère a J. Roux [8] di Ginevra.

11 marzo 1814.

So, caro amico, che voi non osate scrivermi per timore che la mia risposta sia accompagnata da una tavola di metafisica. Non abbiate paura a questo riguardo; non ho più tempo di pensarci, mentre una vostra lettera mi farebbe piacere.

Da quando ho lasciato Nogent, quasi sei mesi fa, non ho più dedicato due ore alla metafisica. Le mie conversazioni con il sig. Davy [9] avevano suscitato in me un grandissimo interesse per la chimica. Per circa due mesi mi sono occupato di un lavoro il cui risultato mi sembrava dover aprire in questa scienza un nuovo corso e dare il mezzo di prevedere *a priori* i rapporti fissi secondo i quali i corpi si combinano, riportando le loro diverse combinazioni a princìpi che sarebbero l'espressione di una legge della natura, la cui scoperta sarà forse, dopo quanto ho fatto la scorsa estate in metafisica, la cosa più importante che io abbia concepito in tutta la mia vita [10]. Dico « dopo quanto ho fatto in metafisica » perché quest'ultima scienza è la sola veramente importante: in realtà la teoria delle combinazioni chimiche è chiara e incontestabile e diventerà tanto comune nelle scienze fisiche quanto le altre teorie generalmente ammesse [11]. Vi ho la-

[8] Jacques Roux-Bordier (1771-1822), pensatore svizzero di Ginevra. Durante la sua permanenza a Lione fece parte della « Petite Académie » o « Société psychologique » che successe alla « Société Chrétienne » di Ampère, Ballanche, Bredin, De Gasparin e vi rappresentò in certo modo la filosofia e la scienza tedesche. Sognava di fare di Ballanche e di Bredin gli apostoli di una nuova religione « eclettica, una specie di teosofia cristiana epurata da tutti gli errori, da tutte le favole, da tutte le superstizioni ».

[9] Vedi nota 2, p. 126.

[10] Si noti ancora una volta la grande importanza che Ampère dava ai suoi studi metafisici; vedasi in proposito tutto quello che è stato detto nella Sezione III.

[11] Ne parlammo lungamente nella parte II della Sezione I: Ampère precorse in un certo senso la teoria di Avogadro.

vorato con molto ardore; ma, siccome un simile lavoro non avrebbe potuto costituire un titolo per un posto di matematico all'Institut, l'ho abbandonato per preparare delle Memorie di matematica, che progrediscono poco, sia perché penso ancora, contro la mia stessa volontà, alla chimica, sia perché mi sono sopraggiunte ogni sorta di seccature e di dispiaceri che non mi permettono quasi più di concentrare la mente. Intanto è stata rimandata la nomina del successore dell'abate Bossut [12] fra sei mesi, il che mi dà tempo di acquistare altri titoli. Voi sapete tutte le belle cose che si sono fatte sullo iodio! « che si è trovato un quarto ossigeno, come io avevo supposto per primo ». Questa sostanza ha tutte le proprietà del cloro, considerato prima acido muriatico ossigenato, e ne differisce soltanto perché è solida e simile a piombaggine alla temperatura ordinaria; essa passa allo stato di gas di un magnifico colore violetto ad una temperatura inferiore a quella dell'acqua bollente. Tutte le ricerche compiute su questa sostanza sembrano aver convinto i nostri chimici che il cloro è, come questa, un corpo semplice, analogo per le sue proprietà all'ossigeno, ma che non ne contiene più della misura in cui i corpi combustibili semplici contengano idrogeno. Voi sapete che gli avversari di Lavoisier discutevano proprio quest'ultima ipotesi: non si sbagliavano certo di più di quanto non si sbaglino coloro che vorrebbero ancora ammettere l'esistenza dell'idrogeno nel cloro, nello iodio e nel fluoro o fluorina [13]. Non so di che cosa sto parlando, ma felice chi può

[12] Ampère fu infatti eletto membro dell'Institut (Académie des Sciences) occupandovi il seggio reso vacante dalla morte del matematico francese Charles Bossut (1730-1814).

[13] In una successiva lettera (3 settembre 1814 a Ballanche) si lamenta che i suoi studi di chimica siano stati scavalcati da Gay-Lussac. Una nota dice: « Gay-Lussac aveva pubblicato negli *Annales de chimie* i risultati delle sue esperienze sullo iodio. Ampère prima del suo collega si era reso conto della natura di questa sostanza; ma, distratto da altri lavori, non aveva reso pubbliche a tempo le sue scoperte su questo argomento ». Nella stessa lettera Ampère parla di diventare membro di una accademia psicologica formata dai sigg. de Gérando, de Biran, Georges e Frédéric Cuvier, Guizot, segretario generale all'Interno, Fauriel, traduttore della

occuparsi di tutto ciò, invece di pensare alle disgrazie dell'Europa da cui sono atterrito. Avevo forse avuto tanto torto a temere che la Francia sarebbe stata invasa? Come essa tende le mani ai suoi futuri oppressori!

Amico mio, datemi vostre notizie e contate, per parte mia, su un'amicizia a tutta prova.

André-Marie Ampère.

9.

André-Marie Ampère a Ballanche [14].

Parigi, 9 maggio 1816.

. . . . . .

Nel terzo numero (degli *Annales de chimie et de physique*) potrai vedere la vera teoria della luce di Fresnel [15], teoria

Parthénide, Royer-Collard, consigliere di Stato, Durivaux, Maurice Genevois, direttore degli studi all'École Polytechnique.

[14] Pierre-Simon Ballanche, filosofo e letterato francese di Lione (1774-1847). Si può ritenere il più tipico esponente della cosiddetta scuola mistica di Lione. Fu, con Ampère, del quale divenne amicissimo, anche per una certa analogia nella debolezza fisica (Ballanche aveva subìto la trapanazione del cranio), uno dei fondatori della « Société Chrétienne » di Lione (1814). Più tardi fu assiduo frequentatore del salotto di M.me Récamier a cui faceva pure capo Chateaubriand: alcuni anzi sostengono che questi prese largamente ispirazioni per il suo *Génie du Christianisme* dal pensiero di Ballanche e in particolare dalla sua opera *Du Sentiment*. Jean Jacques Ampère dice addirittura, riferendosi a tale opera: « Sembra essere un riassunto elegante del libro di Chateaubriand, senonché il riassunto è stato scritto prima che il libro esistesse ». Secondo Ballanche il genere umano si eleva continuamente dopo la prima caduta, attraverso l'espiazione; ma in questo cammino l'umanità è soggetta ad alterne vicende di abbassamenti e di rigenerazioni. Sembra che il pensiero di Ballanche abbia influito anche su Lamartine e Victor Hugo. Fu considerato il più spiritualista degli scrittori del tempo. Tuttavia Frédéric-Antoine Ozanam, della cui ortodossia cattolica non si può dubitare, nella sua *Notice sur Ballanche* del 1848 dichiara di essergli amico riconoscente e devoto, dicendosi però spiacente di non potere essere suo discepolo. Altre opere di Ballanche: *Antigone*; *Essai sur les Institutions sociales*; *L'homme sans nom*; *Orphée*; *La Palingénésie*.

[15] Vedi nota 6, p. 248.

per la quale sarò costretto, mio malgrado, a rinunciare a quella che mi piaceva tanto, fondata sull'emissione.

. . . . . .

A. Ampère.

10.

André-Marie Ampère a Bredin.

1° ottobre 1816.

Ecco da ieri un nuovo ostacolo alla mia venuta a Lione. L'ordinanza che riorganizza l'Ecole [16] ha stabilito tre consigli: il primo detto di perfezionamento, l'altro di istruzione, l'ultimo di amministrazione. In quest'ultimo consiglio deve trovarsi un professore scelto ogni anno dal ministero. Sono stato io il designato, non me lo aspettavo, impossibile rifiutare; eccomi rinchiuso a Parigi.

Quanto mi scrivi mi rattrista profondamente; niente dunque potrà renderci saggi. In questa occasione tu hai visto meglio di me, perché io, fino alla tua lettera e alla lettura dei nomi dei candidati pubblicati dai giornali, ero completamente preso da un'illusione che sto perdendo di giorno in giorno. Quello che mi spaventa è constatare la gioia degli uomini più estremisti nel senso della rivoluzione, vedendo che le scelte saranno fatte soprattutto nel partito contrario al loro, e le triste speranze che essi fondano su questo fatto. Quanto è vero ciò che mi dici circa l'indipendenza mutua che deve esistere tra i due poteri e come sarebbe facile giudicare secondo questo concetto se fossero conformi l'uno alla verità, l'altro alla giustizia! Tutto mi annuncia una grande epoca religiosa, ma io mi rattristo pensando che non vivrò abbastanza per vederla manifestarsi, almeno in modo da giudicare come essa sarà. Io morrò durante la preparazione di questi grandiosi avvenimenti. Il cristianesimo si è stabilito nel mondo soltanto dopo trecento anni di persecuzione.

[16] L'Ecole Polytechnique.

Oggi siamo come i Romani sotto i primi imperatori: chi fra loro, a meno di essere illuminato da lumi soprannaturali, avrebbe potuto sospettare che la verità fosse proprio nel cristianesimo? Parli spesso con d'Ambérieux [17] di quelle idee che congiungono la terra al cielo? Dammi notizie di tutti i nostri amici. Tu mi dici di far ragionare Beuchot [18]; certamente potrei dimostrargli facilmente che il modo in cui egli vede l'avvenire è privo di fondamento, ma il risultato di questa cura sarebbe di rattristare tanto lui quanto me e di farmi perdere quel poco di illusione che egli suscita ancora in me quando discorriamo. Fino a quando si parlerà di utilità, di interesse, si sbaglierà; il vero scopo della politica non deve essere di rendere gli uomini più felici, ma di renderli migliori.

. . . . . .

A. Ampère.

11.

André-Marie Ampère a J. Bredin.

26 ottobre 1816.

Ieri sono stato dal sig. de Biran con due altri metafisici; la giornata se ne è andata così. Riguardo alle domande di Touchon [19] sul ragionamento ed il sentimento, la mia risposta a grandi linee è che il primo, al quale ci si può sempre affidare quando è giusto, ha un valore *obiettivo* indipendente dalle forme e categorie delle leggi del nostro spirito: dillo a Touchon, aggiungendo che Clarcke è tutto

[17] Amico del gruppo di Lione.

[18] Adrien Beuchot, studioso francese (1773-1851); dopo studi di medicina, si dedicò alla bibliografia: divenne direttore della « Bibliographie de France » e bibliotecario della Camera dei Deputati. Fu uno dei bibliografi più eruditi e più coscienziosi.

[19] Auguste Touchon, vice presidente del Concistoro della Chiesa Riformata di Lione (1813-1818), poi pastore della Chiesa Riformata di Hanau (Germania); rappresentò in certo qual modo la cultura tedesca tra gli intellettuali di Lione; sembra abbia avuto una qualche influenza su Ballanche.

ragionamento e ragionamento indiscutibile. Quanto al sentimento, esso non può avere altro che un valore *soggettivo* nella coscienza, ma esso è *tutto* e irrefragabile.

Fortunatamente le notizie che mi dai delle elezioni sono vere soltanto per Camillo [20] e Michaud [21]; purché quella di Camillo non sia contestata!

Comprendo quanto mi dici sulla necessità di bendare per qualche tempo gli occhi a colui al quale è stata tolta la cataratta; posso però ammetterla per qualche giorno, per qualche anno, ma a che cosa sarebbe servita l'operazione se si lasciasse la benda per tutta la vita? Nello stesso modo non potrei consigliare Jacob Boehme [22] a nessuno; fra quelli che conosco ce n'è uno solo che abbia veramente sete dell'acqua viva e della verità? Tutti si preoccupano soltanto degli interessi del momento.

Addio, amico carissimo fra tutti

André-Marie Ampère.

[20] Camille Jordan (1771-1821). Membro dei Cinquecento: celebre per il suo rapporto fatto a tale Assemblea sulla libertà dei culti in senso cattolico. Fu seguace del Bonaparte Primo Console, ma si rifiutò di seguirlo quando divenne Imperatore, disapprovandone la politica ambiziosa e personalistica.

[21] Joseph-François Michaud, storico, letterato e bibliografo francese (1767-1839), fu uno dei fondatori della *Bibliographie Universelle Michaud.* In gioventù dimorò a Lione.

[22] Jacob Boehme, filosofo e mistico tedesco (1575-1624). Fece dapprima il calzolaio, poi, spinto da spirito religioso, si appassionò alle lotte fra le varie sètte protestanti e si diede allo studio della filosofia e della teologia protestante. Egli considera Dio irraggiungibile dalla ragione dell'uomo, il quale può conoscerlo soltanto attraverso una particolare illuminazione dovuta alla sua origine divina. In Dio egli considera tre aspetti (non tre persone): Volontà (Padre), Sentimento (Figlio), Estrinsecazione (Spirito Santo); inoltre Dio non è una unità assoluta ma in lui esiste un dualismo (spirito e natura) che si riflette poi nel mondo. L'uomo, essendo immagine di Dio, porta in sé l'impronta sia della trinità sia del dualismo divino, che si esplica in lui con le tendenze opposte al bene e al male, tra i quali egli può liberamente scegliere. Le sue teorie furono disapprovate dalla Chiesa ufficiale protestante; ebbe tuttavia notevole séguito e se ne trovano tracce anche in Schelling.

L'accenno di Ampère si riferisce al fatto che Bredin, spinto da Touchon, aveva tradotto le opere del Boehme per Ballanche, il quale ne era rimasto stupefatto e impressionato. È evidente che esse non potevano incontrare l'approvazione di Ampère, di formazione cattolica e razionalistica.

AMPÈRE.

La tomba di Ampère e di suo figlio nel cimitero di Montmartre a Parigi.

12.

André-Marie Ampère a Bredin.

11 gennaio 1817.

Due mesi fa volevo scriverti qualche osservazione sulla tua antica professione di fede fatta a Tesseyre. Ma la tua numero 32 [23], del 23 dicembre, me ne ha mostrato l'inutilità; leggendola, ho capito che tu riconosci la superiorità evidente della religione cattolica su tutte le altre sètte cristiane. Voglio soltanto metterti in guardia contro quell'orgoglio che farebbe scegliere fra quanto è stato rivelato e dire per esempio: « Credo alla presenza reale, ma non alla transustanziazione; credo alla redenzione degli uomini per i meriti di Gesù Cristo, ma non all'assoluzione del prete »; come se questa credenza monca non fosse assai più urtante per la ragione della fede totale nella Chiesa cattolica? La presenza reale non si può infatti concepire senza miracolo; quale idea singolare il volere un mezzo miracolo, come se fosse più difficile a Dio cambiare la sostanza che apportarne una nuova conservando la vecchia, e il fare, come vorrebbe Lutero, una specie di combinazione di sostanza materiale con la sostanza divina! Affinché l'anima sia lavata dai suoi crimini per i meriti di Gesù Cristo, bisogna ben immaginare che Dio lo liberi da essi; perché non avrebbe potuto accompagnare questo miracolo interiore con un segno esteriore che ce ne dia l'assicurazione e possa, esso solo, riportare la pace al peccatore? Può questo segno esteriore manifestarsi altrimenti che con il ministero di un uomo incaricato dalla Chiesa di Dio? Quale senso avrebbe, senza ciò, quanto disse agli apostoli il loro maestro divino: « Tutto ciò che legherete, ecc. [24] »?

I cristiani non l'hanno sempre inteso così, da quando, smessa la pratica della penitenza pubblica dei primi secoli, i

[23] Come si vede anche da altri scritti, Bredin soleva numerare le lettere che scriveva all'amico Ampère, probabilmente per comodità di riferimenti.

[24] *Vangelo di San Matteo*, XVIII, 18.

peccatori furono riconciliati con Dio per mezzo del ministero dei preti?

Ma a quale scopo parlare di tutto ciò quando si sono concepiti i disegni di Dio?

L'essenza della religione cattolica è tutta nella fede all'autorità sempre visibile e sussistente fino alla fine dei secoli, secondo le parole di Gesù Cristo: « Le porte dell'inferno non prevarranno contro di lei, io sono con voi fino alla consumazione dei secoli » [25].

La storia delle sètte religiose, scritta dal famoso abate Grégoire [26], mi ha dimostrato che fra le due alternative che si potevano porre per la conservazione della legge (un'autorità unica sempre sussistente oppure la ragione di ognuno) la Provvidenza ha scelto il primo; mi hanno fornito un'ulteriore prova della validità di questa scelta le duecentocinquanta sètte che si sono create in cento anni, sètte tutte basate sull'orgoglioso sentimento che ciascuna di esse possegga solo la verità; tutte differiscono dalla Chiesa permanente nello spiegarne i misteri e i miracoli in modo da far perdere agli uni e agli altri ogni loro sublimità rendendoli ancora più contrari a quanto, nello stato di ignoranza nel quale siamo ci sembra naturalmente vero.

Oh! che felicità per il tuo amico se tu trovassi in questa lettera, o piuttosto in ciò che Dio ti ispirerà leggendola, la fine di tutti i tuoi dubbi!

André-Marie Ampère.

[25] *Vangelo di San Matteo*, XVI, 18; XXVIII, 20.

[26] Henri Grégoire, sacerdote e uomo politico francese (1750-1831). Giurò la Costituzione civile del Clero e fu eletto Vescovo costituzionale di Blois e deputato alla Convenzione. Dimostrò grande dirittura morale e zelo religioso. Si oppose alla proclamazione dell'Impero. In punto di morte ricevette i Sacramenti della Chiesa Cattolica Romana. Scrisse opere importanti fra le quali *Histoire des Réligieuses* che è probabilmente quella a cui accenna Ampère.

13.

André-Marie Ampère a Bredin.

Parigi, 1° marzo 1817.

Caro amico, stamane ho ricevuto la grazia inestimabile dell'assoluzione. Rientrando ho trovato la tua lettera numero 40, che ha cambiato in un mare di amarezza la dolce pace di cui ero stato colmato sentendo quelle parole sacre: « Amplius lava me, ab iniquitate mea et a peccato munda me! » Che ti dirò? Mi sono sbagliato sul senso che avevo dato a uno dei tuoi passi precedenti. Quella illusione era così dolce! Credevo che le tue parole fossero quelle di un figlio obbediente della Chiesa. Come sono stato cieco!... Eppure, quando ti dicevo abbastanza chiaramente che, grazie alla misericordia infinita, ero cattolico, sembrava che tu gioissi di questo; eri tu dunque cattolico? Sì, amico mio, toccato dai prodigi della misericordia divina, tu sei stato cattolico un momento, ma la luce si è ritirata per un po' di tempo da te come è successo a me quando venni a Parigi. Oggi, soltanto nella Chiesa cattolica trovo la fede nel compimento graduale delle promesse che Dio ha fatto soltanto a lei.

3 marzo 1817. Mentre stavo per continuare questo scritto, mi è giunta la tua numero 41. La Chiesa, di cui tu riconosci l'origine divina, ti comanda durante il santo tempo che ha consacrato alla memoria del Salvatore di prepararti a unirti alla festa che tutti i cristiani celebrano in memoria della resurrezione; invero tu non dubiti che questa festa di Pasqua non sia stata trasmessa, senza interruzione, dagli Ebrei alla Chiesa di Gerusalemme e non sia stata portata per tutta la terra man mano che questa riceveva la salvezza in Gesù Cristo. Felice istituzione per la quale tutti i voti dei fedeli salgono contemporaneamente in un sol fascio ai piedi del trono del Padre celeste!

Ho ricevuto una lettera molto originale da Roux sulla politica. La mia concezione e la sua sono agli antipodi. Ti

lascio per andare poco fuori Parigi, per passare un bel giorno con un amico pieno di pensieri di cielo.

A. Ampère.

14.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE AL SIG. GOSSE [27].

Parigi, 10 marzo 1817.

. . . . . .

Non si devono temere lo sviluppo dell'industria e le continue invenzioni di macchine e di procedimenti per abbreviare il lavoro, ecc. Man mano che il lavoro di un medesimo numero di uomini produce di più, i prodotti diminuiscono di costo e il loro uso si estende di classe in classe. Bisogna incoraggiare questo progresso fino a quando l'ultimo agricoltore abbia buoni alimenti, buoni vestiti, abitazioni salubri, ecc. Auguriamoci che queste idee si sviluppino e si moltiplichino. Si dice che allora l'agricoltore non vorrà più lavorare: l'esperienza prova il contrario. Il contadino, l'operaio spagnolo o il bretone passano la metà del loro tempo coricati nella loro sudicia capanna. Quelli invece del Delfinato o della Normandia, impiegano ogni minuto della loro giornata per non perdere neppure una parte del benessere a cui sono abituati. Inoltre in una carestia questi soffrono soltanto una diminuzione di godimento, mentre quelli che non hanno mai saputo procurarsi altro che lo stretto necessario muoiono di fame quando le circostanze li privano delle loro risorse [28]. Più gli uomini producono, più le tasse sono considerevoli e facili da esigere, più la massa della nazione è felice, più i delitti sono rari.

[27] Un amico di Ampère di cui non abbiamo altre notizie, probabilmente Etienne Gosse (1773-1834), uomo di teatro, con interessi politici abbastanza vivi.

[28] Si osservi la grande modernità di vedute; è inoltre impressionante notare quanto poco sia cambiata in centocinquant'anni la distribuzione relativa del benessere.

Questa condizione superiore a quella odierna sarà il sicuro risultato del cammino sempre accelerato dello spirito umano. Paragonate l'Europa dei tempi di Jacques Coeur [29] con l'Europa moderna e da quanto si è raggiunto in questo intervallo di tempo immaginate quello che si potrà ottenere in un eguale periodo a partire da oggi. Man mano che si avanza, la velocità cresce, avviene come per un corpo che cade. Ma l'azione dei governi può ancora facilitare questo progresso; ringraziamo quelli che lo comprenderanno.

Che queste opinioni rimangano fra Roux e noi; esse mi farebbero lapidare e io non potrei vedere l'aurora del giorno in cui se ne annuncerà la realizzazione. Eccoci già liberati dai due grandi flagelli che hanno rischiato di soffocare la Francia: lo spirito giacobino che voleva soltanto pane e ferro e lo spirito militare, che richiedeva uomini e ricchezze per coloro che distruggevano invece di produrre [30].

. . . . . .

A. Ampère.

15.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE AL SIG. ROUX DI GINEVRA.

Parigi, 28 marzo 1817.

Mi dite che non volete domandarmi a che punto sia io, ma a che punto sia il sig. de Biran, perché pensate che

[29] Jacques Coeur, commerciante francese (1395?1456), pieno di risorse. Fondò una grande società commerciale che divenne, con importanti operazioni specialmente in oriente, il centro della vita economica francese, che egli cercò di svincolare dalla dipendenza dei commercianti italiani. Fu consigliere del re Carlo VII, del cui regno risanò le finanze e, dopo essere caduto in disgrazia, del papa Nicolò V. Morì a Chio mentre comandava la flotta inviata dal nuovo papa Callisto III contro i Turchi. Fece costruire splendidi palazzi e chiese a Bourges, Lione e Montpellier. Evidentemente Ampère lo cita per caratterizzare un'epoca in cui l'economia francese era partita quasi dal nulla.

[30] Viene ancora ribadita l'avversione di Ampère contro ogni tipo di violenza, sia quella rivoluzionaria sia quella derivante dallo spirito militarista e di conquista, che egli ha sempre detestato.

la mia tavola non sia ancora giunta a perfezione, mentre il sig. de Biran dovrebbe ormai aver fissato il suo pensiero in modo invariabile; è precisamente il contrario. Io vi proverò prima di tutto che la mia tavola è completata definitivamente con la copia allegata a questa lettera; voi vi assicurerete che non vi è più nulla da aggiungere, non soltanto scorrendola per linee orizzontali, il che dà l'ordine cronologico delle nostre conoscenze, diviso in due epoche, delle quali l'una dura fino a quando si è imparato a parlare e l'altra da quel momento fino alla fine della vita, ma anche confrontando i termini che occupano posti corrispondenti in ciascun sistema; in questo modo vedrete come si passa da una combinazione del primo (sistema soggettivo) a quella che le corrisponde nell'ultimo (sistema razionale) per mezzo delle combinazioni corrispondenti dei due sistemi intermedi [31].

Guardate e giudicate; poi ditemi se persistete nell'opinione che avevate nel 1815, e cioè che nella mia classificazione non vi sia punto armonia.

Questa tavola non è nulla in confronto alla teoria che dimostra la realtà obiettiva, rendendola contemporaneamente indipendente dalla sensibilità e dall'ipotesi scettica delle forme o leggi soggettive di Kant e degli Scozzesi; tanto le une quanto le altre sono delle idee innate, sotto una nuova denominazione. È questa la teoria da cui il sig. de Biran ha preso i fondamenti e che io ho sviluppato facendola derivare da quella che avevo elaborato prima di venire ad abitare a Parigi. Questi fondamenti sono stati adottati e insegnati nel suo corso dal professore di filosofia alla Facoltà di Parigi, sig. Cousin [32]. Ma, invece di completarli

[31] Confrontando quanto Ampère confessa nella *Prefazione* al suo *Essai sur la philosophie des sciences* (vedi Sezione III del presente volume) si vede quanto in quel momento egli si sbagliasse ritenendo di avere raggiunto la perfezione nelle sue tavole di metafisica.

[32] Victor Cousin, filosofo e letterato francese (1792-1867): fondatore di una dottrina spiritualista « eclettica » che prende le mosse dalla supposizione che tutti i sistemi, anche quelli fra loro contraddittori, contengano una briciola di verità, ma che nessuno la contenga interamente. Per giungere alla verità occorre fonderli tutti: donde la grande importanza data da Cousin alla Storia della Filosofia. Sotto l'influenza della filosofia tedesca, alla quale si accostò specialmente durante un periodo di esilio politico, giunse all'affermazione panteistica che tutto è Dio. Negli ultimi tempi annacquò molto il suo panteismo e si avvicinò, se pure a suo modo, al Cristianesimo. All'epoca in cui Ampère scrive questa lettera, il Cousin non aveva ancora concretato il suo pensiero e più che altro avversava il sensismo ed era assai vicino ai dottrinari di Royer-Collard. Le sue opere principali sono: un *Cours d'histoire de la Philosophie* e soprattutto il *Du vrai, du beau, du bien* (1853); ma la sua produzione fu grandissima specialmente nel campo delle edizioni critiche: di queste è celebre quella dei *Pensieri* di Pascal. Sostenitore del liberalismo, fu sotto Luigi Filippo ministro dell'istruzione.

come me, egli vi ha aggiunto una parte della teoria di Reid [33] e di Kant. In questo modo la sua teoria cade negli stessi inconvenienti di tendenza scettica che incontrerebbe se essa fosse reidiana pura o kantiana pura; ma egli non lo ammette e crede di evitarli con argomenti che non sono altro che un semplice paralogismo trascendente, quale quello che Kant ha con tanto successo confutato.

Parlando poco fa della indecisione delle idee del sig. de Biran, pensavo soprattutto al fatto che egli, per completare la sua psicologia, oscilla continuamente tra la soluzione del sig. Cousin e la mia.

Noi ci riuniamo tutti e tre a casa sua il lunedì, dopo colazione, per discutere intorno a questi argomenti; ora egli tende dalla parte del sig. Cousin, ora dalla mia. Tuttavia è evidente che su quel punto ho ragione io.

Non è forse vero, mio caro amico, che è l'oggettivo che produce primitivamente il soggettivo, e che le forme soggettive sono idee che fanno credere senza ragione a un obiettivo che potrebbe anche non esistere?

Quanto alla chimica, so che essa farà ancora dei progressi che non possiamo attualmente prevedere.

Se nella vostra cerchia fosse gradito avere uno schema psicologico dello stato attuale di questa scienza, che costituisce attualmente il centro dei miei interessi, e della rivo-

[33] Thomas Reid, filosofo scozzese (1710-1796). La sua dottrina si fonda sull'esperienza interna e sul senso comune, in opposizione all'idealismo di Berkeley e allo scetticismo di Hume. Opera principale: *Ricerca sullo spirito umano secondo i princìpi del senso comune.*

luzione che essa arrecherà tra poco tempo, innalzandosi al livello di certezza e di rigore delle altre scienze, io ve lo spedirò.

Io non penserò probabilmente a lungo alla chimica, ma non vedo affatto perché il vapore nitroso, cioè l'acido nitroso secco e liquido, il cloro e il fosforo debbano essere meno certi del gas nitroso e dei metalli perfetti. Così l'analisi dell'acido idroclorico è forse meno certa di quella dell'acqua? Vedete a questo proposito la memoria di Dulong sull'acido nitroso.

Vi prego di porgere mille cordialità da parte mia al sig. Gosse.

Addio, mio carissimo amico, tutto vostro.

A. Ampère.

16.

André-Marie Ampère a Bredin.

Amiens, 14 agosto 1817.

. . . . . .

Nel soggettivo vi è una parte intuitiva, una concettiva, una comparativa ed una cosmologica. La parte intuitiva del soggettivo si compone della sensibilità della coscienza, dell'attività, ecc. Vedi, per comprendere ciò, la tavola unita alla mia lettera. La psicologia è compresa nelle combinazioni *a posteriori*, o sperimentali, ed esplicative del sistema comparativo. Essa si compone di due parti: la *psicografia*, o descrizione dell'intelligenza, e la *deduzione psicologica* o correlazione dei giudizi per mezzo dei quali si risale dai *fatti psicologici* alla loro origine.

Quando sarò a Parigi, riunirò tutte queste idee in un piccolo volume. Dimmi: quali sono le parole della tavola di cui non comprendi il significato? Ma quanto sono insensato! Come ho potuto lasciarmi andare a scrivere queste cose che non sono l'*unico necessario* (cercare prima il regno di Dio e la sua giustizia [34]) e dopo aver incominciato a parlartene non

[34] *Vangelo di San Matteo*, VI, 25.

concludere, mentre vedo il mio amico così vicino agli abissi dell'errore?

Tu invero eri stato chiamato, come me, al tribunale di misericordia. Avevi già pensato alla scelta di un prete; ma quelle parole: *Time Jesum transeuntem et nunquam regredientem* [35] non sono risuonate al tuo orecchio; hai esitato, hai differito, e Gesù Cristo è passato! Questo pensiero mi opprime. Sei tu cattolico nel senso che io do a questa parola o ti stai separando da quest'unica Chiesa, mediatrice di ogni verità sulla terra?

Addio, che il Signore ti prenda sulle sue spalle, come la pecorella del Vangelo.

A. Ampère.

17.

André-Marie Ampère a Bredin.

29 marzo 1818.

Mentre contavo di poter scrivere sulla psicologia, sono stato obbligato a preparare un programma per il mio corso di logica all'Ecole Normale. Era stato promesso solennemente; interrotto ad ogni momento, ho potuto portarlo sino alla fine solo dopo averlo ricominciato quattro volte. Finalmente è finito e gli allievi lo studiano per prepararsi ad un esame che avrà luogo questa settimana. Questo programma mi sarà di grandissima utilità; è come il canovaccio di un lavoro nel quale ho potuto gettare quasi tutte le basi della mia psicologia, sotto il titolo di *Eléments de logique*, titolo che lo farà diffondere dappertutto e particolarmente meditare dai professori di filosofia, ecc. Intendo pubblicare, dopo questo programma, un altro lavoro sui primi sviluppi della mente umana, col quale avrò esposto tutti i miei risultati; questo primo gradino servirà a dare gli strumenti indispensabili per comprendere il resto.

[35] Sant'Agostino.

Hai finalmente il libro del sig. de Lamennais? [36]

. . . . . .

Perché, dedicandomi a tante varie occupazioni, mi sono lasciato andare a questa imperdonabile pigrizia per le cose del cielo? Secondo il mondo, oggi io sono giunto alla fortuna, alla fama, a ciò che molti uomini possono desiderare. Ebbene, caro Bredin, Dio ha voluto provarmi che tutto è vano, fuorché amarlo e servirlo [37].

André-Marie.

18.

André-Marie Ampère a J. J. Ampère.

Parigi, luglio 1818.

Mio buon amico, in aggiunta alle mie occupazioni ordinarie sono stato incaricato di presentare domani, lunedì, un rapporto sui corsi di analisi e di meccanica che Cauchy [38] ed io teniamo all'Ecole Polytechnique, rapporto tanto più importante in quanto si tratta di giustificare e di fare adottare dal consiglio di perfezionamento i cambiamenti che noi abbiamo proposto di introdurre al programma di quei corsi. In linea generale sono stato molto contento di quanto mi hai scritto; nei particolari avrei molte osservazioni da fare; ma non mi posso spiegare con questo foglio; ne parleremo, se tu vorrai, soltanto al tuo ritorno. È verissimo che il fine dell'uomo non è questa vita; le sue più nobili facoltà si riallacciano ad un'altra esistenza; queste facoltà, che si innalzano all'infinito e raggiungono l'eternità, sarebbero dei veri controsensi se fossero limitate ad una durata così circoscritta! Non è possibile, ripeto, una tale contraddizione. Vorrei poterti sviluppare questa idea, che mi aveva tanto

[36] Sull'indifferenza religiosa.

[37] *Imitazione di Cristo*, libro I, cap. XXV, 8, a sua volta ripresa dall'*Ecclesiaste*.

[38] Vedi nota 1, p. 47.

colpito alla tua età, ma, con mio grande rincrescimento, bisogna che ritorni al rapporto.

Tu sai di quali sentimenti vorrei ti facessi interprete presso i nostri amici de Jussieu [39].

Tuo padre

A. Ampère.

19.

André-Marie Ampère a J. J. Ampère.

Parigi, 28 agosto 1820.

Uno dei miei dispiaceri è di averti scritto così di rado; sono oberato da centomila occupazioni, che riesco a portare a termine solo in minima parte. Il sig. Poisson [40], diventato membro della commissione dell'istruzione pubblica, mi ha chiesto delle note sull'insegnamento delle scienze, allo scopo di difenderlo da un attacco, che mira direttamente ad annientarlo. Ballanche e Bredin devono credermi morto.

Cerca di vedere a Ginevra, al tuo ritorno, Roux, il sig. de Candolle [41], il sig. Pictet, il sig. Boustetten; sono uomini distinti. Il tuo diario è la mia migliore distrazione. Il 7 settembre prossimo ci sarà un'eclissi di sole quasi totale, come non se ne sono avute dal 1764 e come non ce ne saranno più in questo secolo. Essa comincerà press'a poco all'una dopo mezzogiorno; è una cosa unica da osservare. Acquista dei pezzi di vetro colorato attraverso i quali tu possa guardare il sole, in quell'istante pallido come la luna. Ne troverai in tutte le città nelle quali si conoscano le scienze almeno di nome.

[39] Vedi note 3 e 4, p. 489.

[40] Vedi nota 19, p. 257.

[41] Augustin Pyramus de Candolle, botanico svizzero (1775-1841), professore alle Università di Montpellier e di Ginevra; scrisse poi, insieme al figlio Alphonse-Louis (1806-1895), una grande opera sulla sistematica dei vegetali.

Sautelet è guarito. Il sig. de Pradt, chiamato in giudizio per il suo libro sulle elezioni, è stato assolto ieri l'altro dalla giuria.

Ti abbraccio mille volte.

A. Ampère.

20.

André-Marie Ampère a Roux di Ginevra.

Parigi, 21 febbraio 1821.

Carissimo amico, obbligato a vegliare fino a notte inoltrata, incaricato di due corsi, e non volendo tuttavia assolutamente lasciare i miei lavori sui conduttori voltaici e i magneti, i miei minuti sono contati. Da due mesi non ho più scritto a Bredin: queste parole dicono tutto e debbono giustificarmi di fronte a voi.

Sono entusiasta che abbiate avuto, per parte vostra, il mio stesso pensiero sulle correnti elettriche dirette dall'est all'ovest nel globo della terra; ciò mi fa sperare che le migliori menti non si rifiuteranno di ammetterne l'esistenza, soprattutto ora che questa verità è convalidata dai risultati congiunti delle esperienze del sig. Oersted e delle mie. Mi rincresce molto che non mi abbiate inviato le vostre idee sulla riforma della logica chimica, avrei avuto gran piacere di leggerle. Voi dite che non è male che le cose comincino con una certa lentezza; io non sono di questo parere, quando si tratta di cose buone. Desidererei di cuore vedervi pubblicare le vostre idee prima che altri le trovino. Ho una voglia smisurata di conoscere il lavoro che fate con Gasparin sulle razze. Come stabilite che io sono scandinavo? Dalle vostre vecchie lettere, mi sembrava che per esserlo avrei dovuto per lo meno essere un buon gentiluomo, ma che un vile scienziato, un oscuro villano non potrebbe essere altro che un Celto, un Arabo, ecc. È forse perché ho gli occhi grigi che appartengo a questa razza che vi piace tanto?

Non dimenticherò di comunicare al sig. Aimé Martin [42] la vostra opinione sulla *Vita di Bernardin de Saint-Pierre* [43]; piace anche a me, ad eccezione di qualche passo.

Avete ben ragione di stupirvi che non si sia sperimentata, vent'anni fa, l'azione della pila voltaica sul magnete. Ne è la causa l'ipotesi di Coulomb sulla natura dell'azione magnetica. Si credeva a quell'ipotesi come a un dato di fatto; essa scartava assolutamente ogni idea di azione fra l'elettricità e i pretesi fluidi magnetici. La prevenzione a questo riguardo era tale che quando il sig. Arago parlò di questi nuovi fenomeni all'Institut, essi furono respinti, come a suo tempo erano state respinte le pietre cadenti dal cielo, descritte da Pictet nella sua Memoria; così come essi rifiutarono, qualche anno fa, di ammettere che il cloro fosse un corpo semplice. Le stesse prevenzioni si rinnovano ora e impediscono loro di accettare l'identità dei fluidi elettrici e magnetici, e l'esistenza delle correnti elettriche nel globo terrestre e nei magneti. È veramente strano vedere gli sforzi che certe intelligenze fanno per tentare di accordare con i nuovi fatti l'ipotesi gratuita di due fluidi magnetici differenti dai fluidi elettrici, unicamente perché non vi hanno ancora abituato la loro mente! So bene che la mia Memoria non è stata redatta con sufficiente chiarezza: ciò proviene dal fatto che l'ho scritta con una fretta estrema e a pezzi staccati, riuniti poi come ho potuto.

A. Ampère.

[42] Aimé Martin, letterato francese di Lione (1786-1847), scrisse oltre alla citata *Vie de Bernardin de Saint-Pièrre* del quale raccolse le opere, anche le *Lettres à Sophie sur la physique, la chimie, et l'histoire naturelle.*

[43] Jacques-Henri Bernardin de Saint-Pierre, ingegnere e celebre scrittore francese (1737-1814). Viaggiò molto in Olanda, Russia e Finlandia. Fu seguace di Rousseau, ma più sentimentale; può ritenersi un precursore di Chateaubriand e dei romantici. La sua vasta produzione letteraria è specialmente caratterizzata da una viva pittura delle bellezze naturali. Citiamo il romanzo *Paul et Virginie e Les vœux d'un solitaire*, opera del 1789 nella quale dava consigli politici di tipo riformista al re, alla nobiltà e al clero.

21.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A BREDIN.

Parigi, 13 agosto 1821.

. . . . . .

Io sono di una tristezza mortale, l'abbandono in cui l'Europa lascia la Grecia mi dispera [44].

. . . . . .

A. Ampère.

22.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A BREDIN.

Venerdì, 30 novembre 1821.

Ti scrivo dalla seduta dell'Institut mentre ne attendo l'apertura. Non ho mai avuto un lavoro così esorbitante, veramente superiore alle mie forze. Mi sono preso dei mali di stomaco molto forti scrivendo giorno e notte. Vedrai una parte dei risultati di questo lavoro nel prossimo numero degli *Annales de chimie et de physique*; il resto ti giungerà non appena gli esemplari saranno pronti. Dimmi se le mie esperienze sono state ripetute a Lione, se il sig. Clerc [45] ha ricevuto il terzo volume del *Calcul différentiel intégral* di Lacroix [46].

[44] Allude alla sollevazione dei Greci contro il dominio turco, alla quale presero parte volontari di altre nazioni, fra i quali il nostro Santorre di Santarosa, ma che non fu sostenuta dalle grandi potenze europee se non molti anni dopo.

[45] Collega di Ampère alla Scuola Centrale dell'Ain a Bourg, che aveva scritto con lui delle *Leçons élémentaires sur lers séries et autres formules indéfinies*, mai pubblicate.

[46] François Lacroix, matematico francese (1765-1843), fu professore all'Ecole Politechnique e all'Ecole Normale. Il suo *Traité de Calcul différentiel et intégral* (1ª ediz., 1797-1800; 2ª ediz., 1818-1819) riassume tutti i progressi fatti nell'analisi infinitesimale nel secolo XVIII, conservando tuttavia le manchevolezze proprie di quel periodo, in particolare per quanto riguarda il rigore; in questo senso le teorie esposte si possono contrapporre all'analisi infinitesimale del secolo XIX iniziata da Cauchy.

Quando sono arrivato qui, la metafisica mi riempiva la testa; ma, dopo che è comparsa la Memoria di Faraday [47], io sogno solo più correnti elettriche. Questa Memoria descrive dei fatti elettromagnetici singolarissimi, che confermano pienamente la mia teoria, quantunque l'autore cerchi di combatterla per sostituirle una delle sue invenzioni.

La mia piccola Albina ha passato tre settimane in pensione a piangere e a dimagrire in un modo impressionante; aveva avuto una specie di distorsione all'anca che l'ha tenuta diciassette giorni a letto. Ora sta bene, ma non si può più parlare di pensione. La pace cominciava a ristabilirsi, quando disgraziatamente ieri ho scombussolato la casa con un violento scatto d'ira, nel quale ho coinvolto tutti, per la collera che aveva suscitato in me un tipografo a proposito del mio ultimo piccolo lavoro. Questo opuscolo sarà distribuito alle persone che si interessano alle mie esperienze; è l'indicazione, nell'ordine naturale dei fatti, di tutto quanto ho pubblicato sui fenomeni elettrodinamici, con richiami alle pagine del mio *Recueil* [48] ove questi fenomeni sono descritti particolareggiatamente.

Mi sono addormentato scrivendoti, mentre si leggeva una Memoria. Impossibile tenermi sveglio; mi sono coricato troppo tardi per arrivare a dare al proto dell'Ecole Polytechnique le redazioni delle mie lezioni.

Che decisione avete preso per la vostra cara Agata? Come vanno i tuoi figlioli? Ti abbraccio con tutto il cuore.

A. Ampère.

[47] Memoria sui movimenti elettromagnetici e la teoria del magnetismo.

[48] *Recueil d'Observations électrodynamiques* che fu poi stampato a Parigi nel 1822, citato e in parte riportato nella Sezione II.

23.

André-Marie Ampère a Bredin.

Parigi, martedì, settembre 1822.

Caro amico, il mio viaggio da Ginevra a qui è andato per il meglio: sono venuto fino a Dôle in due giorni con lo stesso cavallo attaccato ad un piccolo calesse, sul quale ero solo. Ho trovato a Bâle la vettura pubblica al punto giusto. Partito da Ginevra mercoledì mattina, sono arrivato a Parigi domenica alle dieci. Prima di colazione ho avuto il tempo di scrivere in fretta per l'Institut i risultati di tre nuove esperienze che avevo fatto a Ginevra, completandoli il giorno dopo, lunedì 16 settembre. La prima ha constatato un caso di repulsione fra due porzioni di correnti elettriche, che io avevo dedotto dalle mie formule nella Memoria del 24 giugno. Questo accordo dell'esperienza con un risultato preannunciato è una grande prova in favore di queste formule. La seconda esperienza ha dimostrato la produzione delle correnti per influenza che avevo provato con successo più di un anno fa [49]. La terza ha per oggetto di provare più completamente il principio di cui mi sono servito nella Memoria del 10 giugno per completare la mia formula nella quale fino allora rimaneva qualche cosa di indeterminato. Nella seduta di ieri ho aggiunto ancora qualche particolare sull'azione elettrodinamica della Terra, allo scopo di mostrare, senza enunciarlo esplicitamente, quanto siano prive di fondamento le obiezioni contro la mia teoria, che sono comparse nell'ultimo numero degli *Annales de physique et de chimie*. Del resto, queste obiezioni del sig. de la Rive, del quale fui ospite a Ginevra, sono già state completamente risolte nelle mie conversazioni con lui e con suo figlio Auguste, che diventerà certamente un grande fisico. Egli mi ha aiutato in tutte le mie esperienze, suo

[49] Ampère andò molto vicino alla scoperta dell'induzione elettromagnetica, senza arrivarvi: essa avvenne poi, come è noto, per opera di Faraday.

padre mi ha colmato di cortesie, per le quali serbo viva riconoscenza. Al mio arrivo ho ricevuto una lettera del sig. Faraday; sto facendo costruire un apparecchio che ho immaginato per nuove esperienze.

Mio figlio ha scritto la scena che mancava al primo atto e una parte del quinto. Ha già in testa quella in cui Amalgis berrà la coppa avvelenata; disgraziatamente parte domani con il giovane Stapfer per andare a vedere il mare a Le Havre o a Dieppe. Questo viaggio rappresenterà un'interruzione di otto giorni al suo lavoro. Legge abbastanza bene il cinese, quanto basta per comprendere da solo i libri che possiede.

Ballanche sta benissimo; mi ha dato notizie di Lenoir.

Si sta litografando la mia tavola di metafisica che ho ancora perfezionato un po' a Ginevra.

Cordialità a Bonjour. Parlami del sig. de Biran, del sig. Huzard. Che la mia figlioccia Agata mi scusi la mia partenza precipitata. Quanta cura si è avuta di me all'Ecole Vétérinaire, durante questo tempo passato così in fretta!

Addio!

A. Ampère.

24.

André-Marie Ampère a Bredin.

Parigi, 20 settembre 1823.

Caro amico, martedì prossimo sarà un gran giorno per me, destinato alla lettura della nuova *Rosemonde* [50] davanti ai sigg. Andrieux, Picard, Raynomard, Casimir Lavigne ecc. *Rosemonde* è stata ultimata nove giorni fa a Vauteuil, ove io ero andato a visitare la famiglia de Jussieu con mio figlio. Attualmente è Alboino morente che dice l'ultimo verso del dramma:

Et faites expier mon trépas aux Romains.

[50] Titolo della tragedia che Jean Jacques Ampère scrisse per volere del padre.

Tutti i brani che mi piacevano sono stati conservati nella tragedia attuale, eccetto la scena dell'avvelenamento che i letterati di cui ti ho parlato hanno unanimamente condannato. Del resto, essa era incompatibile con la bella scena di Alboino morente, che esige che Amalgis si sia ucciso e che Rosemonde sia stata linciata dal popolo lombardo.

Bredin, le tue lettere sono ora troppo rade. Io ho preoccupazioni di ogni sorta. Una di quelle che mi tormentano di più è la situazione di mio cugino Sarcey de Sutières, nato per essere ben più ricco di me, rovinato dalla rivoluzione e dalla sua fiducia in falsi amici, che l'hanno spogliato di tutto. Egli aveva un posto all'Ecole Normale che non ha potuto conservare. Da dieci mesi gli cerco inutilmente un'occupazione; vorrebbe dirigere uno stabilimento industriale o un'impresa rurale. Figlio di Sarcey de Sutières, autore del *Cours complet d'agriculture* che tu devi conoscere, ha molte conoscenze in questo campo, come pure in fisica, in chimica e in medicina. Quale servizio ci renderesti se tu potessi trovargli un impiego a Lione, dove ci si deve ricordare di suo padre, proprietario a Dardilly, collaboratore dell'abate Rosier e morto all'inizio della Rivoluzione! Egli accetterebbe anche una cosa da poco, data la situazione in cui si trova.

Mai come ora le sedute dell'Institut hanno avuto tanto spesso Memorie così importanti. Ecco che le correnti elettriche producono da una parte le azioni chimiche e dall'altra la digestione e le contrazioni dei muscoli. Tutto nella natura è ricondotto allo stesso principio di azione con esperienze e osservazioni di cui questo fatto è conseguenza necessaria. Da un altro lato si determina direttamente la funzione psicologica e locomotrice nelle diverse parti del sistema encefalico e spinale; una gallina vive sei mesi dopo l'ablazione completa dei due lobi del cervello, in uno stato simile a quello dei sonnambuli naturali, ecc.

Addio, amico più caro di tutti, il solo che potrebbe rendermi la vita sopportabile se io la passassi vicino a lui.

A. Ampère.

25.

André-Marie Ampère al sig. Raynal, ispettore generale degli studi.

Parigi, 21 dicembre 1823.

Caro ed illustrissimo collega,

Vengo a pregarvi di passare con me la sera di martedì prossimo 25. Ascolteremo la tragedia di mio figlio. Voi sapete che è stata accettata e che egli aveva un gran desiderio di vederla rappresentata quando è partito per l'Italia con Ballanche. Ce ne farà la lettura il signor Briffault [51], l'autore di *Jane Gray* e di *Ninus II*. Vi supplico di darmi questa prova di amicizia e di credere al dolce ricordo che conservo sempre del felice viaggio fatto insieme.

Ricambiatemi un poco la devozione che vi ho dedicato.

André Ampère.

26.

André-Marie a Jean Jacques Ampère [52].

Parigi, 12 agosto 1824.

Carissimo figlio, la mia sorte è cambiata dopo la lettera alla quale rispondi così teneramente. Perché io sia felice mi manca solo che tu sia qui.

Il Collège de France mi ha proposto [53] con la maggioranza di undici voti su diciannove; Pouillet ne ha avuti cinque, Fresnel due e Becquerel uno. Il grande maestro [54] ha unito in mio favore la sua presentazione a quella del Collège

[51] La grafia del testo originale è errata: si tratta di Charles Brifaut, letterato francese (1781-1857), poeta e autore drammatico brillante.

[52] Jean Jacques si trovava allora a Napoli.

[53] Per la cattedra di Fisica sperimentale.

[54] Non sappiamo chi abbia voluto indicare; forse Laplace (vedi nota 7, p. 110.

e l'amico Lenoir è venuto a colazione con noi per annunciarmi che il ministro aveva dato ordine di redigere il decreto che sarà firmato dal re mercoledì prossimo. Da' sùbito questa notizia a Ballanche e a quelli che si interessano di me.

Oggi è l'anniversario della tua nascita, ben festeggiato, come vedi, dalla buona notizia.

Ho visto Montbel il giorno dopo del suo arrivo. Tu sai della morte del sig. de Biran, che mi rattrista moltissimo. La signora de Gerando [55] era spirata tre giorni prima. Sono stato con Frédéric Cuvier [56] a Thiais a trovare il povero vedovo; egli è ora in Champagne, in casa della Signora Caffarelli.

Adrien de Jussieu sta meglio. Ritorno da Champlan incaricato di tante cordialità per mio figlio. Ho fatto con miglior successo che mai le mie esperienze davanti alla famiglia Cuvier; mi hanno parlato di te e della mia grande piccola figliola con vivo interesse.

I tuoi libri cinesi e quelli di Fulgence sono arrivati a Londra. Il sig. de Rémusat [57], che è stato meraviglioso nell'affare del Collège de France, manderà il denaro in Inghilterra.

Hai visto il sig. Watson e sir Drummond [58] a Napoli?

Ho pubblicato or ora due nuovi lavoretti sull'elettricità; uno è uscito oggi.

[55] Moglie di Joseph-Marie de Gérando, filosofo francese (1772-1842). Questi, amico di Ampère, militò dapprima nell'esercito regio; scoppiata la Rivoluzione, seguì il partito realista, fu condannato a morte, ma si salvò riparando all'estero. Con Napoleone rientrò in patria ed ebbe anzi importanti incarichi che conservò nei regni successivi: fu anche nominato Accademico e Pari di Francia. In un primo tempo fu seguace di Condillac dal quale si allontanò quasi subito, opponendo alla « sensazione » la « attenzione », avvicinandosi sempre più a dottrine spiritualiste.

[56] Frédéric Cuvier (1773-1838), fratello del celebre naturalista Georges, anch'egli studioso di storia naturale.

[57] Si tratta probabilmente del sinologo, professore al Collège de France, Jean-Pierre Abel de Rémusat (1788-1832).

[58] Thomas Drummond, ingegnere inglese (1797-1840): è noto per il suo sistema di illuminazione ossidrica che fu usato nei fari e nei proiettori prima della diffusione dell'energia elettrica.

Ho testé pubblicato, senza firma, negli *Annales des Sciences naturelles* uno scritto di anatomia comparata [59], che avevo preparato l'inverno scorso. Spero che diventerà una base importante per i futuri lavori dei naturalisti sugli animali articolati, aracmidi, insetti, vermi e crostacei.

Ti prego di farti scortare nel ritorno a Roma o di prendere precauzioni equivalenti. Il barone di Schelling mi avrebbe terrorizzato se non ti avessi saputo già arrivato a Napoli.

Si cerca anche ora di impiegare il cugino nell'amministrazione di un ufficio per balie e bambini trovatelli. Rimarrà finalmente dove lo si metterà?

Abbracciami mille e mille volte Ballanche. Gli Stapfer abitano a Champlan la casa nella quale la signora Cottin [60] ha scritto tutti i suoi libri; essa ha disegnato e piantato il giardino. Il ritratto di questa donna notevole, che è stato fatto a memoria, è sul camino del salotto. La sua fisionomia, di un'espressione melanconica, mi è sembrata notevolissima.

Io insegnerò dunque la fisica sperimentale quest'anno al Collège de France! Sarà forse un piacere per te seguire il mio corso, ma per me sarà una felicità ancora più grande il sentirti là.

Ti abbraccio, carissimo figlio.

A. Ampère.

27.

André-Marie Ampère a Jean-Jacques Ampère.

Parigi, 28 ottobre 1824.

Caro amico, hai visto dai giornali da quale disappunto sia stata seguìta la gioia che avevo provato per la nomina al Collège de France. I miei progetti di lavoro sconvolti,

[59] *Considérations philosophiques sur la détermination du système solide et du système nerveux des animaux articulés*, *Annales des Sciences Naturelles*, 1824, vol. II, p. 295.

[60] Marie-Sophie Cottin nata Risteau, letterata e romanziera francese (1770-1807).

due corsi da preparare in una volta, impossibilità di fare nuove ricerche sulla fisica, di pubblicare i lavori che avevo in mente; ecco quanto mi tormenta, ecco ciò di cui non posso sopportare l'idea; ecco questa furibonda passione scientifica punita da quell'evento, come meritava di esserlo, poiché esso è una delle cause che mi ha distolto da quanto non avrei mai dovuto abbandonare, occupandomi unicamente delle scoperte dell'elettricità dinamica.

La mia povera sorella mi ha sempre nascosto per quasi cinque anni i *deficit* che trovava nei miei conti, non volendo inquietarmi e privarmi delle dolcezze della vita. Io, non sapendo nulla, prelevavo sempre dei fondi per i miei strumenti di fisica, le spese di stampa, le riparazioni della casa e i lavori del mio giardino; mi restano ancora 4000 franchi di debiti. Conoscendo ora la verità, mi limiterò in tutto, fino alla fine dell'anno. Quanto a mia sorella, mi son ben guardato di accrescere le sue pene con l'esplosione delle mie. Ho superato con l'aiuto di Dio che avevo implorato questa orribile tendenza alla collera; ci sono stati tra noi scambi di spiegazioni con reciproche scuse e cordialità, che spero daranno buoni risultati. Mia sorella è un'ottima donna e deve essere compatita, perché ha sempre agito soltanto per risparmiarmi delle pene. La nostra esistenza è ora triste, calma e uniforme; soltanto la tua presenza potrà riportare un po' di gioia.

Tua zia ti ha scritto a Venezia; la lettera di Albina e la mia ti raggiungeranno a Milano. Io preparo in fretta il corso di fisica.

Addio, tuo padre ti abbraccia tanto forte quanto ti ama, figlio eccellente.

A. Ampère.

Se tu passi a Lione, vedrai Bredin, il più vero, il più devoto, il più infelice dei miei amici? Quando sarai qui, conto su di te per aiutare mia sorella a controllare le spese.

28.

André-Marie Ampère a J. Bredin.

Settembre 1826.

Caro amico, dovresti rimproverarmi il mio silenzio! Ma tu sai bene che sono con te con tutta la mia anima.

La partenza di mio figlio con i de Jussieu ha completato il mio stato di abbattimento. Le circostanze che hanno accompagnato questo viaggio mi straziano, ma come spiegarti questo in una lettera? Egli deve essere in questo momento a Mende; di là andrà a Grenoble per Valence.

Sono immerso dai dispiaceri, ma sto bene, come pure la mia famiglia; mi auguro sia altrettanto della tua!

« Je suis seul et abandonné sur la colline des orages » (almeno Malvina morì sùbito dopo).

Se fossi meno triste, quanto sarei contento di una nuova esperienza che mi è riuscita e che conferma definitivamente l'identità dell'elettricità e dei magneti! La puoi vedere nel « Globe » del 7 settembre; tutti i giovedì si trova in questo giornale quanto è stato fatto all'Académie des Sciences. Tre settimane fa circa una notizia sulla bella Memoria del nostro eccellente Savary; otto giorni dopo, sulle esperienze di Colladon e di Becquerel.

La fisica non ha mai progredito così rapidamente; ma ciò mi consola forse dell'assenza di mio figlio, dell'annientamento di tutto quanto avevo sognato di « felice » per lui? [61] Confidenze che devono rimanere fra te e me. Se tu mi ami ancora come una volta, rispondi al tuo povero amico. Oh! come vorrei venirti a trovare! Ma tutto ciò che possiedo dipende dal fatto che utilizzo ogni minuto per scrivere, il che mi procura il più grande fastidio!

I miei rispetti alla signora Bredin. Ti abbraccio con la tenerezza che tu sai.

A. Ampère.

[61] Ampère avrebbe voluto che il figlio si sposasse, ma trovò sempre in lui una forte resistenza.

29.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A JEAN-JACQUES AMPÈRE.

Parigi, 8 ottobre 1826.

Caro amico, ho ricevuto la tua lettera da Berna..., ... M.me Recamier [62] ha voluto persuadermi che ciò che fu l'oggetto dei miei più vivi desideri, potendosi accordare benissimo con i tuoi progetti di lavoro, dovrà capitare un giorno o l'altro. Questa conversazione mi ha confortato; perché non la posso considerare una profetessa? Essa mi ripeteva sempre: « Quando sarà riuscito nella sua prima impresa e avrà raggiunto il primo scopo della sua ambizione, perché non dovrebbe cercare di compiere ciò che egli aveva anche, fino a un certo punto, fatto entrare nei suoi sogni per l'avvenire? » [63].

. . . . . .

Vi sono ritornato ieri. Il sig. Wollaston [64], il celebre fisico inglese, vice-presidente della Società Reale di Londra, vi ha pranzato...

. . . . . .

Il sig. Herschel [65] parlò al sig. Wollaston delle mie esperienze suscitando in lui il desiderio di vederle; gliele farò domani a mezzogiorno. La mia Memoria sta per uscire sotto il titolo *Théorie des phénomènes électrodynamiques uniquement*

[62] Juliette Récamier nata Bernard (1777-1849), di Lione, donna celebre per la sua bellezza, la sua intelligenza e i suoi interessi letterari. Perseguitata da Napoleone, dovette lasciare Parigi: dopo peregrinazioni in Francia e viaggi all'estero, si stabilì definitivamente a L'Abbaye-aux Bois: il suo salotto fu uno dei più brillanti ritrovi di cultura, frequentato da molti illustri uomini del tempo, in particolare da Chateaubriand, da Ballanche e dal giovane Jean Jacques Ampère.

[63] Qui André Marie si diffonde a magnificare al figlio una certa M.lle Clémentine, che avrebbe voluto fargli sposare: ma senza risultato. Del resto M.lle Clémentine morì tisica non molto tempo dopo.

[64] Vedi nota 11, p. 150 e nota 4, p. 220.

[65] William Herschel, astronomo inglese (1792-1871), figlio del più celebre sir Frederic William. Compilò tre cataloghi di nuove stelle. Dal 1834 al 1838 si stabilì in un osservatorio presso il Capo di Buona Speranza per studiare il cielo australe. Si occupò anche di ottica e di acustica.

déduite de l'experience [66]. Sarà un volume di 220 pagine, in-quarto. Questo libro, che suppone i fatti generali conosciuti, dovrebbe essere preceduto da un'esposizione di questi fatti con la descrizione degli apparecchi e la storia delle scoperte successive; avrei allora il trattato completo che sogno da tre anni. Non so se il tempo mi permetterà mai di realizzare questo progetto. Intanto il lavoro di Monferrand [67] supplirà a questa prima parte. Ti ho già raccontato il successo della mia nuova esperienza ripetuta nella seduta del 4 settembre davanti al sig. de Laplace, che mi sembrò molto soddisfatto.

. . . . . .

A. Ampère.

30.

JEAN-JACQUES AMPÈRE AD ANDRÉ-MARIE AMPÈRE.

26 dicembre 1826 [68].

. . . . . .

Sarete stati molto turbati a Parigi per la guerra del Portogallo prima e poi per le nuove leggi contro la stampa che mi sembrano oltrepassare ogni limite immaginabile. Qui non siamo così oltranzisti, pur non avendo la costituzione. Tu avresti provato un vero piacere nel sentire il sig. Niebuhr [69] indirizzare, prima delle vacanze di capodanno, un'allocuzione grave, semplice e commovente ai suoi uditori, rammentando che i Greci avevano ancora bisogno del loro soccorso e che ogni minima somma sarebbe stata utile per venire in aiuto alla miseria e alla fame. Dubito che un professore si sarebbe permesso la medesima cosa a Parigi, sotto il re cristianissimo e costituzionalissimo.

J. J. Ampère.

[66] Da noi interamente riportata nella Sezione II, parte seconda.

[67] Vedi nota 7, p. 223.

[68] Probabilmente da Bonn, comunque dalla Germania.

[69] Professore di storia romana all'Università di Bonn.

31.

JEAN-JACQUES AMPÈRE AD ANDRÉ-MARIE AMPÈRE.

Cassel, 9 aprile 1827.

. . . . . .

Avevi ragione di prendertela con quegli etimologisti, che cominciano col dichiarare che tutte le vocali sono una stessa cosa e che ogni consonante si cambia in tutte le altre. Grimm [70] dice che le vocali non possono essere prese l'una per l'altra...

. . . . . .

Il sig. de Munnshon, professore di fisica e di matematica a Bonn, mi ha mostrato il tuo apparecchio modificato con tutti i piccoli accessori, che riempivano un armadio; ha consacrato una lezione a parlare delle tue scoperte, sebbene questa parte della fisica non entrasse nel suo corso.

Addio, caro padre, abbraccia tutti i miei.

J. J. Ampère.

32.

JEAN-JACQUES AMPÈRE AD ANDRÉ-MARIE AMPÈRE.

Berlino, 19 giugno 1827.

Ho visto i sigg. Ermann Mitscherlich e Weill; questi, come tanti altri, sono stati pieni di bontà, sempre in tuo onore; infatti professano per te una viva ammirazione; il tuo nome mi è dappertutto un talismano. Mi si domanda: « Siete parente del famoso Ampère? ». Io rispondo il più modestamente possibile, ma con una certa gioia intima: « Sono suo figlio! ». Mi si fa allora un profondo saluto del quale sono molto fiero.

. . . . . .

[70] Si tratta certamente di Jakob Grimm (1785-1863), filologo tedesco, autore della *Grammatica tedesca* e della *Storia della Letteratura tedesca*; con il più noto fratello Wilhelm (1786-1859), letterato, scrisse i *Racconti infantili e casalinghi* e il Vocabolario (incompiuto) della lingua tedesca.

Devo presentarti i saluti del sig. de Champy, che ti ha visto quest'inverno dal sig. Poisson e che ho trovato dal principe Augusto, ove ho pranzato parecchie volte con il sig. Humboldt.

. . . . . .

J. J. Ampère.

33.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A JEAN-JACQUES AMPÈRE.

Parigi, 16 luglio 1827.

Caro figlio, mi affretto a scriverti a Copenaghen, ove spero non dimenticherai di vedere il sig. Oersted; tu sai che proprio lui ha aperto la via sulla quale ho camminato.

Il povero Fresnel è morto ieri l'altro 14 luglio a Ville-d'Avray.

. . . . . .

Va da parte mia dai signori Berzilius e Affrwdson (non so come questo nome si scriva)...

. . . . . .

A. Ampère.

34.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A JEAN-JACQUES AMPÈRE.

Laumont, 21 agosto 1827.

. . . . . .

Tutto ciò che capita, tutto ciò che vedo, mi affligge penosamente; gli avvenimenti generali non vi sono estranei. Come si sostituirà Fresnel all'Institut? Savart, autore di tante belle scoperte sulle vibrazioni dei corpi sonori, solidi, su quelle dell'aria nei vasi di diverse forme, ecc. ha evidentemente il maggior diritto. Tuttavia anche Becquerel [71] ha

[71] Vedi nota 3, p. 216-217.

parecchi titoli; si considerava la nomina del primo come certa, ma il sig. Gay-Lussac ha voluto che la si ritardasse, per fare un piccolo viaggio nel suo paese; intanto l'intrigo lavora e diventa molto probabile che al suo ritorno il concorrente più sprovvisto di titoli, ma miglior parlatore, la spunterà.

. . . . . .

A. Ampère.

35.

JEAN-JACQUES AMPÈRE AD ANDRÉ-MARIE AMPÈRE.

Weimar, 22 agosto 1827.

. . . . . .

Ho trovato il grande uomo [72] molto buono, molto semplice, in ottima forma e molto gentile; mi ha molto parlato di mio padre e mi ha detto che c'era qui il suo apparecchio. Tu sei anche ammiratissimo a Gottinga, ove il sig. Stromayer fra gli altri mi ha incaricato di salutarti nel modo più vivo e di farti i suoi complimenti.

Ho visto anche il sig. Gauss; tutti questi signori ti rendono piena giustizia. Quanto tu mi dici di Londra e di Berlino mi dimostra in modo completo che non si è ingiusti verso di te. Il sig. Humboldt mi è simpaticissimo. Mi ha fatto vedere il tuo nome nel catalogo della biblioteca di Gottinga, ove ci sono due tuoi lavori sull'elettricità dinamica. Dovresti riservare un certo numero di esemplari della tua ultima opera per Bonn, Gottinga, Weimar e la Germania in generale. Credo che sia assai importante per i tedeschi imparare da noi quanto concerne le scienze, mentre a noi è utile studiare presso di loro la critica e la storia delle differenti letterature.

. . . . . .

J. J. Ampère.

[72] Goethe.

36.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A JEAN-JACQUES AMPÈRE.

31 agosto 1827.

Caro figlio, domanda al sig. Berzélius la spiegazione del fenomeno di cui parli [73]; non indovinandone la causa, ho interrogato un mineralogista, che non ne sapeva molto più di me. Egli crede che i filoni siano stati prodotti dalla sublimazione dei metalli nelle fessure aperte sull'involucro ossidato del globo. Si concepirebbe allora come tanto tempo dopo si siano fatte delle nuove fessure trasversali alle prime nelle quali si sia avuta un'altra sublimazione metallica; essa deve essere stata molto più abbondante all'intersezione dei due ordini di filoni; così in queste intersezioni devono trovarsi i metalli preziosi.

. . . . . .

A. Ampère.

37.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A JEAN-JACQUES AMPÈRE.

Parigi, 5 ottobre 1827.

. . . . . .

Ti ho parlato in una delle mie lettere di un progetto di matrimonio per tua sorella. Una persona che conoscevo appena ci aveva presentato il sig. Ride, che mi era piaciuto molto, ma la sua modesta fortuna e il suo impiego a Versailles non parvero convenienti. In un primo tempo quindi il progetto fu accantonato; oggi ci si pensa di nuovo.

A. Ampère.

[73] Jean-Jacques aveva chiesto (lettera da Cristiania del 10 agosto) la spiegazione del singolare fenomeno da lui osservato del « Tolbande », costituito da grandi strati geologici ove si trovano giacimenti di ferro, di rame, ecc., che corrono dal nord al sud e tagliano sempre i filoni ad angolo retto; nel punto di intersezione vi è argento.

38.

André-Marie Ampère a Ballanche.

Marsiglia, 31 marzo 1830.

Buon amico, sono da mio figlio. Ieri l'ho udito per la prima volta in veste di professore. Tu immagini quale emozione provavo nell'ascoltarlo, nel sentirlo applaudire da seicento uditori. Avrò ancora questa fortuna venerdì e sabato. Martedì non parlerà più lui, ma parlerai tu, Ballanche. Grazie in anticipo di tutto il piacere che faranno a me e al pubblico il « Mont Sacré » [74] e gli ultimi accenti di Virginie [75].

Ti prego di scrivermi presso Gasparin, a Orange; attenderò a Lione un collega di « tournée » [76].

In circostanze, che d'ora in poi cercherò di evitare, mi sono esposto a sbalzi di temperatura troppo rapidi; ma nonostante questa imprudenza non ho preso il minimo raffreddore; la mia guarigione è dunque completa.

Mio figlio ed io ti abbracciamo con tutto il cuore.

André-Marie Ampère.

39.

André-Marie Ampère a Jean-Jacques Ampère.

Parigi, 23 maggio 1830.

. . . . . .

Il sig. Fourier è morto. Arago lo sostituirà, spero. Poisson stesso e molti altri contrari a Poisson lo sostengono; Arago nella seduta pubblica ha fatto l'elogio di Fresnel; se ne era incaricato per sollevare il sig. Fourier. Cauchy e Blanchet,

[74] Il colle di Roma sul quale si ritirarono i plebei nelle note proteste del 493 e 448 a. C.

[75] Virginia, giovinetta plebea romana, uccisa dal padre per sottrarla alle brame del decemviro Appio Claudio; l'episodio fu l'occasione per la rivolta del 448 a. C.

[76] Giro di ispezione.

che conoscono i fenomeni fisici, hanno fatto calcoli ammirevoli sulla luce. Arago ha inserito nell'*Annuaire du bureau des longitudes* un ottimo compendio della grande scoperta di Elie de Beaumont [77], di cui qui si parla molto.

Fulgence è venuto a fare colazione con me e abbiamo misurato le nostre forze agli scacchi. Ho or ora sentito suonare la mezzanotte. Addio, caro figlio, ottimo figlio, tuo padre ti abbraccia con tutto il cuore.

André Marie Ampère.

40.

André-Marie Ampère a J. J. Ampère.

Cahors, 13 luglio 1830.

Caro amico, la mia tavola non è più valida se non come monumento storico di quanto ho fatto a Bordeaux. Perfezionata durante il mio soggiorno a Pau, è stata completamente definita soltanto a Tolosa. I cambiamenti sono consistiti in trasposizioni di ordini; ho creduto di dover mettere le lingue, la letteratura e le belle arti prima delle scienze storiche e politiche propriamente dette. Non so se ho avuto ragione, tuttavia mi pare di aver seguito l'ordine naturale, per il quale si ha prima di tutto l'uomo in sé stesso e nei suoi rapporti con Dio; poi l'uomo che comunica i suoi pensieri, i suoi sentimenti, le sue passioni ecc. ai suoi simili, per mezzo delle lingue, della letteratura e delle belle arti, le quali sono tali, secondo me, soltanto quando esprimono un pensiero o un sentimento. L'architettura, per esempio, appartiene alle belle arti quando risveglia in noi un'idea devota, quando richiama la maestà divina in una chiesa, la potenza in un palazzo, ecc. L'architettura che costruisce ponti, canali e appartamenti comodamente distribuiti è un'arte industriale. Gli uomini, riunendosi intorno

[77] Léonce Elie de Beaumont, geologo francese (1798-1874), celebre per essere stato l'iniziatore della « carta geologica della Francia ».

ad Orfeo che riempiva l'aria dei suoi canti, attratti dalla musica e dalla poesia, hanno così creato le società che si dividono la terra, fanno guerre, paci, conquiste, governi, leggi, e vedono infine fiorire presso di loro le ricchezze e l'industria.

Dopo questa sistemazione, termino la mia tavola con la scienza del primo ordine, che chiamo la scienza della ricchezza e della felicità pubblica, che comprende come parte descrittiva la statistica, come parte analitica la plutarcologia, ricerca del principio nascosto nella produzione delle ricchezze, come parte comparativa la tecnologia, teoria comparata delle arti industriali, che si trova così nella stessa colonna della mineralogia e dell'agricoltura, che le forniscono tutte le sue materie prime; infine, come parte eziologica, l'economia politica; questo sostituisce la *etercologia* che si prestava a critiche.

A. M. Ampère.

41.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A J. J. AMPÈRE.

Clermont, agosto 1832.

Caro figlio, mille grazie della tua lettera; sempre un po' gli stessi sintomi e in più mal di gola; tutto ciò non ha nulla di inquietante, ma esige il riposo. Questa necessità mi ha deciso a scrivere al sig. M. de Mussy perché mi faccia sostituire agli esami dell'Ecole Normale, esami ai quali avrei tanto desiderato presiedere, particolarmente a quelli che vertono sull'applicazione dell'algebra alla geometria. Dovrò restare qui buona parte di settembre, cosicché ritornerò a Parigi con un volume intiero contenente un compendio completo di «matesionomia». È il nome che il sig. Gonod propone di sostituire a quello di matesiologia; egli ha proprio ragione; infatti tale scienza comprende le leggi delle conoscenze umane e la loro classificazione naturale, così come la fitonomia, la zoonomia ed altre scienze del terzo ordine sono le leggi della classificazione naturale dei vegetali e

degli animali. Volendo intraprendere un simile lavoro, non è stata forse una felice combinazione quella di essere obbligato anzitutto a passare un inverno a Hyères, ove ne ho concepito l'idea, poi di essere forzato a restare solo ad Aix e a scoprirvi le divisioni dicotomiche sulle quali tutto si fonda? Ed ecco ora il terrore per il colera, del quale però sono ben contento, perché mi fa fermare a Clermont, presso l'uomo più capace di aiutarmi a mettere sulla carta quello che non ho la facoltà di esprimere a voce quando la mia testa si è montata. In questa situazione non c'è che una cosa spiacevole, ma che lo è molto, quella di restare tanto tempo senza vederti, senza discorrere con te di quello che ora mi assorbe totalmente e che interessa anche te. Ho ricevuto una vera pugnalata leggendo in un giornale che il sig. Matter ha avuto il premio sull'influenza reciproca dei costumi.

. . . . . .

Se verrai, andremo insieme ad esaminare i vulcani dell'Auvergne; tu mi mostrerai e mi spiegherai le tracce di queste grandi catastrofi, tu che hai studiato ciò in passato... In questa corsa ai vulcani potremo trascinare qualche geologo.

. . . . . .

A. Ampère.

42.

ANDRÉ-MARIE AMPÈRE A J. J. AMPÈRE.

Castelnaudary, 4 agosto 1834.

. . . . . .

Oggi ho passato dodici ore intiere al collegio, conferendo con le autorità, l'ufficio di amministrazione, le commissioni d'esame e di sorveglianza dell'istruzione primaria, e non mi sento peggio.

Tanto più mi rincresce di non averti scritto da Avignone e da Nîmes in quanto avrei avuto da comunicarti alcune idee sul mio lavoro, particolarmente riguardo al grande cambiamento che vi ho apportato trasportando la pedagogia

nelle scienze dialegmatiche e considerando diversamente il modo in cui avevo concepito e posto l'archeologia e l'economia politica. Mi avresti potuto dare la tua opinione su ciò e sul pezzo aggiunto sotto il titolo « Spiegazione delle tavole ». Un accenno del sig. Gonod a proposito di una grossa bestialità, commessa da un vecchio professore di fisica a Clermont (una dozzina di anni fa), ha improvvisamente fatto sorgere in me una di quelle serie di idee che cambiano, almeno fino a un certo punto, l'aspetto delle cose. Mi dispiace molto di aver lasciato un capoverso nel proemio e un altro nelle scienze mediche che non esprimono quanto dovrebbero dire. Me ne sono accorto a Nîmes, ma troppo tardi.

Ho inviato un esemplare del mio libro alla biblioteca dell'Ecole de médecine di Montpellier, il che mi ha valso [78] uno dei più piacevoli successi che potessi sperare. Il professor Lordat [79] l'ha divorato, dice, e lo ha promesso ad alcuni colleghi che lo avevano prenotato in precedenza. Arrivando a Parigi desidero offrire al sig. Guizot, al sig. de Chateaubriand, alle sigg. Cuvier e Récamier questo lavoro, stampato su velina, rilegato in marocchino « tabis » e dorato sui bordi dei fogli. Addio, carissimo e ottimo figlio.

Tuo padre.

A. Ampère.

43.

André-Marie Ampère a J. J. Ampère [80].

Marsiglia, 6 giugno 1836.

Poiché non sapevo se oggi avrei avuto la forza di alzarmi per farmi rifare il letto e per scriverti, ho pregato l'ammirevole dottore di mandarti a dire che, dovendomi fermare

[78] Si deve trattare di qualche esemplare del primo volume del suo *Essai sur la philosophie des sciences*, quantunque l'edizione normale stampata in libreria risulti del 1838.

[79] Jacques Lordat, medico francese (1773-1862).

[80] Non si può leggere senza commozione questa breve lettera, che è l'ultima di André Marie Ampère: egli moriva infatti quattro giorni dopo.

ancora qui per quindici giorni almeno, bisognava per conseguenza scrivermi da Parigi le informazioni che mi servono:

1) l'autorizzazione del ministero ad aggiornare i miei esami fino a perfetta guarigione, della quale giudicherà il dott. Cauvière;

2) se è stato versato un pagamento a Gabriel Ride [81] dalla casa Michel Albain, alla Nouvelle-Orléans;

3) se Lenoir ha fatto spedire la sua lettera: sono in terribile angoscia a questo proposito; inoltre per l'autorizzazione richiesta, bisogna vedere Gasparin.

Non reggo alla fatica di scrivere. Ti lascio con una tenerezza che nulla può superare.

André Marie Ampère.

44.

J. Bredin a J. J. Ampère.

Lione, 11 giugno 1836.

Povero amico! Comprendo quale dolore sia il vostro, Voi comprenderete anche quale sia il mio! Io so da ieri la terribile perdita che abbiamo avuto, perdita immensa per noi, immensa per la scienza, per il mondo civile, perdita irreparabile, male senza rimedio!

Da ieri volevo intrattenermi con voi, ma che cosa dirvi? Come usare delle parole per esprimervi così grandi angosce, così grande afflizione! D'altronde non ho le idee chiare; sento la sua voce nei sentieri di Polémieux nel 1804; vedo nell'angolo del camino il piccolo Jean-Jacques, sua nonna, la cui fisionomia aveva una calma che mi ispirava tanto rispetto, sua zia, figura angelica! Ecco tutto! Immagini soprattutto, e poi echi di voci, ma nessuna idea!

Voi sapete, voi indovinate quello che io provo. Sono in una specie di santa comunione con voi, comunione a un calice di amarezza, ma anche comunione a dolci speranze.

Colui che rimpiangiamo, quel possente spirito, quella intelligenza, quella immaginazione ardente, elevata, quel cuore così

[81] Il genero.

generoso, vostro padre, il mio André, si è ora risvegliato da un sogno doloroso; l'esilio è terminato: eccoti rientrato nella patria celeste ove, grazie a Dio, noi lo raggiungeremo un giorno, che per me non è lontano.

Mio povero giovane amico, per trovare qualche conforto pensate a quella carriera così bella, alla stima, al rispetto di cui è stato sempre oggetto, alla viva affezione che ispirava, alla grande fama che egli lascia. Ah! per quanto grande sia, essa rimane ancora molto al di sotto della prodigiosa vastità di quella intelligenza, di cui il mondo sarebbe stato attonito, se ne avesse conosciuto la reale portata! Ma, lo confesso, le consolazioni di questo genere sono, come tutte le cose della terra, frammiste di dolori; solo quelle che si riferiscono alla vita vera sono pure e senza tristezza. Sempre minacciati da separazioni alle quali la nostra natura si ribella, dove trovare la forza quaggiù?

Nessun uomo amò come egli amava. Non so che cosa sia più da ammirare in lui, il suo cuore o la sua mente.

Un giorno vi parlerò di Saint-Etienne; là egli aveva voluto trattenermi fino a lunedì 23 maggio. Ahimè! mi ero aspettato molto dal viaggio e dal clima meridionale.

Addio, credete che il suo vecchio amico è tutto con voi dal fondo dell'anima.

J. Bredin.

INDICI

INDICE DEI NOMI

A

Agazzi E., 54.
Agostino (S.), 538, 569.
Aldini G., 18.
Alembert (Le Rond d') J.-B., 11, 74, 468, 485.
Ambérieux (d'), 559.
Ampère A., 16, 36, 476, 575, 582.
Ampère A.-M., 9-24, 26-33, 35-37, 39, 43, 47-49, 51-54, 68, 73, 100, 102, 125-130, 157, 158, 161, 164, 168, 169, 175, 177, 178, 188, 190, 193-195, 209, 211, 213, 216, 219, 227-229, 231-237, 239-242, 245, 251, 254-256, 259, 265, 270, 271, 274, 276, 278, 281, 283, 284, 287, 301, 305, 353, 355, 360, 361, 370, 372, 373, 378, 385, 433, 435, 438, 467, 469-483, 490, 507, 509, 511, 513, 517, 518, 526, 528, 529, 536, 538, 543-545, 548, 555-557, 561, 564-567, 574, 583, 584, 594, 596.
Ampère J.-J., 10, 14, 31, 33, 35, 38, 41, 476, 477, 511, 525, 544, 545, 557, 577, 579, 584, 586, 589, 595.
Ampère J.-J. *senior*, 35.
Ampère (M.me), 2ª moglie di A., 550.
Andrieux, 577.
Appel P., 42, 51, 52.
Appio Claudio, 590.
Arago D.-F., 11, 21, 37, 41, 163, 176, 193, 197, 241, 434-436, 439, 468, 475, 528, 573, 590, 591.
Aristotele, 74, 468.
Aubenton (d') L.-J.-M., 490.
Augusto, principe, 587.
Avogadro A., 17, 127, 128, 131, 188, 555.

B

Babinet J., 211.
Bacone F., 468, 485, 486.
Ballanche P. S., 15, 544, 555-557, 559, 571, 577, 580, 581, 584, 590.
Barret, 544, 548.
Barthélemy-Saint-Hilaire J., 41, 471.
Bartmann B., 538.
Bauer E., 239.
Beaumont (de) E. L., 591.
Beccaria G., 19.

Becquerel A.-C., 16, 38, 216, 217, 377, 579, 583, 587.
Beloeuf, 144.
Berkeley G., 525, 526, 567.
Bernoulli Jacques, 49, 51, 74.
Bernoulli Jean, 11, 51.
Berthelot M., 9.
Berthollet C. L., 17, 36, 126-128, 148, 554.
Bertolini C., 43.
Bertrand J., 265.
Berzelius J. J., 149, 587, 589.
Bethencourt (Betancourt) y Molina A., 505.
Beuchot A., 559.
Biran, v. Maine de Biran.
Blainville (de) H. D., 194.
Blanchet, 590.
Boehme J., 560.
Bonjour C., 126, 548, 553, 554, 577.
Bossut C., 556.
Boucherot P., 42.
Boustetten, 571.
Boyle R., 126.
Bredin A., 575, 577.
Bredin C. J., 10, 15, 32, 33, 126, 543, 545, 547, 550, 551, 553-555, 560, 561, 570-572, 578, 582, 583.
Briffault (Brifaut) C., 579.
Buffon (Leclerc de) G. L., 57-59.

C

Cabanis P. J. G., 548, 552.
Caffarelli (signora), 580.
Callisto III, papa, 565.
Candolle (de) A. L., 571.
Candolle (de) A. P., 571.
Cannizzaro S., 128.
Carlo VII, re di Francia, 565.
Carnot L., 75, 505.
Caron J., 14, 15, 35, 36, 468, 547, 551.
Cartesio, v. Descartes R.
Cauchy A. L., 47, 102, 570, 575, 590.
Cauvière, 595.
Champy (de), 587.
Charles J. A., 126.
Chateaubriand (de) F.-R., 557, 573, 584, 594.
Chatelain, 15, 544, 548.
Chevreux H., 11, 41, 544, 545.
Clarke, 559.
Clausius R., 128.
Clementine, 584.
Clerc, 15, 63, 574.
Coeur J., 565.
Colladon D., 435, 583.
Comte A., 468.
Condillac (Bonnot de) E., 478, 503, 548.
Coquet H., 42.
Cottin M. S., 580.
Coulomb C. A., 19, 229, 232, 233, 235-238, 250, 355, 363, 397, 420, 438, 573.
Cousin V., 566, 567.
Cuvier G.-L., 37, 490, 502, 556, 580, 594.

D

Daburon, 11.
Dante Alighieri, 477.
Darboux G., 102.
Davy H., 16, 18, 27, 126, 148, 149, 151, 152, 204, 206, 232, 424, 438, 554, 555.
Delambre J. B. J., 15, 36, 49, 193.
Demonferrand, v. Monferrand.
Deroche, 15.
Descartes R., 27, 245, 246, 249, 479, 503, 538, 540.
Dessoche, 548.
Diderot D., 11, 485.

Donati L., 42.
Drummond T., 580.
Dulong P.-L., 568.
Dumarsais C., 526.
Dumas J.-B., 377.
Durivaux, 557.
Dussaulx J. S., 57.

E

Erman P., 232, 361, 424.
Erone, 74.
Eulero L., 11, 19, 47, 49, 50, 53, 359.

F

Faraday M., 16, 22-24, 37, 53, 158, 195, 201, 202, 204, 208, 213, 216, 219-221, 241, 242, 359, 362, 372, 404, 409, 434, 575-577.
Fauriel C., 556.
Felici R., 270.
Fermat P., 112.
Fichte J. G., 526.
Fourier J. B. J., 16, 27, 251, 590.
Franklin B., 18.
Fresnel A.-J., 16, 21, 37, 248, 557, 579, 587, 590.
Fulgence, 580, 591.

G

Galilei G., 50, 74.
Gall F. J., 480.
Gasparin (de) A., 555, 572, 590, 595.
Gauss K. F., 454, 588.
Gay-Lussac J.-L., 17, 126, 127, 129, 132, 148, 166, 180, 194, 232, 424, 425, 556, 588.
Genevois M., 557.
Geoffroy Saint-Hilaire E., 37, 490.
Gérando (de) J. M., 556, 580.
Gesù Cristo, 552, 561-563, 569.
Gherardi S., 241, 242, 401, 433.
Gliozzi M., 27.
Goethe W., 588.
Gonod, 592, 594.
Gosse E., 12, 564, 568.
Goursat E., 100, 102.
Gouy G., 42.
Grégoire H., 562.
Grimm J., 586.
Grimm W., 586.
Grognier, 548.
Grotthus C., 18.
Guizot F.-P.-G., 556, 594.

H

Hamel, 540.
Hammond P., 42, 467, 468.
Haüy R. J., 127, 144.
Helvetius (M.me), 548.
Herschel F. W., 584.
Herschel W., 229, 249, 584.
Hertz H., 54.
Hugo V., 557.
Humboldt (von) A., 126, 587, 588.
Hume D., 567.
Huygens C., 51, 52, 113, 122, 359.
Huzard, 577.

J

Jordan C., 560.
Joubert J., 41, 158, 161, 166, 194, 211, 216, 219, 227, 229, 239, 265, 270, 272, 273, 287, 304, 316, 440, 454, 544.
Jussieu (de) B., 489, 492, 493, 504, 571, 577, 583.
Jussieu (de) A., 489, 580.

K

Kant I., 30, 526, 549, 566, 567.
Kellerman F. E. C., 13.
Kepler J., 241, 246, 250, 257, 473, 526.
Kirkhoff G. R., 54.
Kirwan R., 554.

L

Labey, 36.
Lacordaire J.-B., 539.
Lacroix F., 36, 574.
Lagrange L., 49, 50, 74, 75, 79, 472, 473.
Lalande (de) J.-J., 36, 48.
Lamarck (de Monet de) J.-B.-P., 490.
Lamartine (de) A., 557.
Lamé G., 305.
Lamennais (de) F.-R., 539, 570.
Lanz Ph. L., 505.
Laplace P.-S., 16, 20, 27, 36, 48, 49, 53, 75, 110, 112, 172, 306, 356, 440, 442, 579, 585.
Laumont (Gille de) F. P., 209.
Launay (de) L., 13, 41, 42, 127.
Lavater J. K., 480.
Lavigne C., 577.
Lavoisier A.-L., 17, 125, 554, 556.
Legendre A.-M., 109, 134.
Leibniz G. W., 51, 57.
Lenoir, 577, 580, 595.
Lie M. S., 52.
Linné (von) C., 491, 504.
Littré E., 38, 41, 477.
Locke J., 468, 479, 548.
Lordat J., 594.
Lucano, 11.
Lucrezio, 11.
Luigi Filippo, re di Francia, 567.

M

Mailloux R., 28.
Maine de Biran M. F., 30, 478, 479, 556, 559, 566, 567, 577, 580.
Marianini S., 249.
Mariotte E., 126.
Martin A., 573.
Matter, 593.
Maxwell J. C., 21, 24, 53, 54, 240, 261, 305, 359.
Michaud J.-F., 560.
Micheli G., 43, 246.
Michelotti G., 188.
Mitscherlich E., 586.
Mojon B., 18.
Monferrand, 223, 229, 242, 585.
Monge G., 52.
Montbel, 580.
Monte (del) G. U., 74.
Munnshon (de), 586.
Mussy (de) M., 592.

N

Napoleone I, 52, 560, 584.
Newton I., 11, 25, 26, 57, 68, 245-247, 251, 271, 358, 359, 398, 423, 473, 479, 526, 535, 536.
Niccolò V, papa, 565.
Niebuhr B. G., 585.
Nobili L., 188, 242.
Nomis di Pollone (famiglia), 128.

O

Oersted H. C., 17, 19-21, 24, 36, 37, 162, 163, 167, 181, 186, 188, 191, 198, 209, 211, 249, 360, 572, 587.
Ohm G., 28, 167.
Omero, 540.

Onnes H. K., 28.
Orazio, 11.
Orfeo, 592.
Ostwald W., 149.
Ozanam F.-A., 14, 557.

P

Pala A., 245.
Pappo, 49.
Pascal B., 567.
Pasquinelli A., 125.
Perucca E., 28.
Pesenti-Cambursano O., 110.
Picard, 577.
Pictet (de) R., 217, 227, 571.
Platone, 468.
Poisson S. D., 19, 257, 432, 433, 439, 571, 587, 590.
Pompeo, 474.
Pouillet C. S., 249, 579.
Pradt (de) G. F., 572.
Prevost J.-L., 377.

R

Récamier (M.me), 557.
Récamier J., 477, 584, 594.
Regnard, 383.
Reid T., 567.
Rémusat (de) J.-P., 580.
Reynomard, 577.
Ride G., 589, 595.
Riffault (Riffaut) A., 211, 219.
Rive (de la) A., 213, 360, 576.
Rive (de la) B., 576.
Rive (de la) C. G., 16, 20, 23, 37, 158, 163, 209, 210, 211, 213, 226, 227, 238, 241, 283, 293, 372.
Ritter J., 18.
Romagnosi G. D., 18, 19.
Rosier, 578.
Roulin, 536, 537.
Rousseau J.-J., 573.
Roux, 15, 29, 126, 544, 548, 555, 563, 565, 571.
Roux-Bordier J., v. Roux.
Royer-Collard P.-P., 567.

S

Saint-Beuve (de) C.-A., 12, 23, 38, 41, 477, 478, 544.
Saint-Hilaire, v. Geoffroy Saint-Hilaire.
Saint-Pierre (Bernardin de) J. H., 573.
Santarosa S., 574.
Sartori R., 42, 283, 301, 306.
Savart F., 16, 21, 37, 38, 113, 225, 229, 230, 306, 307, 587.
Savary F., 23, 158, 211, 216, 219, 229, 233, 235, 236, 238, 287, 357, 424, 425, 583.
Schelling F., 560.
Schelling (barone), 581.
Schweigger J., 169.
Serres A., 533.
Soemmering S. T., 176.
Solinas G., 57.
Stapfer, 577, 581.
Stockes G. B., 54.
Stromayer F., 588.
Struve F. W., 229.
Sutières (Sarcey de) J. A., 10, 35, 578.

T

Thenard L. J., 148, 166, 554.
Thomson Th., 211.
Tommaso (S.) D'Aquino, 538.
Touchon A., 559.
Tracy (Destutt de) A. L. C., 548, 552.

V

Van Beck, 22, 158, 194, 217, 347.
Van't Hoff J. H., 128.
Varignon P., 74.
Varrone Marco Terenzio Reatino, 474.
Ventura G., 539.
Vincenzo (S.), de' Paoli, 14.
Virgilio, 11.
Virginia, matrona romana, 590.
Volta A., 9, 18, 166, 192, 220, 249, 377.
Voltaire (Jean - Marie Arouet), 485.
Volterra V., 49.

W

Weill, 586.
Welter (Velter) J., 194, 232, 424, 425.
Wollaston W. H., 150, 220, 584.

Z

Zenodoro, 49.

INDICE DELLE TAVOLE

Ampère. Litografia . . . . . *p.* 32

Casa natale di Ampère . . . . . » 96

Strumenti scientifici di Ampère . . . . . » 144

Frontespizio della prima edizione della *Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici* . . . . . » 256

Tavola I della *Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici* . . . . . » 320

Ampère. Incisione . . . . . » 368

Tavola II della *Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici* . . . . . » 400

Sala dell'Accademia delle Scienze a Parigi . . . . . » 496

La tomba di Ampère . . . . . » 560

INDICE DEL VOLUME

Introduzione . . . . . *p.* 7

Nota biografica . . . . . » 35
Nota bibliografica . . . . . » 39

SEZIONE PRIMA.

I. Scritti matematici . . . . . *p.* 47

Articolo primo. – Considerazioni sulla teoria matematica del gioco . . . . . » 57

Articolo secondo. – Dimostrazione generale del principio delle velocità virtuali, svincolata dalla considerazione degli infinitesimi . . . . . » 74

Articolo terzo. – Considerazioni generali sugli integrali delle equazioni a derivate parziali . . . » 100

Memoria contenente l'applicazione della teoria esposta nel XVII fascicolo del « Journal de l'Ecole Polytechnique » alla integrazione delle equazioni a derivate parziali del primo e del secondo ordine . . . . . » 106

Articolo quarto. – Dimostrazione di un teorema da cui si possono dedurre tutte le leggi della rifrazione ordinaria e straordinaria . . . . . » 112

II. Pagine sulla chimica . . . . . *p.* 125
Lettera del sig. Ampère al sig. conte Berthollet sulla determinazione delle proporzioni . . . . » 129

SEZIONE SECONDA.

I. I primi lavori di elettrodinamica . . . . . *p.* 157
Articolo primo. – Dell'azione esercitata su una corrente elettrica da un'altra corrente, dal globo terrestre e da un magnete . . . . . » 161
Articolo secondo. – Risposta del sig. Ampère alla lettera del sig Van Beck su una nuova esperienza elettromagnetica . . . . . » 194
Articolo terzo. – Estratto di una lettera di Ampère al prof. De La Rive su esperienze elettromagnetiche . . . . . » 213
Articolo quarto. – Estratto di una lettera indirizzata al sig. Faraday dal sig. A. M. Ampère . . . . » 219
Articolo quinto. – Notizia su alcune nuove esperienze relative all'azione mutua di due porzioni di circuito voltaico e alla produzione di correnti elettriche per influenza . . . . . » 227
Articolo sesto. – Nota relativa alla Memoria del sig. Savary . . . . . » 229

II. La grande Memoria conclusiva . . . . . » 239
Teoria matematica dei fenomeni elettrodinamici, unicamente dedotta dall'esperienza . . . . . » 245
Note contenenti alcuni nuovissimi sviluppi su argomenti trattati nel presente lavoro . . . . . » 440

SEZIONE TERZA.

La classificazione delle scienze . . . . . *p.* 467
Saggio sulla filosofia delle scienze . . . . . » 485
Parte prima. – Definizione e classificazione delle scienze cosmologiche . . . . . » 507
Parte seconda. – Avvertenza del figlio Jean-Jacques Ampère . . . . . » 525

Parte seconda (premessa). – Definizione e classificazione delle scienze noologiche . . . . . *p.* 529

SEZIONE QUARTA.

Lettere . . . . . *p.* 543
Indice dei nomi . . . . . » 599
Indice delle tavole . . . . . » 605